



УДК 62.752, 621.534.833; 888.6

*Хоменко Андрей Павлович,**д. т. н., профессор, ректор,**Иркутский государственный университет путей сообщения,**тел./факс 8(3952) 63-83-11, e-mail: mail@irgups.ru**Елисеев Сергей Викторович,**д. т. н., профессор,**Иркутский государственный университет путей сообщения,**тел. 8(3952) 63-83-26, e-mail: eliseev_s@inbox.ru*

СТРУКТУРНЫЕ ОБРАЗОВАНИЯ В МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ: ДИАДА КАК ФОРМА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТОВ

A. P. Khomenko, S. V. Eliseev

STRUCTURAL FORMATIONS IN MECHANICAL OSCILLATION SYSTEMS: FEATURES OF INTERACTION OF ELEMENTS

Аннотация. Рассматривается вопрос о возможности выделения в механических колебательных системах структурных образований, которые обладали бы большим набором динамических свойств, чем обычные парциальные системы. Регулярные структуры такого типа состоят из двух инерционных элементов, связанных между собой пружиной (диады). Предлагается методологическая основа оценки свойств диады в условиях изоляции от внешних связей. Для построения математических моделей диад используются метод структурного математического моделирования, в рамках которого колебательной системе сопоставляется эквивалентная в динамическом отношении структурная схема системы автоматического управления. В форматах методологии структурного математического моделирования предлагается технология построения структурных схем, их эквивалентных преобразований и получения передаточных функций от внешних силовых возмущений, рассматриваемых как входные сигналы.

Введены понятия о межпарциальных передаточных функциях. Особенностью предлагаемой разработки является исследование разнообразия динамических состояний, возникающих при одновременном действии двух гармонических сил, функционально связанных между собой.

Рассмотрены ряд новых динамических эффектов, отражающих фундаментальные свойства диады, которые определяют свойства механических колебательных систем, формируемых в условиях наложения связей с опорными поверхностями. Рассмотрены случаи взаимодействия, приводящие к неустойчивости состояний. Основной целью исследования является разработка возможностей управления динамическими системами за счет создания условий проявления связности движений по отдельным координатам (в данном случае – по двум), отражающих свойства самоорганизации взаимодействий элементов диады.

Результаты работы представляют интерес для специалистов в области динамики машин, робототехники, мехатроники и молекулярной механики.

Ключевые слова: диада, структурная математическая модель, передаточная функция, динамические режимы, динамическое гашение колебаний.

Abstract. The problem of the possibility of isolating is discussed structures in mechanical oscillatory systems that possess a greater set of dynamic properties than ordinary partial system. Regular structures of this type consist of two mass-inertial elements connected by a spring (dyads). A methodological basis is proposed for evaluating the properties of a dyad in isolation from external relations. For the construction of mathematical models of dyads, a method of structural mathematical modeling is used, within which an oscillating system is associated with a dynamically equivalent structural diagram of the automatic control system. In the formats of the methodology of structural mathematical modeling, a technology is proposed for constructing structural schemes, their equivalent transformations, and for obtaining transfer functions from external power disturbances considered as an input signal.

Concepts about inter-partial transfer functions are introduced. A feature of the proposed development is the study of the variety of dynamic states that arise during one-time action of two harmonic forces, functionally related to each other.

Number of new dynamic effects reflecting the fundamental properties of the dyad are considered, which determine the properties of mechanical oscillatory systems formed under conditions of superimposing bonds with support surfaces. Cases of interaction leading to instability of states are considered. The main idea of the research is to develop the possibilities of managing dynamic systems by creating conditions for the appearance of the connectivity of motions on individual coordinates (in this case – two) reflecting the properties of self-organization of interactions of elements of dyads.

The results of the work are of interest to specialists in the field of machine dynamics, robotics, mechatronics and molecular mechanics.

Keywords: dyad, structural mathematical model, transmission function, dynamic modes, dynamic vibration damping.

Введение

Механические колебательные системы даже при небольшом числе степеней свободы движений отличаются большим разнообразием форм и возможностей реализации динамических эффектов, которые проявляются в режимах «обнуления» координат, связности движений по нескольким ко-

ординатам и др. Ряд результатов научных исследований в названных направлениях нашел отражение в работах отечественных и зарубежных специалистов [1-5]. Существенное развитие в решении задач динамики получили методы теории цепей и теории автоматического управления [6-9], что инициировало внимание к поиску и разработке



новых способов и средств оценки, контроля и управления динамическим состоянием механических колебательных систем. В этом плане заметный интерес был проявлен к изучению возможностей введения в механические системы дополнительных связей, реализуемых специальными механизмами и устройствами [10–13]. Определенные возможности в решении задач анализа и динамического синтеза механических колебательных систем в задачах динамики машин, оборудования и аппаратуры, в том числе и в направлениях вибрационной защиты, связаны с развитием методов структурного математического моделирования [4, 5, 8, 9], в рамках которых технический объект моделируемой механической колебательной системы с сосредоточенными параметрами отображается эквивалентной в динамическом отношении структурной схемой системы автоматического управления. Такие подходы инициируют внимание к вопросам расширения состава элементарных звеньев, изучению возможностей построения и использования структурных преобразований в колебательных системах и поискам новых динамических эффектов [2, 14, 15].

В предлагаемой статье раскрыты методологические позиции в формировании нового подхода в оценке динамических свойств механических колебательных систем, основанного на использовании представлений о диадах как определенных структурных образованиях, обладающих специфическими свойствами и возможностями в построении структурных математических моделей различных технических объектов.

Некоторые общие положения.

Постановка задачи исследования

1. Рассматриваются динамические свойства диады под действием двух внешних силовых возмущений при условии, что $Q_1 = Q$, $Q_2 = \alpha Q$ (рис. 1). Используются технология построения структурных математических моделей, изложенная в работах [4, 8, 11].

При построении структурных схем используются обозначения $p = j\omega$ – комплексная переменная ($j = \sqrt{-1}$), значок \leftrightarrow соответствует изображению переменной по Лапласу [8].

Как следует из рис. 1, а, диада представляет собой два массоинерционных элемента m_1 и m_2 , которые связаны между собой пружиной k_2 и могут перемещаться прямолинейно. Движение описывается в системе координат y_1 и y_2 , связанной с неподвижным базисом. К массоинерционным элементам прикладываются внешние гармонические силы Q_1 и Q_2 . По ходу изложения материала могут рассматриваться не только совместные, но

и одиночные действия силовых факторов, что соответственно уточняется по тексту.

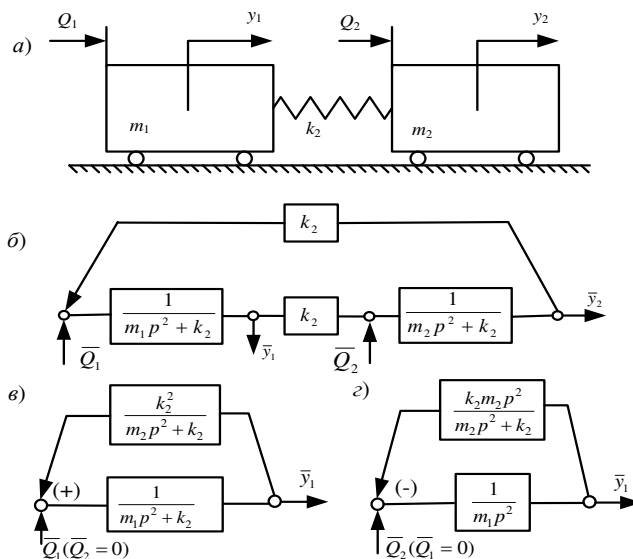


Рис. 1. Принципиальная (а) схема диады и варианты структурных математических моделей (б – структурная схема системы с двумя одновременными возмущениями \bar{Q}_1 и \bar{Q}_2 ; в – структурная математическая модель с исключенной координатой \bar{y}_2 при $\bar{Q}_2 = 0$; г – структурная математическая модель системы по рис. 1а с исключением координаты \bar{y}_1 при $\bar{Q}_1 = 0$)

При совместном действии сил Q_1 и Q_2 на основании принципа суперпозиции передаточные функции системы будут иметь вид

$$W_1(p) = \frac{\bar{y}_1}{Q} = \frac{m_2 p^2 + k_2(1 + \alpha)}{A(p)}, \quad (1)$$

$$W_2(p) = \frac{\bar{y}_2}{Q} = \frac{\alpha m_1 p^2 + k_2(1 + \alpha)}{A(p)}, \quad (2)$$

$$W_{21}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{\alpha m_1 p^2 + k_2(1 + \alpha)}{m_2 p^2 + k_2(1 + \alpha)}, \quad (3)$$

где

$$A(p) = (m_1 p^2 + k_2) \cdot (m_2 p^2 + k_2) - k_2^2. \quad (4)$$

– частотное характеристическое уравнение диады.

2. Введение связи между внешними воздействиями не приводит к изменению частоты собственных колебаний диады. Эта частота определяется выражением, в которое коэффициент связности сил α не входит в явном виде:

$$\omega_{\text{соб.}}^2 = \frac{k_2(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}. \quad (5)$$

Парциальные частоты диады (в обычном понимании их свойств) также не зависят от коэффициента связности α :



$$n_1^2 = \frac{k_2}{m_1}, \quad (6) \quad n_2^2 = \frac{k_2}{m_2}. \quad (7)$$

Вместе с тем частоты динамического гашения колебаний, если такие динамические эффекты соотносить с «обнулением» числителей передаточных функций (1) и (2), будут отличаться от значений парциальных частот, определяемых выражениями (6), (7). В данном случае

$$n_{10}^2 = \frac{k_2(1+\alpha)}{m_1}, \quad (8) \quad n_{20}^2 = \frac{k_2(1+\alpha)}{\alpha m_2}. \quad (9)$$

На рис. 2 приводятся амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) системы с учетом особенностей передаточных функций (1), (2). Примем во внимание, что при $\alpha = 0$

$$W_1'(p) = \frac{\bar{y}_1}{Q} = \frac{m_2 p^2 + k_2}{A(p)}, \quad (10) \quad W_2'(p) = \frac{\bar{y}_2}{Q} = \frac{k_2}{A(p)}, \quad (11)$$

$$W_{21}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{k_2}{m_2 p^2 + k_2}. \quad (12)$$

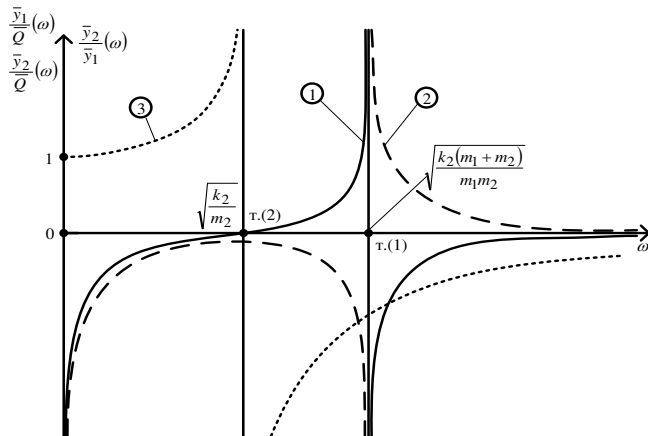


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) диады при $\alpha = 0$: кривая 1 – $y_1(\omega)$;

кривая 2 – $y_2(\omega)$; кривая 3 – $\frac{y_2}{y_1}(\omega)$

Диада совершает малые колебания относительно равновесного состояния. При $\alpha = 0$ на графиках можно отметить $\tau(1)$, которая соответствует резонансной частоте, и $\tau(2)$, определяющую частоту динамического гашения колебаний. При $\omega = 0$ графики $y_1(\omega)$ и $y_2(\omega)$ имеют разрыв, аналогичный ситуации при резонансе. Кривая 3 отображает форму связности движения между двумя координатами y_1 и y_2 . В частотном диапазоне $0 \div \tau(2)$, что соответствует частоте динамического гашения колебаний при $\alpha = 0$, происходит разрыв АЧХ, после прохождения которого массоинерционные элементы начинают двигаться в противоположных направлениях, а значение y_2/y_1 (ко-

эффициент связности колебаний) становится отрицательным. При $\alpha = 0$ частота динамического гашения колебаний определяется выражением

$$\omega_{1\text{дин.}}^2 = \frac{k_2}{m_2}, \quad (13)$$

которое совпадает с парциальной частотой n_2 , определяемой выражением (7).

В плане оценки связности движений по координатам y_1 и y_2 можно отметить, что коэффициент связности y_2/y_1 отражает движения элементов диады в противофазе при приложении силы Q только к одному элементу диады m_1 .

3. В свою очередь, при $\alpha = 1$ передаточные функции системы примут следующий вид:

$$W_1''(p) = \frac{\bar{y}_1}{Q} = \frac{m_2 p^2 + 2k_2}{A(p)}, \quad (14)$$

$$W_2''(p) = \frac{\bar{y}_2}{Q} = \frac{m_1 p^2 + 2k_2}{A(p)}, \quad (15)$$

$$W_{21}''(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{m_1 p^2 + 2k_2}{m_2 p^2 + 2k_2}. \quad (16)$$

Учет связности действия внешних сил Q_1 и Q_2 через коэффициент связности внешних воздействий α существенно изменяет свойства диады. Если внешняя сила Q_2 приводится к координате \bar{y}_1 , что реализуется эквивалентным переносом внешнего воздействия Q_2 к входу в парциальную систему $(m_1 p^2, k_1)$, к которому приложена сила Q_1 , то режим динамического гашения колебаний по координате \bar{y}_1 будет определяться через «обнуление» числителя передаточной функции (14)

$$\omega_{10\text{дин.}}^2 = \frac{2k_2}{m_2}, \quad (17)$$

что не совпадает с выражением (13). В данном случае учет дополнительного силового воздействия реализуется через увеличение жесткости упругого элемента в связке m_1, k_2, m_2 . Одновременно в системе появляется возможность реализации второго режима динамического гашения колебаний по координате \bar{y}_2 , что определяется выражением

$$\omega_{20\text{дин.}}^2 = \frac{2k_2}{m_1}. \quad (18)$$

В данном случае режим динамического гашения колебаний определяется также через «обнуление» числителя передаточной функции (15). Частота динамического гашения колебаний ω_{20} не совпадает с парциальной частотой n_1 (парциальная система m_1, k_2). Что касается коэффициента связ-



ности движения $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega)$, то он принимает вид (16)

и имеет на частоте ω_{20} нулевое значение, а при ω_{10} , определяемом из (16), претерпевает разрыв второго рода, что в целом свидетельствует о существенных изменениях в самоорганизации движений элементов диады.

4. На рис. 3 при тех же значениях параметров системы $k_2 = 2k$, $m_1 = m$, $m_2 = 2m$ приведены амплитудно-частотные характеристики. Отметим, что если $m_1 = m_2$, то $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega) = 1$, то есть проявляется специфический динамический режим, который можно было бы назвать «запиранием» диады.

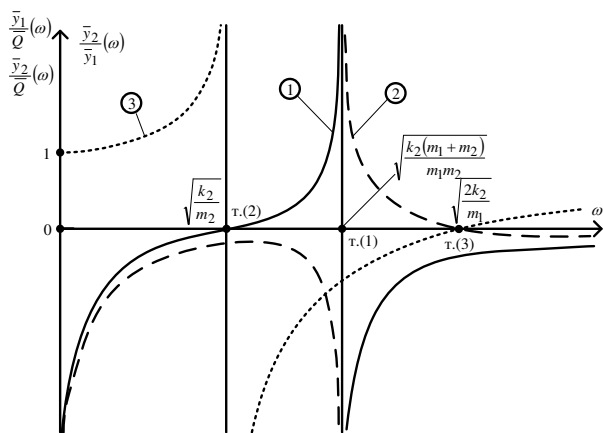


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики при одновременном действии двух внешних воздействий, приведенных к элементу m_1 , при $\alpha = 1$:

кривая 1 – $\frac{\bar{y}_1}{Q}(\omega)$; кривая 2 – $\frac{\bar{y}_2}{Q}(\omega)$; кривая 3 –

$$\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega)$$

На частотной оси (рис. 3) характерными являются $\tau(1)$, соответствующая частоте собственных колебаний $\tau(2)$, соответствующая режиму динамического гашения колебаний по координате \bar{y}_1 :

$$\omega_{10\text{дин}}^2 = \frac{2k_2}{m_2}, \quad (19)$$

что следует из «обнуления» числителя передаточной функции (14) при $\alpha = 1$. В свою очередь, $\tau(3)$ соответствует частоте динамического гашения колебаний по координате \bar{y}_2 , при этом

$$\omega_{20\text{дин}}^2 = \frac{2k_2}{m_1}. \quad (20)$$

Кривая зависимости $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega)$ при $\alpha = 1$ носит особый характер в связи с тем, что разрыв происходит в $\tau(1)$ до резонансной частоты; это касается графика $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega)$ в зарезонансной области; он про-

ходит через нулевое значение в $\tau(3)$, затем принимает экстремальное значение в области положительных значений $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega)$; при увеличении ω стремится к пределу, равному 1/2, как показано на рис. 3 (кривая 3). Связность движений по координатам y_1 и y_2 характеризуется движением в фазе до частоты, определяемой $\tau(3)$; при дальнейшем увеличении частоты совместное движение элементов диады происходит в противофазе.

При $\alpha = -1$ получим:

$$W_1^*(p) = \frac{\bar{y}_1}{Q} = \frac{m_2 p^2}{A(p)} = \frac{m_2}{m_1 m_2 p^2 + k_2(m_1 + m_2)}, \quad (21)$$

$$W_2^*(p) = \frac{\bar{y}_2}{Q} = \frac{-m_1 p^2}{A(p)} = \frac{-m_1}{m_1 m_2 p^2 + k_2(m_1 + m_2)}, \quad (22)$$

$$W_{21}^*(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = -\frac{m_1}{m_2}. \quad (23)$$

На рис. 4 показано АЧХ системы при тех же параметрах ($\alpha = -1$).

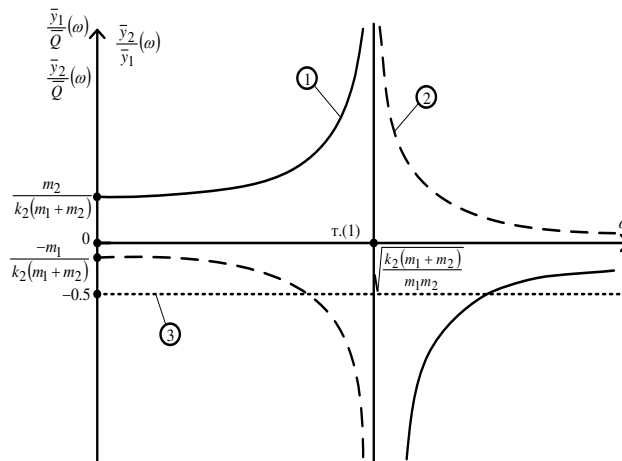


Рис. 4. Амплитудно-частотные характеристики при одновременном действии двух внешних воздействий, приведенных к элементу m_1 , при $\alpha = -1$:

кривая 1 – $\frac{\bar{y}_1}{Q}(\omega)$; кривая 2 – $\frac{\bar{y}_2}{Q}(\omega)$;

кривая 3 – $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega)$

Движение в рассматриваемом случае имеет определенные особенности. В соответствии с (21)



график $\frac{\bar{y}_1}{Q}(\omega)$ будет иметь вид АЧХ системы с одной степенью свободы с частотой собственных колебаний, определяемой выражением (5). Аналогично график зависимости $\frac{\bar{y}_2}{Q}(\omega)$ будет иметь идентичную характеристику, что предопределяет график зависимости $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega)$ в виде прямой, параллельной оси абсцисс ω . В данном случае параметр, отходя от оси абсцисс зависит, от отношения $\frac{m_1}{m_2}$, что следует из выражения (23). Отметим, что графики зависимостей $\frac{\bar{y}_1}{Q}(\omega)$ и $\frac{\bar{y}_2}{Q}(\omega)$ имеют разные знаки, а график $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega) = -\frac{m_1}{m_2}$.

5. Отметим, что графики $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega)$ связности координат при $\alpha = 0$ в диапазоне частот внешних сил от 0 до n_2^2 ($n_2^2 = \frac{k_2}{m_2}$) непрерывно возрастают.

При $n_2^2 = \frac{k_2}{m_2}$ график зависимости $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega)$ претерпевает разрыв второго рода; ординаты графика меняют знак на отрицательный («-» на рис. 2).

Можно отметить, что в диапазоне безразмерных частот $0 \div n_2$ проявляются движения, соответствующие первой форме свободных колебаний. В точке с безразмерной частотой n_2 происходит смена знака отношения. В данном случае по координате \bar{y}_1 возникает режим динамического гашения колебаний. При следующем увеличении частоты совместные движения реализуются в форме противофазных движений координат \bar{y}_1 и \bar{y}_2 . В непосредственной близости к частоте конвертации знака отношения амплитуд принимают большие значения, что может привести к столкновениям между массоинерционными элементами m_1 и m_2 , если их колебания рассматриваются (для каждого) относительно установившегося движения центра масс, хотя такое положение не предусматривается статусом малых колебаний. Для случая совместного действия внешних сил ($\alpha = 1$), как это следует из АЧХ, получим прямую $\frac{y_2}{y_1} = 1$, параллельную оси абсцисс, то есть диада будет совер-

шать движения по форме, соответствующей свободным колебаниям по первой форме. В данном случае диада колеблется как единое целое и не зависит от частоты внешней силы.

При $\alpha = -1$ с учетом $m_1 = m_2$ отношение $\frac{y_2}{y_1} = -1$ и не зависит от частоты внешней силы, а массы движутся в противофазах, как это происходит при свободных колебаниях по второй форме в линейных цепных системах с двумя степенями свободы [16, 17].

Движение при параметрах $k_2 = k$, $m_1 = m$, $m_2 = 2m$ отличается тем, что в этом случае если $\alpha = 0$, то $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{k}{2mp^2 + k}$; если $\alpha = 1$, то

$$\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{mp^2 + 2k}{2mp^2 + 2k}; \text{ если } \alpha = -1, \text{ то } \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = -\frac{1}{2}.$$

В целом можно утверждать, что второй силовой фактор может рассматриваться как средство изменения свойства диады.

Построение частотной диаграммы при действии двух внешних сил

Частоты динамического гашения колебаний зависят от параметра настройки α , что определяется выражениями

$$\omega_{1\text{дин}}^2 = \frac{k_2(1+\alpha)}{m_2}, \quad (24) \quad \omega_{2\text{дин}}^2 = \frac{k_2(1+\alpha)}{\alpha m_1}. \quad (25)$$

При $\alpha = \frac{m_2}{m_1}$ частоты динамического гашения в диаде совпадают, тогда

$$\omega_{1\text{дин}}^2 = \omega_{2\text{дин}}^2 = \frac{k_2(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}, \quad (26)$$

$$W_{21}(p) = \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = \frac{m_2 p^2 + k_2 \frac{(m_1 + m_2)}{m_1}}{m_2 p^2 + k_2 \frac{(m_1 + m_2)}{m_1}} = 1. \quad (27)$$

Если взять $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1}(\omega)$, то при $\alpha = \frac{m_2}{m_1}$ график вырождается $\frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = 1$. При других значениях будем

иметь другие формы графиков зависимостей.

Диаграмма частот дает представление о свойствах системы: $\omega_{\text{соб}}$ постоянна; n_1 и n_2 постоянны; $\omega_{1\text{дин}}$ и $\omega_{2\text{дин}}$ могут быть равны между собой при $\alpha = \frac{m_2}{m_1}$; \bar{y}_1 и \bar{y}_2 будут равны нулю одновременно на частоте собственных колебаний;



в одной точке пересекаются три графика зависимостей $\omega_{\text{соб}}^2(\alpha)$, $\omega_{1\text{дди}}^2(\alpha) = f_1(\alpha)$, $\omega_{2\text{дди}}^2(\alpha) = f_2(\alpha)$.

Для оценки свойств частотной диаграммы рассмотрим случай совпадения частот динамического гашения колебаний. В этом случае

$$\omega_{1\text{дин}}^2 = \frac{k_2(1+\alpha)}{m_2} = \omega_{2\text{дин}}^2 = \frac{k_2(1+\alpha)}{\alpha m_1}, \text{ что дает со-}$$

отношение $\alpha = \frac{m_2}{m_1}$. Передаточная функция меж-

парциальной связи, при таком значении то она определяется выражением $W_{21}(p) = 1$. В этом случае диада движется как единое твердое тело. Построим частотную диаграмму, как показано на рис. 5.

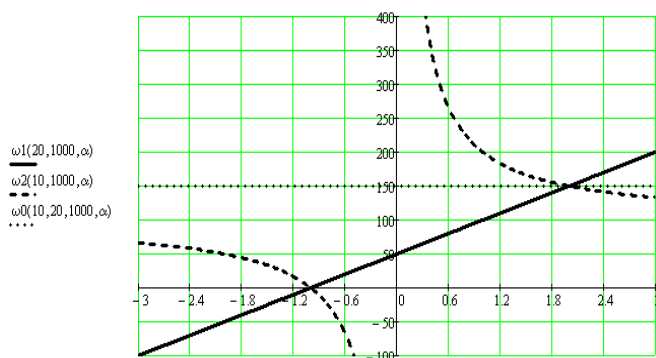


Рис. 5. Частотная диаграмма диад при одновременном действии двух внешних воздействий, приведенных к массоинерционному элементу m_1

На графиках, приведенных на рис. 3, имеют характерные точки тт. (1), (2), (3). Точка (1) определяет частоту, на которой одновременно пересекаются графики трех зависимостей $\omega_{\text{соб}}^2(\alpha)$, $\omega_{1\text{дди}}^2(\alpha)$, $\omega_{2\text{дди}}^2(\alpha)$. При этом частота собственных колебаний от α не зависит. В этой точке одновременно совпадают частоты динамического гашения колебаний по двум координатам \bar{y}_1 и \bar{y}_2 . Однако совместное существование таких режимов, то есть совпадение резонансных эффектов с динамическим гашением колебаний, не является рациональным для реализации, так как при незначительных отклонениях параметров системы будут возникать на частоте собственных колебаний неустойчивые процессы динамических взаимодействий. При постановке в передаточную функцию межпарциальных связей $\alpha = \alpha_{\text{кр}} = \frac{m_2}{m_1}$ получим,

$$\text{что } \frac{\bar{y}_2}{\bar{y}_1} = 1.$$

Таким образом, диада при определенных условиях, которые создаются при одновременном

действии двух внешних сил, связанных между собой (коэффициент связности внешних воздействий α) может существенно изменять динамические свойства с проявлениями ряда особых состояний.

Заключение

Свойства диады как некоторого структурного образования, обладающего фундаментальными свойствами в своих реакциях и формах проявления динамических взаимодействий, достаточно разнообразны.

1. Существенное влияние на проявления динамических свойств оказывают совместные силовые воздействия, которые связаны функционально между собой и могут определяться вводимым для этих целей коэффициентом связности внешних сил α .

2. Коэффициентом связности α проявляется в динамических свойствах диады через изменения частот динамического гашения колебаний. При отсутствии связности внешних сил ($\alpha = 0$) парциальные частоты диады формируются только параметрами парциальных блоков (или систем) диады. При $\alpha = 0$ парциальные частоты идентифицируются одновременно и как соответствующие частоты динамического гашения колебаний. Отметим, что имеется в виду одиночное действие внешней силы на тот или иной инерционный элемент (m_1 или m_2).

3. При одновременном действии двух внешних сил ($\alpha \neq 0$) режимы динамического гашения колебаний изменяются: они становятся зависимыми от коэффициента связности внешних сил α . В этом случае режим динамического гашения колебаний может идентифицироваться как некоторое обобщенное понятие, связанное с передаточными функциями диады. В таком восприятии режим динамического гашения колебаний и его параметры ассоциируются с «обнулением» числителя передаточной функции диады. Что касается частоты собственных колебаний, то она определяется при «обнулении» знаменателя передаточной функции диады. Такой подход предполагает возможности появления ситуации, когда частное характеристическое уравнение может приобрести возможности вариации своих коэффициентов в зависимости от специально формируемых факторов.

4. Показано, что при наличии связности внешних сил реализовать режим одновременного динамического гашения колебаний по двум координатам диады не представляется возможным. Такое обстоятельство объясняется тем, что частоты динамического гашения колебаний и собственная частота совпадают. Физическая реализация устойчивого процесса динамических взаимодействий в таких условиях не может быть обеспечена.



5. Предложен метод построения частотных динамических диаграмм для оценки возможности изменения динамических свойств систем при изменениях коэффициента связности внешних сил α .

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

- Rocard Y. General Dynamics of Vibrations. Frederick Ungar Publishing Co. New-York. 1960. pp. 245.
- Banakh L., Kempner M. Vibrations of Mechanical Systems with Regular Structure. Berlin; Heidelberg: Springer, 2010. pp. 262.
- Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection. Springer International Publishing, Switzerland, 2016. 708 p.
- Елисеев С.В., Артюнин А.И. Прикладная теория колебаний в задачах динамики линейных механических систем. Новосибирск : Наука, 2016. 459 с.
- De Silva, C. W. Vibration. Fundamentals and Practice / Clarence W. de Silva. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C.: CRC Press, 2000. 957 p.
- Дружинский И.А. Механические цепи. М. : Машиностроение, 1977. 238с.
- Ленк А. Электромеханические системы. Системы с сосредоточенными параметрами. М. : Мир, 1978. 283 с.
- Елисеев С.В., Резник Ю.И., Хоменко А.П. Мехатронные подходы в динамике механических колебательных систем. Новосибирск : Наука, 2011. 384 с.
- Елисеев, С.В., Хоменко А.П. Динамическое гашение колебаний: концепция обратной связи и структурные методы математического моделирования. Новосибирск : Наука, 2014. 357 с.
- Генкин, М.Д., Рябой В.М. Упруго-инерционные виброизолирующие системы. Предельные возможности, оптимальные структуры. М. : Наука, 1988. 191 с.
- Eliseev S.V., Lukyanov A.V., Reznik Yu.N., Khomenko A.P. Dynamics of mechanical system with additional ties. Irkutsk, 2006. 315 p.
- Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В. Сочленения звеньев в динамике механических колебательных систем. Иркутск : ИрГУПС. 2012. 156 с.
- Белокобыльский, С.В., Елисеев С.В., Ситов И.С. Динамика механических систем. Рычажные и инерционно-упругие связи. СПб. : Политехника, 2013. 319 с.
- Елисеев С.В., Кинаш Н.Ж., Кашуба В.Б. Рычажные связи механических колебательных систем // Вестник Всерос науч.-исслед. и проект.-конструктор. ин-та электровозостроения. 2016. № 1 (69). С. 112–126.
- Хоменко А.П., Елисеев С.В. Квазиэлементы в механических колебательных системах. особенности систем при исключении переменных динамического состояния // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2013. № 2 (38). С. 8–17.
- О связях между координатами движения в механических колебательных системах с рычажными устройствами / С.В. Белокобыльский и др. // Системы. Методы. Технологии. 2015. № 2(26). С. 7–13.
- Соотношения координат движения элементов механических колебательных систем как форма проявления рычажных связей / С.В. Белокобыльский и др. // Системы. Методы. Технологии. 2015. № 3 (27). С. 7–14.

УДК 534.1

Кошелев Александр Викторович,

к. т. н., научный сотрудник,

*ПАО Арзамасское научно-производственное предприятие «Темп-Авиа»,
тел. 8(83147)-7-83-69, 8(910)895-33-91, e-mail: koshelevav88@mail.ru*

Денцов Николай Николаевич,

к. т. н., доцент,

*Нижегородский государственный технический университет им. П.Е. Алексеева,
тел. 8(904)399-66-08, 8(831)-436-03-01, e-mail: dentsovnn90@mail.ru*

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТЕЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С МАЛЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ ВОЗБУЖДЕНИЯ

A. V. Koshelev, N. N. Dentsov

DYNAMIC INSTABILITY DOMAINS DETERMINATION IN PARAMETRIC SYSTEMS WITH LOW EXCITATION COEFFICIENT

Аннотация. Решается задача повышения эффективности и стабильности рабочего режима колебаний вибрационных машин. Рассматривается механическая система инерционного типа, в которой реализуются режимы многократного комбинационного параметрического резонанса. Показано, что для существования колебаний необходимо выполнение порогового условия возбуждения, которое зависит от трения в колебательной системе, коэффициентов возбуждения и собственной ча-