



УДК 621:534;833; 888.6, 629.4.015;02, 62.752

DOI: 10.26731/1813-9108.2018.2(58).27-34

С. В. Елисеев, Р. С. Большаков, А. В. Николаев

Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

Дата поступления: 15 мая 2018 г.

НЕУДЕРЖИВАЮЩИЕ СВЯЗИ ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ЭЛЕМЕНТОВ СИСТЕМ: ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ СВЯЗЕЙ

Аннотация. Рассматриваются особенности динамических взаимодействий составных твёрдых тел, работающих в структуре механических колебательных систем, при периодических внешних возмущениях.

Цель исследования заключается в разработке метода построения математических моделей, которые могли бы обеспечить оценку динамических состояний составных твёрдых тел с неудерживающими связями в контактах.

Используются подходы структурного математического моделирования, в рамках которого расчётной схеме технического объекта в виде механической колебательной системы сопоставляется структурная схема эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления. Предложена и разработана технология определения статических и динамических реакций связей в характерных точках соединения элементов системы. Для определения реакций связей используются передаточные функции системы. Исследованы возможные случаи нагружения системы при кинематических возмущениях со стороны опорных поверхностей, предложены аналитические соотношения, определяющие критические или предельные состояния. Рассмотрены возможные случаи внешних вибрационных нагружений, в том числе при одновременном действии двух внешних возмущений. Сформирована концепция получения предельных состояний, параметры которых определяются условиями внешних возмущений и введением дополнительных связей.

Ключевые слова: неудерживающие связи, статические и динамические реакции связей, передаточные функции, нарушение связей, предельные частоты.

S. V. Eliseev, R. S. Bol'shakov, A. V. Nikolaev

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

Received: May 15, 2018

UNILATERAL CONSTRAINTS IN THE INTERACTIONS OF THE SYSTEM ELEMENTS: ESTIMATION OF DYNAMIC RESPONSES OF CONSTRAINTS

Abstract. The paper considers the features of dynamical interactions of compound solid bodies in the structure of mechanical oscillation systems at periodical external disturbances. The purpose of the research is to develop a method of constructing mathematical models which could estimate the dynamic conditions of compound solid bodies with unilateral constraints in the contacts. The article uses approaches of structural mathematical modeling, within which a structural scheme of a dynamically equivalent automatic control system is compared to a design scheme of a technical object in the form of a mechanical oscillatory system. The authors offer and develop a technology of identification of static and dynamic responses at the specific connection points of system elements. To identify the constraint responses, transfer functions of the system are used. The paper investigates possible cases of the system loading at kinematical disturbances from the side of the bearing surface. It offers analytical ratios for critical or limiting conditions.

The authors consider possible cases of external vibration loadings including simultaneous action of two external disturbances. The concept of obtaining limiting states is formed. Parameters of these states are identified by the conditions of external disturbances and introduction of additional constraints.

Keywords: unilateral constraints, static and dynamic responses of constraints, transfer functions, disruption of constraints, limiting frequencies.

Введение

Динамические взаимодействия элементов технологических и транспортных машин достаточно разнообразны и находят отражение в решении многих задач динамики, в частности в задачах вибрационной защиты и виброизоляции машин, приборов и аппаратуры [1, 2]. В качестве расчетных схем технических объектов машиностроения, работающих в условиях интенсивного динамического нагружения, чаще всего используются меха-

нические колебательные системы с сосредоточенными параметрами. Динамика таких систем, если иметь в виду их линейные интерпретации, нашла отражение в работах [3, 4]. Вместе с тем, взаимодействия элементов систем как таковых предполагают возможности учёта различных форм связности движений в их контактах между собой. Особенности взаимодействия контактирующих элементов при неудерживающих связях можно отнести к актуальным научно-техническим проблемам



теоретических и прикладных направлений современного машиноведения [5–7].

В частности, к числу актуальных относятся вопросы взаимодействия контактирующих элементов при наличии неудерживающих связей при рассмотрении задач динамики в контакте колесо – рельс подвижного состава железнодорожного транспорта, обеспечения надёжности работы узлов, коллекторных электрических двигателей, а также – в реализациях вибрационных технологических процессов и др. [8–10]. Многие задачи динамических взаимодействий при неудерживающих связях контактирующих элементов в динамике механических колебательных систем нашли отражение в работах [4, 11, 12], связанных с разработкой технологий вибрационного транспортирования, классификации сыпучих сред и технологий модификации поверхностных свойств материалов. Вместе с тем, при всей развитости теоретических подходов и создании математических моделей взаимодействия элементов с неудерживающими связями, ряд вопросов, в частности оценка динамических реакций связей в двухсторонних контактах взаимодействующих элементов, ещё не получил должной степени детализации представлений об условиях ненарушения условий совместности движения элементов, хотя ряд проблем в этом направлении получил рассмотрение в работах [13, 14].

В предлагаемой статье развивается новый подход к формированию методологического базиса в решении задач динамики контактных взаимодействий элементов механических колебательных систем с учётом соотношения реакций динамических связей, возникающих при вынужденных колебаниях механических колебательных систем.

Некоторые общие положения

Одной из простейших математических моделей, на основе которых можно было бы оценить особенности формирования условий и форм проявления неудерживающих связей, является механическая колебательная система с одной степенью

свободы (рис. 1), в которой твёрдое тело массой m состоит из двух частей m_1 и m_2 , соприкасающихся по некоторой линии контакта. Система имеет две опорные поверхности I и II (рис. 1) с заданными функциями гармонического движения $z_1(t)$ и $z_2(t)$. Общая масса рассматриваемого твёрдого тела (объекта, динамическое состояние которого оценивается) определяется условием

$$m = m_1 + m_2. \quad (1)$$

Система имеет также два упругих элемента с жесткостями k_1 и k_2 , образующих колебательную структуру, как показано на рис. 1.

Под действием внешних кинематических возмущений $z_1(t)$, $z_2(t)$ система совершает малые колебания относительно положения статического равновесия. Предполагается, что система не имеет предварительного поджатия пружин. Принципиальная схема системы (рис. 1) имеет характерные точки $(A) \div (A_3)$, которые определяют места соединения упругих и инерционных элементов системы, а также – соединения с опорными поверхностями I и II .

При контактном давлении в зоне соприкосновения элементов m_1 и m_2 , система движется, как система с одной степенью свободы. Уравнение движения системы во временной области имеет вид

$$my'' + (k_1 + k_2)y = k_1z_1(t) + k_2z_2(t). \quad (2)$$

После преобразования Лапласа при нулевых начальных условиях [4, 5] исходная система трансформируется к виду

$$\bar{y}mp^2 + \bar{y}(k_1 + k_2) = k_1\bar{z}_1 + k_2\bar{z}_2, \quad (3)$$

где $p = j\omega$ – комплексная переменная; значок « $\bar{}$ » над переменной означает её изображение по Лапласу.

Структурная математическая модель системы, в виде структурной схемы эквивалентной в динамическом отношении системы автоматического управления, приведена на рис. 2.

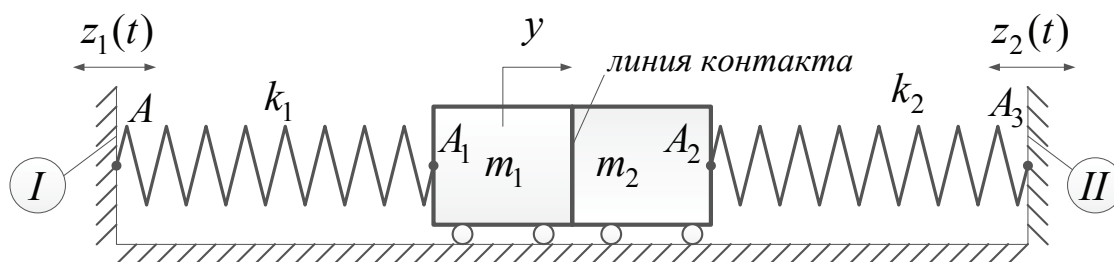


Рис. 1. Принципиальная схема технического объекта с твёрдым телом массой m , состоящим из двух элементов m_1 и m_2 , при неудерживающих связях

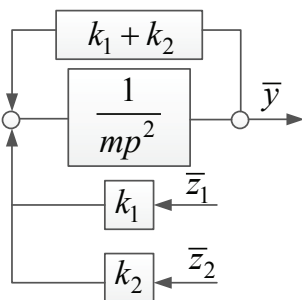


Рис. 2. Структурная схема (структурная математическая модель системы по рис. 1)

Используя структурную схему на рис. 2, запишем передаточные функции системы:

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}_1} = \frac{k_1}{mp^2 + k_1 + k_2}, \quad (4)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}_2} = \frac{k_2}{mp^2 + k_1 + k_2}. \quad (5)$$

Для учёта одновременного действия двух силовых факторов (на основе принципа суперпозиции) введём понятие о связности внешних воздействий, что предполагает возможность выполнения условия

$$\bar{z}_2 = \alpha \bar{z}_1, \quad (6)$$

где α – коэффициент связности внешних воздействий (α может принимать положительные, отрицательные и нулевые значения).

При одновременном действии двух внешних кинематических возмущений передаточная функция системы принимает вид:

$$W_3(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}} = \frac{k_1 + \alpha k_2}{mp^2 + k_1 + k_2}. \quad (7)$$

Задача исследования заключается в разработке метода построения математической модели для оценки особенностей взаимодействия контактирующих элементов с учётом возникающих динамических реакций связей в характерных точках исходной системы.

Математическая модель контактных взаимодействий

1. Используя технологии определения динамических реакций, представленные в работе [15], запишем, что

$$|\bar{R}_A| = |\bar{R}_{A1}|, |\bar{R}_{A2}| = |\bar{R}_{A3}|. \quad (8)$$

В свою очередь, с учётом выражений для определения передаточных функций (4), (5)

$$\bar{R}_{A1} = k_1 \bar{y} = k_1 \cdot W_1(p) \cdot \bar{z}_1 = \frac{k_1^2 \cdot \bar{z}_1}{mp^2 + k_1 + k_2}, \quad (9)$$

$$\bar{R}_{A2} = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot \bar{z}_1}{mp^2 + k_1 + k_2}. \quad (10)$$

Условие, при котором контактное давление достигает нулевого значения (при отсутствии

предварительного поджатия упругих элементов k_1 и k_2), при учёте (9), (10) принимает вид

$$k_1 = k_2. \quad (11)$$

Тот же результат может быть получен и для условия $\bar{z}_1 = 0, \bar{z}_2 \neq 0$.

Таким образом, при одиночном кинематическом возмущении (то есть при возмущении, реализуемом на одной из опорных поверхностей системы) неравенство $k_1 \neq k_2$ может приводить к нарушению контакта.

2. Если в системе выполняется условие одновременного действия двух кинематических возмущений, например при выполнении условия (6), то из (7) следует, что

$$\bar{y} = \bar{z}_1 \cdot W_3(p) = \frac{(k_1 + k_2 \alpha) \bar{z}_1}{mp^2 + k_1 + k_2}. \quad (12)$$

В этом случае условие равенства динамических реакций (11) примет вид

$$k_1 (k_1 + \alpha k_2) = k_2 (k_1 + \alpha k_2), \quad (13)$$

то есть одновременность двух кинематических воздействий в условиях (6) не влияет на возможность нарушения контактов.

3. Введение дополнительных связей, например устройств для преобразования движения (УПД), имеющих передаточную функцию $W_{одн}(p) = Lp^2$, где L – приведённая масса [4, 5], изменяет структуру системы. При $\bar{z}_1 \neq 0, \bar{z}_2 = 0$ получим, что

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}}{\bar{z}_1} = \frac{k_1 + Lp^2}{(m + L)p^2 + k_1 + k_2}. \quad (14)$$

4. В этом случае динамическая реакция в т. (A1) определится выражением

$$\bar{R}_{A1} = \frac{(k_1 + Lp^2) \cdot (k_1 + Lp^2) \cdot \bar{z}}{(m + L)p^2 + k_1 + k_2}, \quad (15)$$

$$\bar{R}_{A2} = \frac{k_2 \cdot (k_1 + Lp^2) \cdot \bar{z}}{(m + L)p^2 + k_1 + k_2}, \quad (16)$$

откуда следует, что существует условие

$$Lp^2 + k_1 - k_2 = 0. \quad (17)$$

В этом случае может быть получено предельное соотношение ненарушения контакта на частоте

$$\omega^2 = \frac{k_1 - k_2}{L}. \quad (18)$$

При совместных кинематических внешних воздействиях $\bar{z}_1 = \bar{z}_2 = \bar{z}$ возникает ситуация, когда контактирование между элементами m_1 и m_2 «обнуляется».



Дальнейшее увеличение частоты внешних воздействий будет приводить к нарушению контактов, если связи между m_1 и m_2 являются недерживающими.

5. При условии, что внешние кинематические возмущения будут совместными в соответствии с (6), возможно преобразование (18) к виду

$$\omega^2 = \frac{k_1 - k_2 \alpha}{L}, \quad (19)$$

откуда можно получить условие

$$\alpha = \frac{k_1}{k_2}, \quad (20)$$

при котором введение дополнительной связи в виде УПД, может быть, в плане формирования условий нарушения контакта, компенсировано «настройкой» коэффициента связности внешних воздействий α . Ряд вопросов о возможностях таких конструктивно-технических решений рассмотрен в [15].

С учётом вышеприведённого можно полагать, что при введении в первый каскад (рис. 1) вместо УПД другого дополнительного звена, например демпфера вязкого трения с передаточной функцией $W_{\text{дон}}(p) = bp$ (где b – коэффициент вязкого трения), можно получить также вариант влияния на условия формирования контактов между элементами m_1 и m_2 . Однако решение этого вопроса требует отдельного рассмотрения и учёта специфики процессов динамических взаимодействий элементов системы.

Влияние на условия формирования контактов предварительного поджатия пружин

При наличии предварительной деформации упругих элементов, что достигается предварительным сжатием упругого элемента или его растяжением, исходное равновесное положение системы (рис. 1), в котором начальное взаимодействие предполагалось «нулевым», в общем случае изменится. То есть может быть создано начальное смещение относительно положения статического равновесия по сравнению с предыдущим рассмотренным случаем, однако такая ситуация не всегда является обязательной. В любом случае, малые колебания в линейной механической системе предполагаются относительно положения статического равновесия. Предварительное поджатие упругих элементов в исходной системе (рис. 1) предопределяет появление статических реакций в характерных точках $(A) \div (A_3)$. С учётом таких обстоятельств в т. (A_1) и (A_2) необходимо рассмотрение полных реакций связей, которые состоят из динамических и статических компонент, что, в

целом, изменяет условия формирования контактов между элементами m_1 и m_2 .

1. Полагаем, что по сравнению с ранее рассмотренным случаем, где пружины в состоянии статического равновесия не нагружены и имеют начальные длины l_{10} и l_{20} , при предварительном нагружении пружин получают начальное сжатие на величины y_{10} и y_{20} соответственно; при этом

$$l'_{10} = l_{10} + y_{10}, l'_{20} = l_{20} + y_{20}. \quad (21)$$

При неизменных внешних кинематических возмущениях \bar{z}_1 и \bar{z}_2 положение статического равновесия смещается, что создаёт в тт. $(A) \div (A_3)$ соответствующие статические реакции связей.

2. В упрощённой форме предварительное сжатие пружин k_1 и k_2 на величины y_{10} и y_{20} можно рассматривать как эквивалентное приложение к объекту m внешней силы

$$\bar{Q}_{\text{предв}} = k_1 \bar{y}_{10} + k_2 \bar{y}_{20}. \quad (22)$$

Статические реакции от силы $\bar{Q}_{\text{предв}}$ могут быть найдены с использованием передаточных функций, что позволяет определить реакции $\bar{R}_{\text{стат.}A}$ и $\bar{R}_{\text{стат.}A_3}$:

$$\bar{R}_{\text{стат.}A} = \frac{k_1(k_1 \bar{y}_{10} + k_2 \bar{y}_{20})}{k_1 + k_2}, \quad (23)$$

$$\bar{R}_{\text{стат.}A_3} = \frac{k_2(k_1 \bar{y}_{10} + k_2 \bar{y}_{20})}{k_1 + k_2}. \quad (24)$$

Полные реакции в характерных точках (A_1) и (A_2) определяются как суммы статических и динамических компонент реакций связей. Отметим, что особенности совместных движений элементов системы таковы, что суммирование статических и динамических реакций будет происходить при постоянной смене знака (-) на (+) и наоборот. При этом из условия (7) следует, что реакции \bar{R}_{A_1} и \bar{R}_{A_2} будут всегда разнонаправленными, тогда

$$R_{A_1 \text{ полн.}}^{\substack{\bar{z}_1 \neq 0 \\ \bar{z}_2 = 0}} = \frac{k_1(k_1 y_{10} + k_2 y_{20})}{k_1 + k_2} \pm \frac{k_1^2 \cdot \bar{z}_1}{m p^2 + k_1 + k_2}, \quad (25)$$

$$R_{A_2 \text{ полн.}}^{\substack{\bar{z}_1 \neq 0 \\ \bar{z}_2 = 0}} = \frac{k_2(k_1 y_{10} + k_2 y_{20})}{k_1 + k_2} \pm \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot \bar{z}_1}{m p^2 + k_1 + k_2}. \quad (26)$$

Особенности динамических свойств

1. Из (25) следует, что полная реакция связи $R_{A_1 \text{ полн.}}$ принимает нулевое значение на частоте

$$\omega_1^2 = \frac{-k_1(k_1 + k_2)\bar{z}_1 + (k_1 y_{10} + k_2 y_{20})(k_1 + k_2)}{m(k_1 y_{10} + k_2 y_{20})}. \quad (27)$$

На этой частоте полная реакция $R_{A_1 \text{ полн.}}$ становится равной нулю, и движение m_1 уже не будет иметь препятствий; при этом на m_1 действует сила



тяжести, что создаёт условия для нарушения контакта. Отметим при этом, что амплитуда колебаний опорной поверхности \bar{z}_1 также оказывает влияние.

При частоте резонансного режима, когда

$$\omega_2^2 = \frac{k_1 + k_2}{m}, \quad (28)$$

полная реакция связи $\bar{R}_{A1\text{полн.}}$ также меняет свой знак с положительного на отрицательный; это предопределяет возможность нарушения контакта между инерционными элементами m_1 и m_2 . Из (27), в частности, можно найти, что

$$(\omega_1^2)' = \frac{(k_1 + k_2)k_1\bar{z}_1}{m(k_1y_{10} + k_2y_{20})} + \frac{k_1 + k_2}{m}; \quad (29)$$

в свою очередь, имеем, что $\omega_2^2 = \frac{k_1 + k_2}{m}$, поэтому нарушение контакта между инерционными элементами начинается при совпадении частоты внешнего воздействия с частотой собственных колебаний ω_2^2 , определяемой выражением (28), которое не зависит от параметров колебаний опорной поверхности \bar{z}_1 .

При частоте ω_1^2 происходит «обнуление» полной динамической реакции связи $\bar{R}_{A1\text{полн.}}$, после чего нарушение контакта становится непрерывно действующим фактором; отметим, что при этом $\omega_1^2 < \omega_2^2$. Если предварительное поджатие отсутствует, то $\bar{y}_{10} = 0$, $\bar{y}_{20} = 0$, а $\omega_1^2 = \omega_2^2$.

Таким образом можно предполагать, что формирование процесса нарушения контакта между инерционными элементами m_1 и m_2 может начинаться с частоты собственных колебаний ω_2^2 (выражение (28)); затем контакт может восстанавливаться в зоне частот, обеспечивающих положительность значений полной реакции $\bar{R}_{A1\text{полн.}}$. При «обнулении» $\bar{R}_{A1\text{полн.}}$ на частоте ω_1^2 (выражение (27)) нарушения контакта принимают непрерывный характер.

Качественная картина контактирования предполагает выделение нескольких последовательных зон при увеличении частоты кинематического возмущения \bar{z}_1 (при $\bar{z}_2 = 0$): первая зона до частоты собственных колебаний ω_2^2 обеспечивается ненарушением контакта; вторая зона изменения частоты от ω_2^2 до ω_1^2 характеризуется появ-

лением динамического выброса, связанного с резонансными явлениями, которые с уменьшением амплитуды колебаний приводят к восстановлению контакта; третья зона влияния частоты внешнего воздействия $\omega_2^2 > \omega_1^2$ сопровождается непрерывной нестабильностью контакта между инерционными элементами m_1 и m_2 .

2. Из выражения (26) следует, что на частоте

$$\omega_{20}^2 = \frac{k_1 + k_2}{m} \quad (30)$$

полная реакция связи $\bar{R}_{A2\text{полн.}}$ становится бесконечно большой; при этом изменяется и её знак, что предопределяет возможность нарушения контакта между элементами m_1 и m_2 , так же как и в предыдущем случае. Можно полагать, что на частоте собственных колебаний системы нарушение контакта обеспечивается «комплексными» условиями.

Из (26) следует, что возможно также «обнуление» полной реакции $\bar{R}_{A2\text{полн.}}$ на частоте колебаний

$$\omega_{10}^2 = \frac{-k_1(k_1 + k_2)\bar{z}_1 + (k_1 + k_2)(k_1y_{10} + k_2y_{20})}{m(k_1y_{10} + k_2y_{20})}. \quad (31)$$

Выражение (31) совпадает с выражением (27). Отметим, что формирование неустойчивости контактов между m_1 и m_2 при учёте изменений полных реакций связей $\bar{R}_{A1\text{полн.}}$ и $\bar{R}_{A2\text{полн.}}$ совпадает. Таким образом, физическая форма взаимодействия элементов m_1 и m_2 в плане оценки возможностей обеспечения контактов является идентичными.

3. При одновременном действии двух кинематических возмущений и выполнении условий $\bar{z}_2 = \alpha\bar{z}_1$ полные реакции системы определяются выражениями

$$\bar{R}'_{A1\text{полн.}} = \frac{k_1(k_1\bar{y}_{10} + k_2\bar{y}_{20})}{k_1 + k_2} + \frac{k_1(k_1 + k_2\alpha) \cdot \bar{z}_1}{mp^2 + k_1 + k_2}, \quad (32)$$

$$\bar{R}'_{A2\text{полн.}} = \frac{k_2(k_1\bar{y}_{10} + k_2\bar{y}_{20})}{k_1 + k_2} + \frac{k_2(k_1 + k_2\alpha) \cdot \bar{z}_1}{mp^2 + k_1 + k_2}. \quad (33)$$

После соответствующих преобразований выражения (32), (33) можно представить в виде

$$\bar{R}'_{A1\text{полн.}} = \frac{k_1(k_1\bar{y}_{10} + k_2\bar{y}_{20})(mp^2 + k_1 + k_2) \pm \dots}{(k_1 + k_2) \times (mp^2 + k_1 + k_2)}, \quad (34)$$



$$\bar{R}'_{A2 \text{ полн.}} = \frac{k_2(k_1\bar{y}_{10} + k_2\bar{y}_{20})(mp^2 + k_1 + k_2) \pm \dots}{(k_1 + k_2) \times \dots} \quad (35)$$

$$\dots \frac{\pm(k_1 + k_2)[k_2(k_1 + k_2\alpha) \cdot \bar{z}_1]}{\times(mp^2 + k_1 + k_2)}$$

Частоты «обнуления» полных реакций связей определяются, соответственно, выражениями

$$\omega_1^{n2} = \frac{-(k_1 + k_2)[(k_1 + k_2\alpha) \cdot \bar{z}_1] + \dots}{m(k_1\bar{y}_{10} + \dots)} \quad (36)$$

$$\dots \frac{+(k_1 + k_2)(k_1\bar{y}_{10} + k_2\bar{y}_{20})}{+k_2\bar{y}_{20}}$$

$$\omega_2^{n2} = \frac{-(k_1 + k_2)[(k_1 + k_2\alpha) \cdot \bar{z}_1] + \dots}{m(k_1\bar{y}_{10} + \dots)} \quad (37)$$

$$\dots \frac{+(k_1 + k_2)(k_1\bar{y}_{10} + k_2\bar{y}_{20})}{+k_2\bar{y}_{20}}$$

Наличие коэффициента связности внешних возмущений может оказать существенное влияние на реализацию форм нарушения контакта между элементами m_1 и m_2 , особенно при отрицательных значениях α . В частности, при

$$\alpha = - \frac{(k_1 + k_2)[k_1\bar{z}_1 \pm k_1\bar{y}_{10} \pm \dots]}{(k_1 \pm k_2)k_2\bar{z}_1 - (k_1 \pm k_2)k_2\alpha\bar{z}_1 + (k_1 + \dots)} \quad (38)$$

$$\dots \frac{\pm k_2\bar{y}_{20}}{+k_2)k_1\bar{z}_1 + (k_1 + k_2)(k_1\bar{y}_{10} + k_2\bar{y}_{20})} =$$

$$= \frac{[(k_1\bar{z}_1 \pm k_1\bar{y}_{10} \pm k_2\bar{y}_{20})]}{k_2\bar{z}_1}$$

В этом случае полные реакции связей $\bar{R}_{A1 \text{ полн.}}$ и $\bar{R}_{A2 \text{ полн.}}$ одновременно «обнуляются», что создаёт условия для нарушения контактов между элементами m_1 и m_2 . Выражения (36), (37) для определения частот «обнуления» полных реакций связей в т. (A) и (A₂) с учётом α можно представить в виде

$$\omega_1^2 = \frac{k_1 + k_2}{m} \pm \frac{(k_1 + k_2)[(k_1 + k_2\alpha) \cdot \bar{z}_1]}{m(k_1\bar{y}_{10} + k_2\bar{y}_{20})}, \quad (39)$$

$$\omega_2^2 = \frac{k_1 + k_2}{m} + \frac{(k_1 + k_2)[(k_1 + k_2\alpha) \cdot \bar{z}_1]}{m(k_1\bar{y}_{10} + k_2\bar{y}_{20})}. \quad (40)$$

Таким образом, при $\alpha = 0$ (39), (40) редуцируются до выражений (29), (31). Однако влияние α привносит возможности существенных изменений в процессы формирования контактов m_1 и m_2 .

Заключение

Технические объекты, в составе которых имеются инерционные элементы из нескольких контактирующих между собой частей, при работе в условиях вибрационных нагрузок могут оказаться в ситуациях, когда контактные соединения, даже при предварительных нагружениях, переходят в режимы неустойчивых соединений.

В предлагаемой работе на примере механической колебательной системы с одной степенью свободы показано, что при наличии внешних вибраций (в рассматриваемом случае со стороны опорных поверхностей) возможны проявления нарушения контактов между предварительно нагруженными элементами.

1. Разработан метод построения математических моделей, основанный на определении полных реакций связей в характерных точках соединения элементов системы между собой. Определение динамических и статических реакций системы основано на методах математического структурного моделирования. Основная идея метода заключается в фиксации ситуации, когда полная реакция связей принимает нулевое значение на определенной частоте внешнего воздействия.

2. Предложена детализированная технология определения реакций связей и условий нарушения контакта. Показано, что контакты могут нарушаться даже при наличии предварительных нагружений соединений (поджатие пружин, увеличение веса и др.). Особое значение в формировании условий контактирования массоинерционных элементов имеют такие факторы, как связность внешних воздействий.

3. Предложены аналитические соотношения, позволяющие определять параметры системы в условиях ненарушения контакта и выхода на предельное состояние, когда полные реакции связей между элементами системы «обнуляются»; при этом дальнейшее увеличение частот внешних воздействий приводит к непрерывным нарушениям контактов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Clarence W., De Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C., CRC Press, 2000. 957 p.
2. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection. Springer International Publishing, Switzerland, 2016. 708 p.
3. Фролов К.В. Прикладная теория виброзащитных систем / К.В. Фролов, Ф.А. Фурман. М. : Машиностроение, 1985. 286 с.
4. Елисеев С.В., Резник Ю.И., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск : Наука, 2011. 384 с.
5. Елисеев С.В., Артюнин А.И. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем. Новосибирск : Наука, 2016. 459 с.



6. Blekhman I.I. Vibrational mechanics. (Nonlinear dynamic effects, general approach, applications). Singapore et al.: World Scientific Publishing Co, 2000. 510 p.
7. Лурье А.И. Аналитическая механика. М. : Наука, 1968. 720 с.
8. Елисеев А.В., Сельвинский В.В., Елисеев С.В. Динамика вибрационных взаимодействий элементов технологических систем с учетом неудерживающих связей. Новосибирск : Наука, 2015. 332 с.
9. Пановко Г.Я. Лекции по основам теории вибрационных машин и технологий. М. : Изд-во МГТУ им. Баумана, 2008. 192 с.
10. Орленко А.И., Петров М.Н., Тергулов О.А. Комплексная диагностика тягового электродвигателя электровоза. Красноярск : Поликом, 2016. 218 с.
11. Быховский И.И. Основы теории вибрационной техники. М. : Машиностроение, 1969. 364 с.
12. Копылов Ю.Р. Динамика процессов виброударного упрочнения / Воронеж : Научная книга, 2011. 569 с.
13. Орленко А.И., Елисеев А.В. Особенности математического моделирования движения элементов коллекторно-щеточного узла тягового электродвигателя с учетом возможностей нарушения контакта // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2017. № 4 (56). С. 167–175.
14. Большаков Р.С. Система внешних воздействий. Возможные формы связности колебаний механических систем при действии нескольких внешних факторов // Наука и образование. 2011. № 8. С. 5.
15. Кашуба В.Б., Елисеев С.В., Большаков Р.С. Динамические реакции в соединениях элементов механических колебательных систем. Новосибирск : Наука, 2016. 331 с.

REFERENCES

1. de Silva C.W. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.S., CRC Press, 2000, 957 p.
2. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection. Springer International Publishing, Switzerland, 2016, 708 p.
3. Frolov K.V., Furman F.A. Prikladnaya teoriya vibrozashchitnykh sistem [Applied theory of vibration protection systems]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1985, 286 p.
4. Eliseev S.V., Reznik Yu.I., Khomenko A.P. Mekhatronnye podkhody v dinamike mekhanicheskikh kolebatel'nykh system [Mechatronic approaches in the dynamics of mechanical oscillation systems]. Novosibirsk: Nauka Publ., 2011, 384 p.
5. Eliseev S.V., Artyunin A.I. Prikladnaya teoriya kolebanii v zadachakh dinamiki lineinykh mekhanicheskikh system [Applied theory of oscillations in problems of the dynamics of linear mechanical systems]. Novosibirsk: Nauka Publ., 2016, 459 p.
6. Blekhman I.I. Vibrational mechanics. (Nonlinear dynamic effects, general approach, applications). Singapore et al.: World Scientific Publishing Co, 2000, 510 p.
7. Lur'e A.I. Analiticheskaya mekhanika [Analytical mechanics]. Moscow: Nauka Publ., 1968, 720 p.
8. Eliseev A.V., Sel'vinskii V.V., Eliseev S.V. Dinamika vibratsionnykh vzaimodeistvii elementov tekhnologicheskikh sistem s uchedom neuderzhivayushchikh svyazei [Dynamics of vibrational interactions of elements of technological systems with allowance for unilateral constraints]. Novosibirsk: Nauka Publ., 2015, 332 p.
9. Panovko G.Ya. Lektzii po osnovam teorii vibratsionnykh mashin i tekhnologii [Lectures on the basics of the theory of vibrating machines and technologies]. Moscow: Bauman MSTU Publ., 2008, 192 p.
10. Orlenko A.I., Petrov M.N., Teregulov O.A. Kompleksnaya diagnostika tyagovogo elektrodvigatelya elektrovoza [Complex diagnostics of electric locomotive traction motor]. Krasnoyarsk: OOO «Polikom» Publ., 2016, 218 p.
11. Bykhovskii I.I. Osnovy teorii vibratsionnoi tekhniki [Fundamentals of the theory of vibration technology]. Moscow: Mashinostroenie Publ., 1969, 364 p.
12. Kopylov Yu.R. Dinamika protsessov vibroudarnogo uprochneniya: monografiya [Dynamics of the processes of vibro-impact hardening: monograph]. Voronezh: CPI «Nauchnaya kniga» Publ., 2011, 569 p.
13. Orlenko A.I., Eliseev A.V. Osobennosti matematicheskogo modelirovaniya dvizheniya elementov kollektornno-shchetchnogo uzla tyagovogo elektrodvigatelya s uchedom vozmozhnostei narusheniya kontakta [Features of mathematical modeling of motion of elements of brush-commutator unit of traction electric motor taking into account the possibilities of contact failure]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovaniye* [Modern technologies. System analysis. Modeling], 2017, No. 4 (56), pp. 167-175.
14. Bol'shakov R.S. Sistema vneshnikh vozddeistvii. Vozmozhnye formy svyaznosti kolebanii mekhanicheskikh sistem pri deistvii neskol'kikh vneshnikh faktorov [System of external influences. Possible forms of connectivity of oscillations of mechanical systems under the influence of several external factors]. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education: a scientific publication of Bauman MSTU], 2011, No. 8, p. 5.
15. Kashuba V.B., Eliseev S.V., Bol'shakov R.S. Dinamicheskie reaktzii v soedineniyakh elementov mekhanicheskikh kolebatel'nykh system [Dynamic reactions in the connections of elements of mechanical oscillatory systems]. Novosibirsk: Nauka Publ., 2016, 331 p.

Информация об авторах

Елисеев Сергей Викторович - д. т. н., профессор, засл. деят. науки РФ, главный научный сотрудник директор научно-образовательного центра современных технологий, системного анализа и моделирования, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: eliseev_s@inbox.ru

Большаков Роман Сергеевич - к. т. н., старший научный сотрудник научно-образовательного центра современных технологий, системного анализа и моделирования, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: bolshakov_rs@mail.ru

Николаев Андрей Владимирович - соискатель, научно-образовательный центр современных технологий,

Authors

Eliseev Sergey Victorovich – Doctor of Engineering Science, Prof., hon. w. of science of the Russian Federation, Chief Researcher, director of science-educational center of modern technologies, system analysis and modeling, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: eliseev_s@inbox.ru

Bol'shakov Roman Sergeevich – Ph.D. in Engineering Science, Senior Researcher of research-educational enter of modern technologies, system analysis and modeling, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: bolshakov_rs@mail.ru

Nikolaev Andrey Vladimirovich – external Ph.D. student, research-educational center of modern technologies, system analysis



системного анализа и моделирования, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: nikolaev_av@irgups.ru

and modeling, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: nikolaev_av@irgups.ru

Для цитирования

Елисеев С. В. Неудерживающие связи во взаимодействиях элементов систем: оценка динамических реакций связей / С. В. Елисеев, Р. С. Большаков, А. В. Николаев // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. - 2018. - Т. 58 № 2. - С. 23–30. - DOI: 10.26731/1813-9108.2018.2(58).27-34

For citation

Eliseev S. V., Bol'shakov R. S., Nikolaev A. V. Neuderzhivayushchie svyazi vo vzaimodeistviyakh elementov sistem: otsenka dinamicheskikh reaktsii svyazei [Unilateral constraints in the interactions of the system elements: estimation of dynamic responses of constraints]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [Modern technologies. System analysis. Modeling], 2018, Vol. 58, No. 2, pp. 27–34. DOI: 10.26731/1813-9108.2018.2(58).27-34

УДК 621.78:519.6

DOI: 10.26731/1813-9108.2018.2(58).34-40

А. А. Александров, А. В. Лившиц

Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

Дата поступления: 18 мая 2018 г.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОТДАЧИ ПРИ ПРОИЗВОДСТВЕ МАЛОЖЕСТКИХ ДЕТАЛЕЙ

Аннотация. В статье рассмотрены вопросы определения остаточных напряжений. На основании работ предшественников сделан вывод о необходимости расчетного метода определения термических остаточных напряжений, так как существующие неразрушающие методы имеют низкую точность, а разрушающие повышают себестоимость производства мало жестких деталей и неприменимы на этапе проектирования. Существующие расчетные методы определения имеют узкую специфику, поэтому в работе более подробно изучены остаточные напряжения, возникающие при термической обработке, для расчета которых необходимы результаты расчета нестационарного теплового поля. Основной проблемой при расчете теплового поля является определение коэффициента теплоотдачи, так как значения коэффициента теплоотдачи зависят от значительного количества нестационарных параметров, изменение которых сложно спрогнозировать. Определение коэффициента теплоотдачи осложняется скоростью протекающих процессов при термической обработке и значительным числом факторов, от которых зависят его значения. Исходя из литературного обзора, расчет значений коэффициента теплоотдачи представляется сложной задачей, поэтому предложена расчетно-экспериментальная модель теплового поля и алгоритм, позволяющий рассчитывать коэффициент теплоотдачи путем параметрической идентификации при использовании экспериментальных кривых охлаждения. Предложенная расчетно-экспериментальная модель и алгоритм параметрической идентификации позволили получить зависимость коэффициента теплоотдачи от температуры поверхности исследуемой заготовки. Полученная зависимость коэффициента теплоотдачи от температуры поверхности заготовки имеет несколько этапов изменения. Также важно отметить, что реперные точки полученной зависимости хорошо согласуются с существующими режимами кипения жидкостей. На основе зависимости рассчитано нестационарное тепловое поле и эпюры термических остаточных напряжений, имеющие погрешность не более 5 %.

Ключевые слова: параметрическая идентификация, коэффициент теплоотдачи, метод конечных разностей, термическая обработка, остаточные термические напряжения.

A. A. Alexandrov, A. V. Livshic

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

Received: May 18, 2018

DEFINITION OF THE HEAT TRANSFER COEFFICIENT IN THE PRODUCTION OF LOW-RIGIDITY PARTS

Abstract. The article considers the problems of determining residual stresses. Based on the work of the predecessors, it was concluded that there is a need for a calculation method for determining thermal residual stresses, since the existing non-destructive methods have low accuracy, while destructive methods increase the cost of producing low-rigidity parts and are not applicable at the design stage. The existing calculation methods of determination have a narrow specificity, therefore, in the work the residual stresses arising during heat treatment are studied in more detail, for calculation of which the non-stationary thermal field calculation results are needed. The main problem in the calculation of the thermal field is the determination of the heat transfer coefficient, since the values of the heat transfer coefficient depend on a significant number of non-stationary parameters, the change of which is difficult to predict. The determination of the heat transfer coefficient is complicated by the speed of the processes occurring during the heat treatment and by the significant number of factors. The values of the coefficient depend on these factors. Based on the literature review, it is difficult to calculate the heat transfer coefficient. Therefore, a calculation and experimental model of the thermal field and an algorithm that allows calculating the heat transfer coefficient by parametric identification using the experimental cooling curves are proposed. The suggested