



5. Предложен метод построения частотных динамических диаграмм для оценки возможности изменения динамических свойств систем при изменениях коэффициента связности внешних сил α .

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Rocard Y. General Dynamics of Vibrations. Frederick Ungar Publishing Co. New-York. 1960. pp. 245.
- Banakh L., Kempner M. Vibrations of Mechanical Systems with Regular Structure. Berlin; Heidelberg: Springer, 2010. pp. 262.
- Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection. Springer International Publishing, Switzerland, 2016. 708 p.
- Елисеев С.В., Артюнин А.И. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем. Новосибирск : Наука, 2016. 459 с.
- De Silva, C. W. Vibration. Fundamentals and Practice / Clarence W. de Silva. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
- Дружинский И.А. Механические цепи. М. : Машиностроение, 1977. 238с.
- Ленк А. Электромеханические системы. Системы с сосредоточенными параметрами. М. : Мир, 1978. 283 с.
- Елисеев С.В., Резник Ю.И., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск : Наука, 2011. 384 с.
- Елисеев, С.В., Хоменко А.П. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования. Новосибирск : Наука, 2014. 357 с.
- Генкин, М.Д., Рябой В.М. Упруго-инерционные виброизолирующие системы. Предельные возможности, оптимальные структуры. М. : Наука, 1988. 191 с.
- Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Dynamics of mechanical system with additional ties. Irkutsk, 2006. 315 p.
- Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. Сочленения звеньев в динамике механических колебательных систем. Иркутск : ИрГУПС. 2012. 156 с.
- Белокобыльский, С.В., Елисеев С.В., Ситов И.С. Динамика механических систем. Рычажные и инерционно-упругие связи. СПб. : Политехника, 2013. 319 с.
- Елисеев С.В., Кинаш Н.Ж., Кашуба В.Б. Рычажные связи механических колебательных систем // Вестник Всерос науч.-исслед. и проект.-конструктор. ин-та электровозостроения. 2016. № 1 (69). С. 112–126.
- Хоменко А.П., Елисеев С.В. Квазиэлементы в механических колебательных системах. особенности систем при исключении переменных динамического состояния // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 2 (38). С. 8–17.
- О связях между координатами движения в механических колебательных системах с рычажными устройствами / С.В. Белокобыльский и др. // Системы. Методы. Технологии. 2015. № 2(26). С. 7–13.
- Соотношения координат движения элементов механических колебательных систем как форма проявления рычажных связей / С.В. Белокобыльский и др. // Системы. Методы. Технологии. 2015. № 3 (27). С. 7–14.

УДК 534.1

Кошелев Александр Викторович,

к. т. н., научный сотрудник,

ПАО Арзамасское научно-производственное предприятие «Темп-Авиа»,
тел. 8(83147)-7-83-69, 8(910)895-33-91, e-mail: koshelevav88@mail.ru

Денцов Николай Николаевич,

к. т. н., доцент,

Нижегородский государственный технический университет им. П.Е. Алексеева,
тел. 8(904)399-66-08, 8(831)-436-03-01, e-mail: dentsovnn90@mail.ru

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С МАЛЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ВОЗБУЖДЕНИЯ

A. V. Koshelev, N. N. Dentsov

DYNAMIC INSTABILITY DOMAINS DETERMINATION IN PARAMETRIC SYSTEMS WITH LOW EXCITATION COEFFICIENT

Аннотация. Решается задача повышения эффективности и стабильности рабочего режима колебаний вибрационных машин. Рассматривается механическая система инерционного типа, в которой реализуются режимы многократного комбинационного параметрического резонанса. Показано, что для существования колебаний необходимо выполнение порогового условия возбуждения, которое зависит от трения в колебательной системе, коэффициентов возбуждения и собственной ча-



стоты колебаний маятников. Кроме того, использование упругой изотропной подвески для возбуждения круговых колебаний рабочего органа снижает порог возбуждения в два раза. Уменьшение коэффициента собственной частоты маятников в два раза снижает порог возбуждения в три раза.

Показано, что в механической системе реализуется синергетический эффект за счет взаимного стимулирования парциальных подсистем. Этот эффект достигается неустойчивостью положения равновесия динамической системы при выполнении условия параметрического резонанса. В зоне параметрического резонанса положение равновесия сохраняется, но оно неустойчиво. В граничной точке (точке бифуркации) положение равновесия теряет устойчивость, что приводит к самовозбуждению параметрических резонансных колебаний.

Приводятся результаты моделирования областей неустойчивости и амплитудно-частотных характеристик вибрационной машины с различным коэффициентом возбуждения и величин трения. Показано, что при малом коэффициенте возбуждения и увеличенном трении технологической нагрузки происходит расширение резонансных зон за счет малого трения на маятниках параметрического роторно-маятникового возбудителя.

Результаты исследований позволяют выработать конструкторско-технологические мероприятия для разработки и создания вибрационных машин технологического назначения со стабильным резонансным режимом работы.

Ключевые слова: резонансная зона, маятник, область неустойчивости, демпфирование, параметрический резонанс.

Abstract. The problem of improving the efficiency and stability of the operating mode of vibration machine vibrations. Is considered. The mechanical system of inertia type, with the combination of multiple modes of parametric resonance, is analyzed. It is shown that the existence of vibrations is possible with to satisfy the threshold condition of excitation, which depends on the friction in the oscillating system, the driving factors and the natural frequency of oscillation of the pendulum. In addition, the use of an isotropic elastic suspension for driving the circular working body vibrations reduces the excitation threshold two times, and a reduction ratio of own pendulum frequency halves the excitation threshold three times.

It is shown that a mechanical system realizes a synergistic effect due to mutual stimulation of partial subsystems. This effect is achieved by the instability of the equilibrium position of a dynamical system when the condition of parametric resonance is satisfied. In the zone of parametric resonance, the position of the equilibrium remains, but it is unstable. At the boundary point (the bifurcation point), the equilibrium position loses stability, which leads to self-excitation of parametric resonance oscillations.

The results of the simulation of the instability regions and amplitude-frequency characteristics of vibration machine with a different coefficient of friction values and excitation are given. It is shown that at low coefficients of co-stimulation and increased friction processing load, there is an expansion of the resonance zones due to the small friction in the pendulum of the parametric rotary pendulum pathogen.

The results allow to develop engineering and design activities for the development and creation of technological purpose vibration machines with a stable resonant mode of operation.

Keywords: resonance zone, pendulum, instability region, damping, parametric resonance.

Введение

В настоящее время вибрационные машины технологического назначения пользуются большим спросом и популярностью в различных отраслях промышленности. Наибольшее распространение эти машины получили в производстве тонкодисперсных материалов и нанопорошков.

Современные вибрационные измельчители, выпускаемые как в нашей стране, так и за рубежом, являются прогрессивным видом помольного оборудования. Однако существующая вибропомольная техника не удовлетворяет современным требованиям по производительности, стабильности, технологической эффективности и энергопотреблению.

Одним из наиболее эффективных способов решения указанных проблем является использование фундаментального явления резонанса. Но резонансные режимы работы при обычном резонансе вынужденных колебаний исполнительного органа вибромашины имеют очень низкую стабильность. Такое обстоятельство ограничивает практическое использование резонансных машин. Однако оригинальные результаты [1–4], полученные в ходе работ по возбуждению и стабилизации резонансных параметрических колебаний, дают возможность создания высокопроизводительных

энергосберегающих дробильно-измельчительных машин.

Постановка задачи

Как известно, параметрические колебания – это колебательные движения, возникающие в системе за счет периодического изменения одного из энергоемких параметров системы (жесткости или массы). Характерной чертой параметрических колебаний является то, что возбуждение не происходит, если колебательная система находится в положении равновесия. Однако при определенных отношениях собственной частоты колебаний к частоте возбуждения положение равновесия может оказаться неустойчивым, и сколь угодно малые возмущения могут вызвать параметрические колебания [5].

Как известно, параметрическое возбуждение возможно при соотношении частот [6]

$$\omega = \frac{2\omega_0}{n}, n = 1, 2, 3, \dots$$

Здесь ω , ω_0 – частота параметрического возбуждения и собственная частота колебаний системы (осциллятора) соответственно. При выполнении указанных соотношений возможно возникновение неограниченно возрастающих колебаний – параметрического резонанса. Однако легче всего параметрический резонанс возникает при $\omega = 2\omega_0$.



Необходимо отметить, что обычный резонанс вынужденных колебаний возникает только при частоте $\omega = \omega_0$, в то время как параметрический резонанс возбуждается вблизи частот $\omega = 2\omega_0, \omega = \omega_0, \omega = 2\omega_0/3, \dots$, то есть при бесчисленном множестве значений частоты ω параметрического возбуждения.

Одной из важнейших задач на этапе проектирования параметрически возбуждаемой вибрационной машины является расчет областей динамической неустойчивости (резонансных зон). В данной работе задачей является определение области динамической неустойчивости вибрационной машины на многократном комбинационном параметрическом резонансе, динамика которой рассмотрена в [7].

Роторно-маятниковый возбудитель 1 этой вибромашины состоит из набора отдельных одинаковых уравновешенных дисков 2 (рис. 1). В каждом диске образована пара незамкнутых беговых дорожек 3 кругового профиля, которые расположены симметрично относительно двух взаимно перпендикулярных его диаметров, а их центры смещены от оси вращения ротора в диаметрально противоположных направлениях на одинаковые расстояния $AB = l$.

На беговых дорожках размещены одинаковые уравновешенные тела качения (маятники) 4 массой m каждый с возможностью обкатки. Диски соединяются между собой в единую конструкцию так, что беговые дорожки одной пары повернуты вокруг оси ротора на угол $\gamma_0 = \pi/s$ относительно другой, где s – число дисков ($s = 2$). Ротор возбудителя содержит $N = 2s$ тел качения (маятников), расположенных попарно в параллельных плоскостях и имеющих массу m_0 , в собранном виде жестко закрепляется на приводном валу, который посредством подшипников устанавливается на рабочем органе 5 массой M_0 , имеющем две степени свободы: поступательное движение x, y по круговой траектории в плоскости вращения ротора в направлении координатных осей Ox, Oy . Рабочий орган 5 (например, корпус помольной камеры) связан с основанием 6 упругими элементами 7. Демпфер 8 моделирует трение от технологической нагрузки.

Система координат $Ax'y'z'$ с началом в центре масс ротора движется поступательно относительно неподвижной системы $Oxyz$. При этом плоскость $Ax'y'$ расположена в плоскости вращения ротора. В положении статического равновесия оси этих координатных систем совпадают.

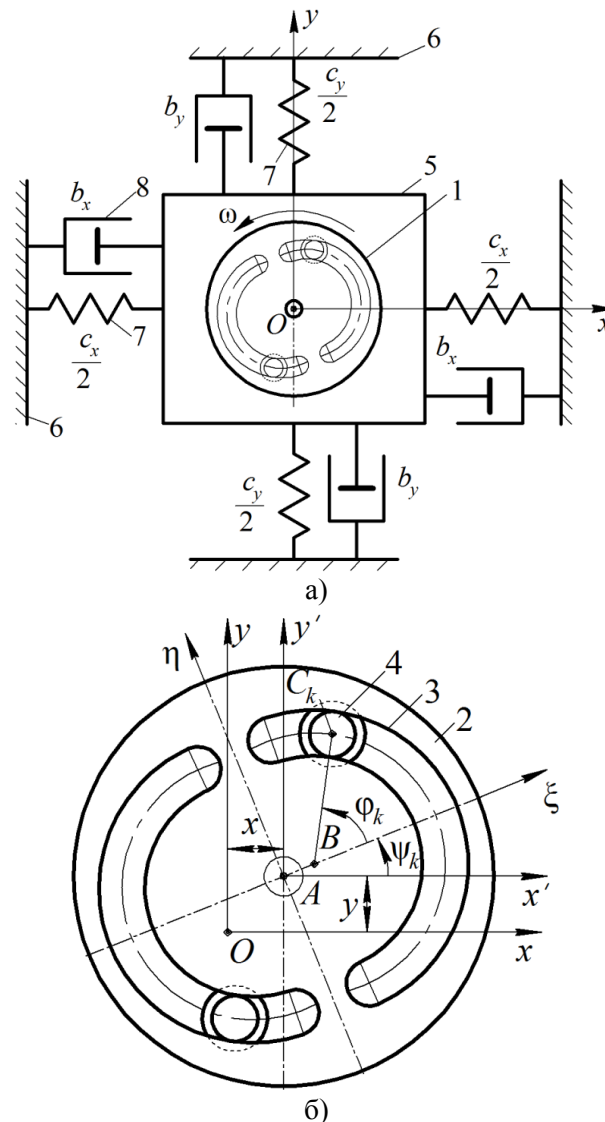


Рис. 1. Параметрически возбуждаемая механическая система

Методы исследования

Положение беговых дорожек определяется углами $\psi_k = \omega t + 2\pi k / N$ ($k = 1, 2, 3, 4; N = 4$ – число маятников), а положение маятников определяется углами $\phi_k = A_k \cos(\omega_1 \tau + \theta)$. Качания маятников на углы ϕ_k , а также перемещения x, y рабочего органа составляют степени свободы рассматриваемой механической системы. Эти величины принимаются за обобщенные координаты системы.

При равномерном вращении роторно-маятникового возбудителя на движения маятников накладываются нестационарные связи. При этом уравнениями

$$x_{c_k} = x + l \cos \psi_k + \rho_c \cos(\psi_k + \phi_k),$$

$$y_{c_k} = y + l \sin \psi_k + \rho_c \sin(\psi_k + \phi_k)$$

описываются все наложенные на представленную систему голономные связи, которые явно содер



жат периодические функции времени периода $2\pi/\omega$. Здесь x_{c_k} , y_{c_k} – координаты центра тяжести k -го маятника, $\rho_c = BC_k$ (рис. 1).

При поступательном движении по круговой траектории в направлении координатных осей Ox , Oy рабочий орган преодолевает силы упругости упругой нелинейной изотропной подвески, характеристики которой задаются в виде

$$F_x = c_x x + c_{1x} x^3, F_y = c_y y + c_{1y} y^3,$$

где $c_x = c_y = c$ – суммарная жесткость упругих элементов в направлении осей x , y соответственно, $c_{1x} = c_{1y} = c_1$ – коэффициент нелинейности упругих восстанавливающих сил в соответствующих направлениях.

Кроме сил упругости рабочий орган преодолевает диссипативные силы (силы сопротивления), характеристики которых задаются в виде

$$R_x = (b_x + b_{1x} x^2) \dot{x}, R_y = (b_y + b_{1y} y^2) \dot{y},$$

при этом маятники испытывают сопротивление пропорциональное относительной угловой скорости обкатки $\dot{\varphi}_k$:

$$R_x = (b_x + b_{1x} x^2) \dot{x}, R_y = (b_y + b_{1y} y^2) \dot{y},$$

$$R_{\varphi_k} = (\alpha + \alpha_1 \varphi_k^2) \dot{\varphi}_k, k = 1, 2, \dots, N,$$

где $b_x = b_y = b$, α – коэффициенты линейного демпфирования, $b_{1x} = b_{1y} = b_1$, α_1 – коэффициенты нелинейного демпфирования.

Составив выражения для кинетической, потенциальной энергий, диссипативной функции Релея и воспользовавшись уравнением Лагранжа второго рода, запишем дифференциальные уравнения движения представленной вибромашины:

$$\ddot{\varphi}_k + v^2 \tilde{\omega}^2 \varphi_k = v^2 [\ddot{x} (\sin \tilde{\psi}_k + \varphi_k \cos \tilde{\psi}_k - \frac{1}{2} \varphi_k^2 \sin \tilde{\psi}_k) - \ddot{y} (\cos \tilde{\psi}_k - \varphi_k \sin \tilde{\psi}_k - \frac{1}{2} \varphi_k^2 \cos \tilde{\psi}_k)] + \beta_1 v^2 \tilde{\omega}^2 \varphi_k^3 - 2(\tilde{n}_0 + \tilde{h}_0 \varphi_k^2) \dot{\varphi}_k,$$

$$\ddot{\tilde{x}} + \tilde{x} = \mu_0 \sum_{k=1}^N [(\ddot{\varphi}_k - \tilde{\omega}^2 \varphi_k) \sin \tilde{\psi}_k + 2\tilde{\omega} \dot{\varphi}_k \cos \tilde{\psi}_k - \frac{1}{2} \tilde{\omega}^2 \varphi_k^2 \cos \tilde{\psi}_k + \varphi_k \ddot{\varphi}_k \cos \tilde{\psi}_k - 2\tilde{\omega} \varphi_k \dot{\varphi}_k \sin \tilde{\psi}_k + \dot{\varphi}_k^2 \cos \tilde{\psi}_k - \frac{1}{2} \varphi_k^2 \ddot{\varphi}_k \sin \tilde{\psi}_k + \frac{1}{6} \tilde{\omega}^2 \varphi_k^3 \sin \tilde{\psi}_k - \tilde{\omega} \dot{\varphi}_k \varphi_k^2 \cos \tilde{\psi}_k - \varphi_k \dot{\varphi}_k^2 \sin \tilde{\psi}_k] - \beta_2 \tilde{x}^3 - 2(\tilde{n} + \tilde{h} \tilde{x}^2) \dot{\tilde{x}},$$

$$\ddot{\tilde{y}} + \tilde{y} = \mu_0 \sum_{k=1}^N [(-\ddot{\varphi}_k + \tilde{\omega}^2 \varphi_k) \cos \tilde{\psi}_k + 2\tilde{\omega} \dot{\varphi}_k \sin \tilde{\psi}_k - \frac{1}{2} \tilde{\omega}^2 \varphi_k^2 \sin \tilde{\psi}_k + \varphi_k \ddot{\varphi}_k \sin \tilde{\psi}_k + 2\tilde{\omega} \varphi_k \dot{\varphi}_k \cos \tilde{\psi}_k + \dot{\varphi}_k^2 \sin \tilde{\psi}_k + \frac{1}{2} \varphi_k^2 \ddot{\varphi}_k \cos \tilde{\psi}_k - \frac{1}{6} \tilde{\omega}^2 \varphi_k^3 \cos \tilde{\psi}_k - \tilde{\omega} \dot{\varphi}_k \varphi_k^2 \sin \tilde{\psi}_k + \varphi_k \dot{\varphi}_k^2 \cos \tilde{\psi}_k] - \beta_2 \tilde{y}^3 - 2(\tilde{n} + \tilde{h} \tilde{y}^2) \dot{\tilde{y}}, \quad (1)$$

где $k = 1, 2, \dots, N$, $N=4$, $\tilde{x} = x/l$, $\tilde{y} = y/l$ – безразмерные координаты, $\tau = \lambda_2 t$ – безразмерное время, $\lambda_2 = \sqrt{c/M_0}$ – собственная частота рабочего органа, $\mu_0 = m\rho_c / Ml$, $\tilde{n}_0 = n_0 / \lambda_2$, $\tilde{n} = n / \lambda_2$ – безразмерные коэффициенты линейного демпфирования, $\tilde{h}_0 = h_0 / \lambda_2$, $\tilde{h} = h / \lambda_2$ – безразмерные коэффициенты нелинейного демпфирования, $\beta_1 = 1/6$, $\beta_2 = \gamma l^2$ – коэффициент нелинейности упругих восстанавливающих сил, $\tilde{\omega} = \omega / \lambda_2$ – безразмерная частота параметрического возбуждения, $v^2 = m\rho_c l / J_B$ – безразмерный параметр, определяющий собственную частоту качаний маятников во вращающейся системе координат, $\gamma = c_1 / c$. Здесь $M = M_0 + m_0 + Nm$ – общая масса системы, $n_0 = \alpha / 2J_B$, $n = b / 2M$, $h_0 = \alpha_1 / (2J_B)$, $h = b_1 / (2M)$. Точка обозначает дифференцирование по τ .

Примем во внимание, что множитель μ_0 можно записать в виде $\mu_0 = 2\varepsilon / (Nv^2)$, где $\varepsilon = v^2 N \mu_0 / 2 = v^2 N m \rho_c / (2Ml)$ – коэффициент, пропорциональный отношению общей массы осцилляторов качения к массе всей системы (коэффициент возбуждения). Он определяет существование параметрических резонансных колебаний. Причем чем больше его значение, тем легче возбуждение. Однако с ростом коэффициента возбуждения возрастают инерционные нагрузки на подшипниковые узлы привода, поэтому задача сводится к тому, чтобы как можно меньшей массой маятников раскатать массивный рабочий орган. Слишком малая масса маятников не приведет к возбуждению колебаний, а слишком большая – снизит КПД машины. Расчет областей неустойчивости (резонансных зон) позволит подобрать оптимальные характеристики и параметры механической системы, обеспечивая 100 % выход вибрационной машины на многократный комбинационный параметрический резонанс.

Рассматриваются области динамической неустойчивости стационарного режима работы вибромашины на комбинационном параметриче-



ском резонансе. Колебания в системе (1) возбуждаются на частотах ω_1 и ω_2 , связанных с частотой параметрического возбуждения $\tilde{\omega}$ суммарным соотношением

$$\tilde{\omega} = \omega_1 + \omega_2, \quad (2)$$

где $\omega_1 \approx \lambda_1 = v\tilde{\omega}$, $\omega_2 \approx \lambda_2 = 1 - v$ – частоты генерации маятников во вращающейся системе координат и рабочего органа соответственно. С помощью приемов метода усреднения [8, 9] получены уравнения для определения амплитуд и частот с учетом того, что (2) имеет вид $\tilde{\omega} = (1 + \Delta)/(1 - v)$:

$$\Delta = \frac{3}{8} \left[\beta_2 \left(\frac{1 + \Delta}{1 - v} - \omega_1 \right) A^2 - \beta_1 \omega_1 A_0^2 \right] - \Delta_{2\beta} \pm \pm (2\tilde{n}u + \tilde{n}_0 u_0 u_1) \sqrt{\frac{\varepsilon \left(\frac{1 + \Delta}{1 - v} - \omega_1 \right)^3 \left(1 - \frac{1}{8} A_0^2 \right)^2}{4\tilde{n}_0 n u_0 u \omega_1}} - 1, \quad (3)$$

$$\omega_1 = \left(\frac{v(1 + \Delta)}{1 - v} + \frac{\tilde{n}_0 u_0 u_1}{\tilde{n}u} \Delta_{2\beta} \right) / \left(1 + \frac{3}{8} \beta_1 A_0^2 \right). \quad (4)$$

Здесь $\Delta = \tilde{\omega} - (v\tilde{\omega} + 1)$, расстройка частоты параметрического возбуждения относительно суммы собственных частот:

$$\Delta_{2\beta} = \omega_2 - 1 - \frac{3}{8} \beta_2 \omega_2 A^2, \quad u_0 = 1 + \frac{1}{4} h_0^* A_0^2, \\ u = 1 + \frac{1}{4} h^* A^2, \quad u_1 = \left(1 - \frac{3}{8} A_0^2 \right) / \left(1 - \frac{1}{8} A_0^2 \right), \\ h_0^* = \tilde{h}_0 / \tilde{n}_0, \quad h^* = \tilde{h} / \tilde{n}, \quad h_0^* = \tilde{h}_0 / \tilde{n}_0, \quad h^* = \tilde{h} / \tilde{n}.$$

Отметим, что уравнения (3), (4), в свою очередь, получены из уравнений первого приближения [7].

Устойчивость системы определяется связанными между собой параметрами ε , v , ω , \tilde{n}_0 , \tilde{n} . Анализ уравнения (3) показывает, что необходимым условием существования колебаний является выполнение неравенства

$$\varepsilon \omega_2^3 \left(1 - \frac{1}{8} A_0^2 \right)^2 - 4\tilde{n}_0 \tilde{n} u_0 u \omega_1 \geq 0. \quad (5)$$

Тогда максимальная амплитуда определяется

$$\left(A_0^{\max} \right)^2 = 4 \left(1 - \sqrt{\frac{4\tilde{n}_0 \tilde{n} u_0 u \omega_1}{\varepsilon \omega_2^3}} \right). \quad (6)$$

Из (6) следует, что максимальные амплитуды зависят от коэффициента возбуждения ε , а также от линейного и нелинейного демпфирования. Положительные значения амплитуды имеют место при удовлетворении условия

$$\sqrt{\frac{4\tilde{n}_0 \tilde{n} u_0 u \omega_1}{\varepsilon \omega_2^3}} < 1,$$

которое можно записать через коэффициент возбуждения:

$$\varepsilon > \frac{4\tilde{n}_0 \tilde{n} u_0 u \omega_1}{\omega_2^3}. \quad (7)$$

Выражение (5) удовлетворяется тогда, когда при линейном демпфировании выполняется пороговое условие возбуждения многократного комбинационного параметрического резонанса. При точной настройке на комбинационный параметрический резонанс $\tilde{\omega} = v\tilde{\omega} + 1$, где $\omega_1 \approx v\tilde{\omega}$, $\omega_2 \approx 1$ оно примет вид

$$\varepsilon > \frac{4v\tilde{n}_0 \tilde{n}}{1 - v}. \quad (8)$$

Из (8) видно, что с увеличением параметра v , который может принимать значения $0 < v < 1$, коэффициент возбуждения необходимо повышать, увеличивая массу маятников или уменьшая массу рабочего органа вибромашины. Так, коэффициент возбуждения уменьшается в 3 раза при переходе от $v = 0,5$ к $v = 0,25$. Поэтому в дальнейших расчетах принимаем $v = 0,25$. Кроме того, использование упругой изотропной подвески позволяет снизить коэффициент возбуждения в два раза по сравнению с однонаправленной упругой системой [7].

Для численного определения областей неустойчивости можно пользоваться различными методами, например QR-алгоритмом [10]. Он основан на численном определении собственных значений матрицы коэффициентов системы уравнений первого приближения. Этот метод неэкономичен с точки зрения производительных затрат машинного времени. В настоящей работе области неустойчивости определяются решением уравнений (3), (4) при помощи ЭВМ с применением современного программного продукта *MathLab*, что позволяет выполнить расчет с высокой точностью.

Анализ результатов

На рис. 2 приведены результаты численного моделирования областей неустойчивости при изотропном закреплении рабочего органа вибромашины с учетом нелинейного демпфирования для случая малого коэффициента возбуждения $\varepsilon = 0,01$ и оптимального параметра $v = 0,25$. По оси абсцисс отложены значения безразмерной частоты параметрического возбуждения $\tilde{\omega}$, а по оси ординат – безразмерный коэффициент \tilde{n}_0 демпфирования маятников. Области неустойчивости построены для случая изотропной упругой системы, когда $\omega_x = \omega_y = \omega_2$, $\tilde{n}_x = \tilde{n}_y = \tilde{n}$. Области неустойчивости заштрихованы.

Анализ областей неустойчивости показывает, что увеличение коэффициента \tilde{n} демпфирования рабочего органа при малых значениях ко-



эфициента \tilde{n}_0 демпфирования маятников приводит к расширению областей неустойчивости при малом коэффициенте возбуждения. В сравнении с [10] (рис. 3), где $\varepsilon = 0,04$, коэффициент возбуждения в 4 раза меньше, поэтому исследование областей неустойчивости при $\varepsilon = 0,01$ и с учетом нелинейного демпфирования представляет особый интерес, практическую ценность и восполняет пробелы предшествующих исследований.

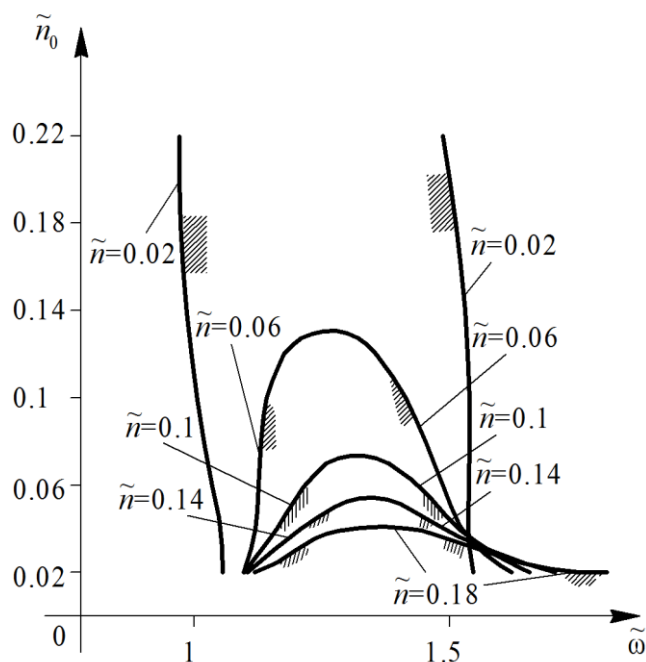


Рис. 2. Области неустойчивости на плоскости параметров $(\tilde{\omega}, \tilde{n}_0)$ при $\omega_x = \omega_y$, $\varepsilon = 0,01$, $\tilde{h}_0 = \tilde{h} = 0,04$

Анализ результатов показывает, что ширина резонансных зон зависит от распределения конструктивного (модального) демпфирования по двум подсистемам (маятников и рабочего органа). Увеличение коэффициента демпфирования \tilde{n} рабочего органа при малых значениях коэффициента демпфирования \tilde{n}_0 маятников приводит к расширению области неустойчивости, увеличивая зону резонансного режима работы вибромашины. В этом случае при изменении технологической нагрузки самопроизвольного выхода машины из резонансного режима работы не произойдет, чего нельзя сказать о машинах, работающих в режиме обычных вынужденных колебаний [11, 12]. Важно отметить, что уменьшение трения на маятниках легко реализуется на практике за счет конструкторско-технологических мероприятий, а именно снижения массы маятников и коэффициента трения. Первое мероприятие достигается использованием изотропной упругой подвески. Второе –

использованием высокооборотных материалов, соответствующей термической обработке маятников и диска роторно-маятникового возбудителя. Кроме того, предпочтительнее [13] использование роторно-маятникового возбудителя в виде приводного вала, получающего вращения от вынесенного из колебательной системы электродвигателя.

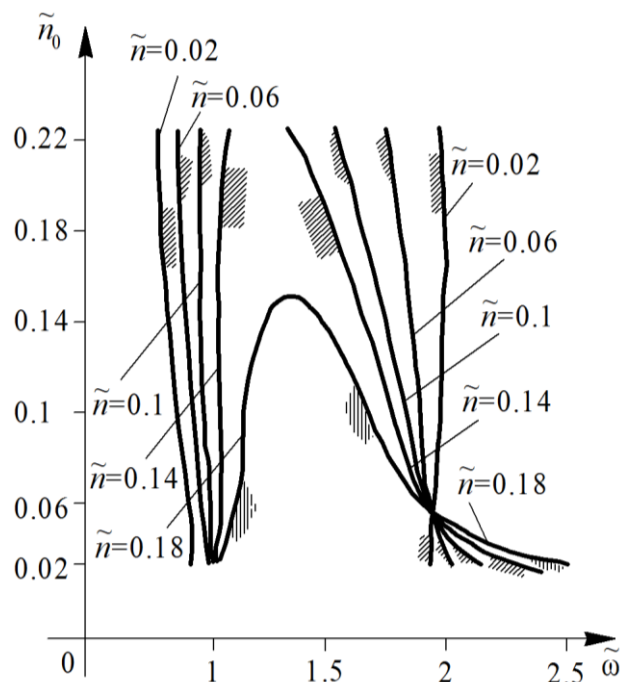


Рис. 3. Области неустойчивости на плоскости параметров $(\tilde{\omega}, \tilde{n}_0)$ при $\omega_x = \omega_y$, $\varepsilon = 0,04$, $\tilde{h}_0 = \tilde{h} = 0$

Резонансные кривые представлены на рис. 4 в виде зависимостей амплитуды колебаний рабочего органа и маятников от частоты параметрического возбуждения $\tilde{\omega}$.

Все кривые построены с коэффициентом частоты $\nu = 0,25$, коэффициентом возбуждения $\varepsilon = 0,01$ и различными значениями линейного и нелинейного трения. Резонансная кривая 1 соответствует комбинационному резонансу, при настройке $\tilde{n}_0 = \tilde{n} = 0,03$, $\tilde{h}_0 = 0,07$, $\tilde{h} = 0,05$, $\beta_1 = 1/6$, $\beta_2 = 0,15$. Кривая 2 соответствует случаю, когда $\tilde{n}_0 = \tilde{n} = 0,03$, $\tilde{h}_0 = \tilde{h} = 0,06$, $\beta_1 = 1/6$, $\beta_2 = 0$. Резонансная кривая 3 построена для величин $\tilde{n}_0 = 0,03$, $\tilde{n} = 0,18$, $\tilde{h}_0 = 0,03$, $\tilde{h} = 0,07$, $\beta_1 = 1/6$, $\beta_2 = 0$.

Приведем анализ полученных результатов. Внутри интервала $\tilde{\omega}^{(1)} < \tilde{\omega} < \tilde{\omega}^{(2)}$ резонансной кривой 1, где $\tilde{\omega}^{(1)}$, $\tilde{\omega}^{(2)}$ – граничные точки области неустойчивости системы (1), состояние равновесия неустойчиво. Точка $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}^{(1)}$ является точкой

перехода из положения равновесия в положение неравновесного состояния – область динамической неустойчивости [14] (резонансная зона параметрических колебаний). Амплитуда этих колебаний изменяется вдоль верхней ветви резонансной кривой. В точке A_1 этой кривой колебания теряют устойчивость, и происходит их срыв. При движении в обратном направлении, начиная с больших значений $\tilde{\omega}$, параметрические колебания можно возбудить в диапазоне $\tilde{\omega}^{(2)} < \tilde{\omega}$ только путем жесткого ударного возбуждения. Для этого необходим толчок величиной, превосходящей значение амплитуды нижней (штриховой) ветви резонансной кривой. Граничные точки $\tilde{\omega}^{(1)} = 1,06$, $\tilde{\omega}^{(2)} = 1,55$ определяются из уравнений (3) и (4) при $A = A_0 = 0$. Верхняя ветвь резонансной кривой 1, изображенной сплошной линией, является устойчивой, а нижняя (штриховая) – неустойчивой. Наклон резонансной кривой характеризует коэффициент нелинейности упругих восстанавливающих сил β_2 (для кривой 1 $\beta_2 = 0,15$). Изменение этого коэффициента приводит к изменению наклона резонансных кривых, вплоть до наклона в противоположную сторону (при $\beta_2 < 0$).

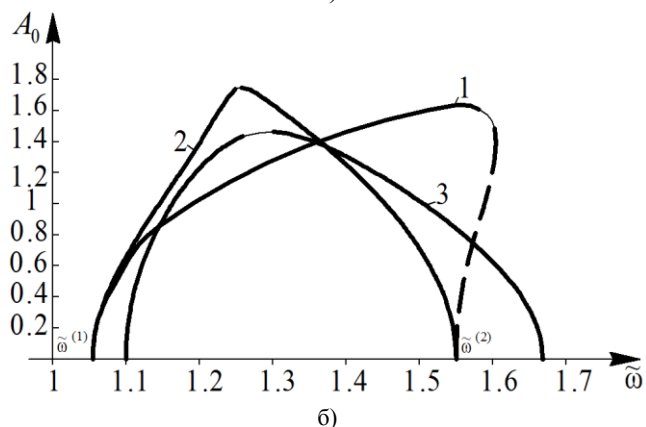
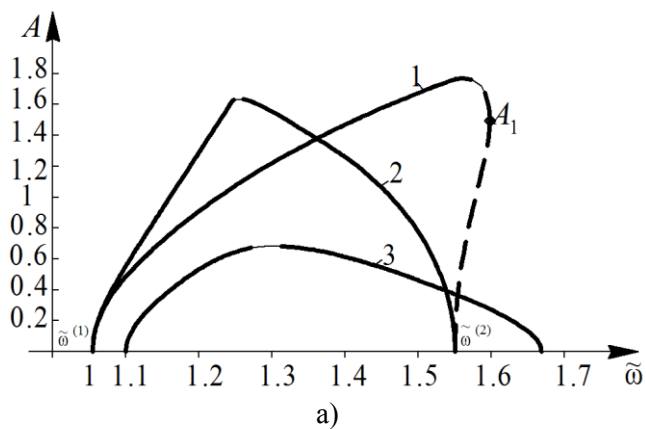


Рис.4. Амплитудно-частотная характеристика рабочего органа и маятников

В случае малогистерезисной линейной упругой системы ($\beta_2 = 0$) резонансные кривые 2, 3 для амплитуд A и A_0 в окрестности частоты возбуждения $\tilde{\omega} = 1,3$, соответствующей точной настройке на комбинационный параметрический резонанс ($\tilde{\omega} = \nu\tilde{\omega} + 1$, $\nu = 0,25$), представляют собой плавные кривые. Они не имеют характерного пикового значения, присущего высокодобротным колебательным системам при обычном резонансе вынужденных колебаний.

Из рис. 4, а, б (резонансные кривые 2, 3) видно, что шестикратное увеличение \tilde{n} линейного демпфирования рабочего органа и увеличение коэффициента \tilde{h} нелинейного демпфирования рабочего органа при одинаковых малых значениях коэффициента \tilde{n}_0 линейного демпфирования маятников приводит к сдвигу и расширению резонансной зоны. Причем амплитуда колебаний рабочего органа снижается всего лишь в 2,5 раза, тогда как при обычном резонансе вынужденных колебаний линейной системы [15] амплитуда колебаний уменьшается тоже в шесть раз, а наличие демпфирования всегда уменьшает резонансную область.

Заключение

Анализ областей динамической неустойчивости и амплитудно-частотных характеристик показывает, что на рабочий резонансный режим работы вибромашины существенное влияние оказывает трение на маятниках в роторно-маятниковом возбудителе и в упругой системе рабочего органа. При вынужденных колебаниях трение линейно уменьшает их амплитуду. В случае многократного комбинационного параметрического резонанса амплитуда колебаний рабочего органа менее зависима от трения за счет увеличения амплитуды колебаний маятников. При этом частота колебаний рабочего органа в резонансной зоне остается постоянной. Амплитуда плавно нарастает по экспоненциальному закону по мере увеличения частоты вращения роторно-маятникового возбудителя в пределах резонансной зоны, и исчезает при значении правой граничной точки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Антипов В.И., Денцов Н.Н., Кошелев А.В. Энергетические соотношения в вибрационной машине на многократном комбинационном параметрическом резонансе // Вестник Нижегород. гос. ун-та им. Н.И. Лобачевского. 2013. № 5. С. 188–194.
2. Кошелев А.В. Эффективность вибрационной измельчительной машины с параметрическим



- возбуждением // Вестник Машиностроения. 2016. – №5. – с. 27–32.
3. Пат. № 2604005 Рос. Федерация. Вибрационная измельчительная машина / А.В. Кошелев, А.А. Ермолаев. Бюл. № 34.
 4. Пат. № 2532235 Рос. Федерация. Вибрационная транспортирующая машина / В.И. Антипов, Р.И. Антипова, А.В. Кошелев, Н.Н. Денцов. Бюл. № 30.
 5. Шмидт Г. Параметрические колебания. М. : Мир, 1978. 336 с.
 6. Ильин М.М., Колесников К.С., Саратов Ю.С. Теория колебаний. М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. 272с.
 7. Антипов В.И., Денцов Н.Н., Кошелев А.В. Динамика параметрически возбуждаемой вибрационной машины с изотропной упругой системой // Фундаментальные исследования. 2014. № 8. Ч. 5. С. 1037–1042.
 8. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М. : Наука, 1974. 504 с.
 9. Ланда П.С. Автоколебания в системах с конечным числом степеней свободы. М. : Наука, 1980. 360 с.
 10. Антипов В.И. Динамика вибрационных машин с параметрическим возбуждением // Автореф. ... д-ра. техн. наук. Нижний Новгород, Изд-во НГТУ, 2001. 38 с.
 11. Гончаревич И.Ф. Вибрация – нестандартный путь. М. : Наука, 1986. 209 с.
 12. Динамика машин и управление машинами : справочник / под ред. Крейнина Г.В. М. : Машиностроение, 1988. 239 с.
 13. Вибрация в технике : справочник. Т.4. Вибрационные процессы и машины / под ред. Э.Э. Лавендела. М. : Машиностроение, 1981. 509 с.
 14. Гукенхеймер Дж., Холмс Ф. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей. Москва-Ижевск : ИКИ, 2002.
 15. Блехман И.И. Вибрационная механика. М. : Физматлит, 1994. 400 с.

УДК 66.023

Трутаев Станислав Юрьевич,
к. т. н., заведующий отделом инновационных разработок,
АО «ИркутскНИИХиммаш»,
тел. 8(3952)410-336, e-mail: stas@himmash.irk.ru

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕМПИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ ВЯЗКОГО ТРЕНИЯ НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ СТЕНДОВЫХ ИСПЫТАНИЙ

S. Yu. Trutaev

MATHEMATICAL MODELING OF VISCOUS FRICTION DAMPER DEVICES ON THE BASIS OF THE BENCH TESTING RESULTS

Аннотация. Продемонстрированы разработки АО «ИркутскНИИХиммаш» в области создания демпфирующих устройств вязкого трения для обеспечения промышленной безопасности оборудования, эксплуатируемого в условиях интенсивных динамических воздействий. Отмечена возможность обеспечения промышленной безопасности динамически нагруженного оборудования на основе применения дискретных демпфирующих связей вязкого или сухого трения. Показана принципиальная конструкция разработанного и внедренного в промышленную эксплуатацию демпфирующего устройства вязкого трения мембранного типа, обладающего высокой чувствительностью к вибрациям малых амплитуд, а также возможностью варьирования демпфирующих свойств в широком диапазоне. Рассмотрены подходы к интерпретации работы реальных демпфирующих устройств вязкого трения с использованием обобщенных моделей Максвелла и Кельвина - Фойгта по результатам стендовых испытаний. В частности, показана возможность идентификации искомых параметров математической модели демпфирования на основе применения методов оптимального проектирования конструкций. При этом отмечена возможность использования в качестве минимизируемой целевой функции суммы квадратов невязок между экспериментально измеренной силой демпфирования и силой демпфирования, рассчитанной по принятой математической модели. Продемонстрировано разработанное специализированное программное обеспечение, реализующее решение задачи идентификации параметров моделей демпфирования для различного сочетания обобщенных моделей Кельвина - Фойгта и Максвелла с общим количеством целей до 10. При этом в качестве базового алгоритма поиска оптимума принят метод прямого сканирования по сетке с последовательным уменьшением зоны поиска.

Ключевые слова: опасный производственный объект, динамическое воздействие, вибрация, сейсмика, демпфирование, демпфер вязкого трения, метод конечных элементов, идентификация, модель Максвелла, модель Кельвина - Фойгта.

Abstract. The article presents the results of work of JSC "IrkutskNIHimmash" in the field of developing viscous friction dampers. They provide the industrial safety of equipment used under the intensive dynamic impact. The possibility of ensuring industrial safety of dynamically loaded equipment based on the use of discrete damping bonds of viscous or dry friction is noted. The principal design of a viscous friction damping device of membrane type developed and introduced into commercial operation, which has a high sensitivity to vibrations of small amplitudes, as well as the possibility of varying the damping properties in a wide range is shown. The approaches to interpretation of work of the real viscous friction damping devices based on the results of bench testing with the help of generalized Maxwell and Kelvin-Voigt models are considered in the article. In particular, the possibility of identification of the required parameters of damping mathematical model on the basis of the methods of structures optimal design is shown. Besides, it is noted that it is possible