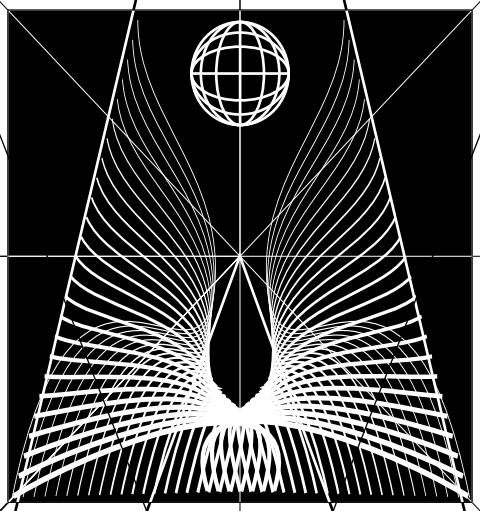
СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ

МОДЕЛИРОВАНИЕ



НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

№3(27)
2010

© Иркутский государственный университет путей сообщения

Министерство образования и науки Российской Федерации
Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта

Иркутский государственный университет путей сообщения
Иркутский научный центр СО РАН
Российская инженерная академия

Предисловие издателя

Уважаемые читатели!

Редколлегия журнала представляет очередной выпуск №3(27), продолжая публикации по современным проблемам динамики машин, машиностроения и транспорта. По-прежнему серьезное внимание уделяется поддержке научных исследований, ориентированных на приложение аналитических методов в оценке динамических свойств технических объектов и систем.

Развитие научных контактов послужило основанием для включения в журнал результатов исследований, которые проводятся в вузовских, академических и отраслевых коллективах не только г. Иркутска, региона, но и Дальнего Востока и средней полосы России. Опыт общения с коллегами из других регионов может оказаться полезным во всех отношениях.

20-22 сентября в ИрГУПСе состоялся Второй международный симпозиум ISMR-2010, краткая информация о котором приведена на страницах представленного выпуска журнала.

Сведения о журнале и контактную информацию можно найти в Интернете на сайте журнала www.irgups.ru. Адрес электронной почты редакции irgups-journal@yandex.ru.

Редколлегия

Предисловие издателя

Адрес редакции: 664074, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15
E-mail: irgups-journal@yandex.ru

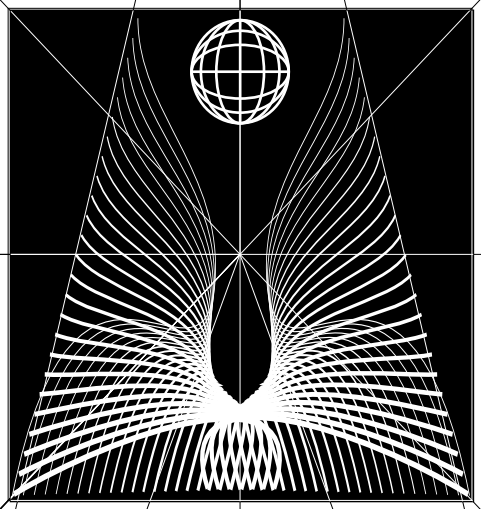
Журнал издается с 2004 г.
Периодичность – 4 номера в год.
Журнал зарегистрирован Министерством Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ №13-0547 от 24 декабря 2003 г.
Учредитель: Иркутский государственный университет путей сообщения

© Иркутский государственный университет путей сообщения

Министерство образования и науки Российской Федерации
Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта

Иркутский государственный университет путей сообщения
Иркутский научный центр СО РАН
Российская инженерная академия

Современные технологии
Системный анализ
Моделирование



НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

№3(27)
2010

Редакционная коллегия

А.П. Хоменко, д-р техн. наук, профессор, главный редактор, ректор ИрГУПС
В.Е. Гозбенко, д-р техн. наук, профессор, зам. главного редактора, ИрГУПС
С.В. Елисеев, д-р техн. наук, профессор, засл. деятель науки РФ, зам. главного редактора, ИрГУПС
Б.В. Базаров, член-корр. РАН, председатель Президиума Бурятского научного центра СО РАН
С.В. Белокобыльский, д-р техн. наук, профессор, ректор БрГУ
И.В. Бычков, член-корр. РАН, председатель Президиума ИНЦ СО РАН
Н.И. Воропай, член-корр. РАН, директор Института систем энергетики СО РАН
М.И. Кузьмин, академик РАН, директор Института геохимии СО РАН
А.А. Краснощек, канд. экон. наук, начальник ВСЖД – филиала ОАО «РЖД»
Ю.Н. Резник, д-р техн. наук, профессор, ректор ЧГУ

Редакционный совет

А.И. Артюнин, д-р техн. наук, профессор
В.Е. Гозбенко, д-р техн. наук, профессор
С.В. Елисеев, д-р техн. наук, профессор, засл. деятель науки РФ
С.К. Каргапольцев, д-р техн. наук, профессор
Ю.М. Краковский, д-р техн. наук, профессор
А.В. Крюков, д-р техн. наук, профессор
А.В. Лукьянов, д-р техн. наук, профессор
Ю.Ф. Мухопад, д-р техн. наук, профессор
В.А. Начигин, к.т.н., начальник службы технической политики Восточно-Сибирской железной дороги – филиала ОАО «РЖД».
С.И. Носков, д-р техн. наук, профессор
В.А. Подвербный, д-р техн. наук, профессор

Журнал издается с 2004 г.

ISBN: 978-5-98710-133-9

Ответственный за выпуск В.Е. Гозбенко
Дизайн и макет издания Е.В. Хохрин
Компьютерная верстка А.В. Димов

© Иркутский государственный университет путей сообщения

Министерство образования и науки Российской Федерации
Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Иркутский государственный университет путей сообщения
Иркутский научный центр СО РАН
Российская инженерная академия

Современные технологии
Системный анализ
Моделирование

СОДЕРЖАНИЕ

Раздел 1. Современные технологии. Механика и машиностроение

Хоменко А.П., Елисеев С.В. Виброзащитные системы с сочленениями. Технология построения математических моделей 8

Сенько В.И., Чернин И.Л., Чернин Р.И., Сенько Н.Г. Совершенствование контроля соединений с натягом подшипников колесных пар 18

Смирнов В.А. Численный метод решения нелинейной двумерной задачи теплопроводности при шлифовании 23

Пыхалов А.А., Пашков В.П. Применение метода конечных элементов и контактной задачи твердого деформируемого тела в моделировании фиксации кости при переломах 27

Крюков А.В., Закарюкин В.П., Буякова Н.В. Управление электромагнитной обстановкой на объектах железнодорожного транспорта 34

Чайкин С.В., Банщиков А.В. Анализ множества относительных равновесий спутника-гиростата 38

Коваленко Г.В., Меньщикова Н.С., Фигурина Е.В. Нелинейно-деформационная модель напряженного состояния усиленных железобетонных конструкций 42

Колмаков В.П., Гречнева М.В. Исследование герметичного соединения труба-решетка, выполненного сваркой взрывом 45

Калимолдаев М.Н., Айдосов Г.А., Тойбаев С.Н. Распространение интенсивной сферической волны в нелинейно-сжимаемой пластической среде 50

Дудина И.В., Чевская Е.А., Жердева С.А. Исследование напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций по разным расчетным моделям 54

Ахмадеева А.А., Гозбенко В.Е. Динамические свойства вагона с двухступенчатым рессорным подвешиванием 60

Ильиных В.А., Линейцев В.Ю., Рожкова Е.А. Расчет напряженно-деформированного состояния ступицы с РК-профильным отверстием 69

Налабордин Д.Г. Оценка обеспечения безопасной эксплуатации грузовых вагонов 73

Полянский И.С., Аршинский Л.В. Оценка эффективности системы противопожарной защиты объектов Восточно-Сибирской железной дороги 78

Ешенко А.А. Инвариантность двумерных систем управления теплоэнерготехнологическими процессами 82

Дементьев В.П., Корнева Л.В., Хоменко А.П., Черняк С.С., Тужилина Л.В., Алексеев Н.Т., Серпиянов А.И. Разработка и исследование железнодорожных рельсов для Сибири 87

Погодин В.К., Верхозин Н.А. Кузнецов К.А. Исследование герметизации уплотнительных соединений трубопроводной арматуры при статических условиях работы 90

Лукьянов А.В., Романовский А.И., Лукьянов Д.А. Динамика асинхронного привода при несимметрии тока в фазах 96

Широбоков К.П., Святский В.М. Охлаждение свободной струи расплавленного полимера при реализации технологии вертикального раздува 102

Раздел 2. Информатика, вычислительная техника и управление. Приборостроение. Метрология. Информационно-измерительные приборы и системы

Ермаков А.А. Оценка качества функционирования сложных технических систем 108

Дмитриева Т.Л. Алгоритм решения условно-экстремальных задач, использующий методы модифицированных функций Лагранжа первого и второго порядка 113

Рыжов С.О., Бальчугов А.В. Разработка технологии процесса десорбции газа из жидкости на насадке в электромагнитном поле 120

Министерство образования и науки Российской Федерации
Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Иркутский государственный университет путей сообщения
Иркутский научный центр СО РАН
Российская инженерная академия

Современные технологии
Системный анализ
Моделирование

СОДЕРЖАНИЕ

Раздел 2. Информатика, вычислительная техника и управление. Приборостроение. Метрология. Информационно-измерительные приборы и системы (продолжение)

Маршалко Ю.С., Кузнецов Н.К., Юрайдо Б.Ф., Федюкович Г.И., Кузнецов К.А. Разработка автоматизированных систем мониторинга трубопроводов нефтеперерабатывающих производств 125

Асламов И.А. Козлов В.В., Мизандронцев И.Б., Кучер К.М., Макаров М.М., Горнов А.Ю., Гранин Н.Г. Автоматизация инженерно-гидрологических испытаний 130

Мухопад Ю.Ф., Мухопад А.Ю., Полетаев А.Ф. Синтез и моделирование автоматов управления систем обработки информации в режиме реального времени 138

Елисеев С.В., Ермошенко Ю.В., Фомина И.В. Возможности сочленения твердых тел в цепных механических системах 146

Дунаев М.П., Головин С.В. Процесс создания экспертной системы для наладки синхронных машин 153

Данеев А.В., Басыров А.Г., Мастин А.Б. Диспетчер энергосберегающего параллельного вычислительного процесса 157

Раздел 3. Системный анализ. Моделирование. Транспорт. Энергетика. Строительство

Алексеев В.А., Лукьянов А.В. Математическое моделирование технического состояния силового трансформатора 164

Арсентьев М.О., Крюков А.В. Повышение качества электрической энергии в системах электроснабжения нетяговых потребителей на основе установок распределенной генерации 169

Евсевлеева Л.Г., Кузьмин О.В. Случайные графы в изучении химических реакций в условиях потока 175

Богданова С.Н., Истомина Н.В., Корчевин Н.А. Математическое моделирование микродугового оксидирования алюминия 179

Сартаков В.Д., Пидченко Д.С. Исследование алгоритмов синтеза системы электропривода численными методами 183

Сигачев Н.П. Елисеева Л.И. Востриков М.В. Клочков Я.В. Исследование теплоустойчивости здания методом имитационного моделирования 190

Бардушко В.Д. Новые подходы в формировании законов регулирования средств повышения энергетической эффективности систем электрической тяги 194

Болоев Е.В. Проверка математических моделей электроэнергетических систем, предназначенных для выполнения расчетов установившихся режимов в вероятностно-определенных условиях 202

Туйгунова А.Г. Исследование влияния размаха внутрисуточной температуры окружающей среды на скорость старения витковой изоляции 208

Плотников В.А, Вертакова Ю.В. Системный подход в оценке путей преодоления финансово-экономического кризиса 213

Залилеев М.Ш., Поляченко Д.А., Бальчугов А.В. Моделирование массообменных газожидкостных процессов на горизонтальной поверхности контакта фаз 225

Могильников А.А., Тюрнев А.С. Вычисление весовых коэффициентов факторов, влияющих на оценку пожарной безопасности в регионе 229

Новиков М.А. О связи диагонализации и знакоопределенности пучка двух квадратичных форм 233

Конференции и семинары 242

Министерство образования и науки Российской Федерации
Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Иркутский государственный университет путей сообщения
Иркутский научный центр СО РАН
Российская инженерная академия

Modern technologies
System analysis
Modeling

CONTENTS

Part 1. Modern technologies. Mechanics and mechanical engineering

Khomenko A.P., Eliseev S.V. Vibroprotection systems with couplings. Technology of building of mathematical models 8

Senko V.I., Chernin I.L., Chernin R.I., Senko N.G. Perfection of the control of connections with a tightness of bearings of wheel pairs 18

Smirnov V.A. Numerical method of decision of the nonlinear two-dimensional heat conductivity problem by grinding 23

Pykhalov A.A., Pashkov V.P. Use of the method of final elements and contact problem of hard deforming frame while modeling bones fractions fixation 27

Kryukov A.V., Zakaryukin V.P., Buyakova N.V. Electromagnetic situation control on railway objects 34

Chaikin S.V., Banschikov A.V. The analysis of the set of the relative equilibria of gyrostat satellite 38

Kovalenko G.V., Menshchikova N.S., Figurina E.V. Nonlinear deformation model of the stress state of reinforced concrete structures 42

Kolmakov V.P., Grechneva M.V. Research of quality of assemblage of one-piece connection (pipe - pipe grate) by energy of electric explosion of conductor 45

Kalimoldayev M.N., Aidossov G.A., Toibaev S.N. Distribution of an intensive spherical wave in a nonlinear -compressible plastic medium 50

Dudina I.V., Chevskaya E.A., Zherdeva S.A. Investigation of the stress-strain state of reinforced concrete structures in different computational models 54

Akhmadeeva A.A., Gozbenko V.E. Dynamic properties of rail way car with two-level spring suspension 60

Iliinyh V.A., Lineycev V.YU., Rozhkova E.A. Calculation of the tense deformed condition of the hub with RK-profile hole 69

Nalabordin D.G. Assessment of safe operation of freight cars 73

Polyanskiy I.S., Arshinskiy L.A. Evaluating the effectiveness of fire protection facilities of the East-Siberian Railway 78

Eshenko A.A. Invariancy of two-dimensional heat-and-power processes control systems 82

Dementiev V.P., Korneva L.V., Homenko A.P., Chernyak S.S., Tuzhilina L.V., Alekseev N.T., Serpiyanov A.I. Production and research of rails for Siberia 87

Pogodin V.K., Verhozin N.A., Kuznetsov K.A. Research of pipeline fittings sealing compounds sealing in static conditions of work 90

Lukyanov A.V., Romanovsky A.I., Lukyanov D.A. Dynamics of induction motor drive with unbalanced supply current in the phases 96

Shirobokov K.P., Svjatsky V.M. Cooling of the free stream of the fused polymer at realization of vertical blow with air technology 102

Part 2. Computer science, computer facilities and management. Instrument making. Metrology. Information-measuring devices and systems

Ermakov A.A. Assessment of the quality of functioning of complex technical systems 108

Dmitrieva T.L. The Algorithm of the decision of the conditionally-extreme problems, using methods of modified Lagrange functions of first and second order 113

Rizshov S.O., Balchugov A.V. Development of technology of process Of desorption of gas from the liquid in the electromagnetic field 120

Министерство образования и науки Российской Федерации
Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Иркутский государственный университет путей сообщения
Иркутский научный центр СО РАН
Российская инженерная академия

Modern technologies
System analysis
Modeling

CONTENTS

Part 2. Computer science, computer facilities and management. Instrument making. Metrology. Information-measuring devices and systems (continue)

Marshalko Y.S., Kuznetsov N.K., Yuraido B.F., Fedukovich G.I., Kuznetsov K.A. Engineering design of refinery pipeline automation systems monitoring 125

Aslamov I.A., Kozlov V.V., Mizandrontsev I.B., Kucher K.M., Makarov M.M., Gornov A.Yu., Granin N.G. Automation of engineering-hydrologycal investigation 130

Mukhopad Y.F., Mukhopad A.Y., Poletaev A.F. Synthes and modelling of automatic devices of management of systems of processing of the information in real time 138

Eliseev S.V., Ermoshenko Yu.V., Fomina I.V. Opportunities of coupling of rigid bodies in chain mechanical systems 146

Dunaev M.P., Golovin S.V. Consult expert system for AC machines adjusting 153

Daneev A.V., Basyrov A.G., Mastin A.B. Manager of energy-saving parallel computing 157

Part 3. The system analysis. Modelling. Transport. Power. Building

Alekseev V.A., Lukyanov A.V. Mathematical modeling of the power transformer technical state 164

Arsent'ev M.O., Kryukov A.V. Advance of electric energy quality of railway non-traction energy supplying by distributed generation units 169

Evsevleeva L.G., Kuzmin O.V. Random graphs in studying chemical reactions in the condition of flow 175

Bogdanova S.N., Istomina N.V., Korchevin N.A. Mathematical modelling of aluminium micro-arc oxidizing 179

Sartakov V.D., Pidchenko D.S. Research of algorithm for electric drive system synthesis with numerical methods 183

Sigachov N.P., Eliseeva L.I., Vostrikov M.V., Klochkov Ya.V. An investigation of thermal stability of the building by simulation 190

Bardushko V.D. New approaches in laws of regulation of means of increase power efficiency of systems Electric draft formation 194

Boloev E.V. Mathematical models for the description of probabilistic load flow check 202

Tuygunova A.G. Research of influence of scope of intradaily temperature of environment for speed of aging coil isolation 208

Plotnikov V.A., Vertakova J.V. The system approach in the estimation of way of overcoming of financial and economic crisis 213

Zalileyev M.S., Polyachenko D.A., Balchugov A.V. Modeling of the mass transfer gas-liquid processes on the horizontal surface 225

Mogilnikov E.A., Tyurnev A.S. The calculation of weighting coefficients of factors influencing the estimation of the regional fire security 229

Novickov M.A. On the relationship between the diagonalization and the signdefiniteness of the pencil of two quadratic forms 233

Conferences and seminars 242

Уважаемые коллеги!
Мы приглашаем Вас к участию в нашем журнале в качестве авторов, рекламодателей и читателей и сообщаем требования к статьям, принимаемым к публикации

Статья представляется в электронном и распечатанном виде. Рекомендуемый объем статьи до 8 стр.

К статье прилагаются:

!1) акт экспертизы; внешний отзыв;

!2) индекс УДК;

!3) сведения об авторах: **фамилия, имя, отчество, ученая степень, звание и должность**, название учреждения (кафедры), контактный телефон или E-mail;

!4) аннотация по образцу (**на русском и английском языках**):

УДК 621.879

Иванов И.И., Петров П.П. Совершенствование систем разработки угольных месторождений // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2009. №1(21). С. __-__. Рис. 5. Табл. 2. Библиогр.: С. __ (9 назв.).

Рассмотрены способы разведки ...

Ключевые слова: месторождение, выработка, скважина.

UDC 621.879

Ivanov I.I., Petrov P.P. Improvement of systems of working out of coal deposits // The modern technologies. The system analysis. The modelling. 2009. #1(21). P. __-__. Fig. 5. Tab. 2. Ref. 9.

Ways of investigation of deposits are considered ...

Keywords: deposit, development, chink.

Количество знаков в реферате – не более 400.

Индекс УДК, сведения об авторах и аннотации предоставляются в виде файла с расширением *.doc.

5) **Текст статьи предоставляется в виде файла с расширением *.doc** – документа, построенного средствами Microsoft Word 97 или последующих версий, **и распечаткой** на стандартных листах формата А4 (210х297 мм) в две колонки, заверенной подписью авторов.

При наборе статьи в Microsoft Word с учетом формата издания рекомендуются следующие установки:

- параметры **страницы** и абзаца: отступы сверху и снизу – **2.5 см;** слева и справа – **1.75 см; табуляция – 2 см;** ориентация – книжная;
- шрифт - **Times New Roman,** размер – 11, межстрочный интервал – одинарный, перенос слов – автоматический;
- **Текст статьи разбивается в две колонки с помощью команды “Форматирование -> Колонки” со следующими параметрами: ширина колонки: 8,5 см, промежуток: 0,5 см.**
- При вставке формул использовать **Microsoft Equation 3** при установках: элементы формулы выполняются ***курсивом;*** для греческих букв и символов назначать шрифт Symbol, для остальных элементов - шрифт **Times New Roman** (использование букв русского алфавита в формуле нежелательно). Размер символов: обычный – 11 пт, крупный индекс – 7 пт, мелкий индекс – 5 пт, крупный символ – 18 пт, мелкий символ – 11 пт. Все экспликации элементов формул в тексте также необходимо выполнять в виде формул.

6) **Рисунки,** вставленные в текст статьи, должны быть выполнены с разрешением 300 dpi, B&W – для черно-белых иллюстраций, Grayscale – для полутонов, максимальный размер рисунка с надписью: ширина – 150 мм, высота – 245 мм, представлены **на компакт-диске** в виде файла с расширением *.bmp, tif **и распечаткой** на стандартных листах формата А4, должны допускать перемещение в тексте и возможность изменения размеров. Схемы, графики выполняются во встроенной программе MS Word или в MS Excel, с приложением файлов.

7) **Библиографический список** к статье оформляется **в соответствии с требованиями ГОСТ Р 7.0.5-2008. “Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления”.**

8) Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взымается.

9) Все материалы должны быть представлены в редакцию **на компакт-диске,** проверенном на отсутствие вирусов.

Редакция оставляет за собой право отклонять статьи, не отвечающие указанным требованиям.

По вопросам публикации статей обращаться:

г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15. Офис А-101. Иркутский государственный университет путей сообщения.
Телефоны: **(8-3952) 63-83-89** Факс: **(8-3952) 38-76-72.** E-mail: **irgups-journal@yandex.ru**
Гозбенко Валерий Ерофеевич

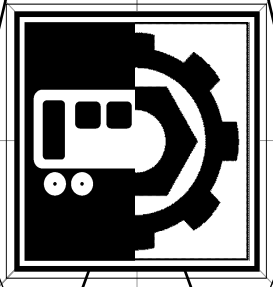
Министерство образования и науки Российской Федерации
Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта

Иркутский государственный университет путей сообщения
Иркутский научный центр СО РАН
Российская инженерная академия

Современные технологии

Системный анализ

Моделирование



Раздел 1.
Современные технологии.
Механика и машиностроение

Содержание научного журнала:

- Инженерная механика
- Транспортные средства
- Энергетика и электромеханика
- Строительство, материалы и конструкции
- Охрана окружающей среды
- Автоматизация технологических процессов
- Современные технологии
- Системный анализ
- Моделирование технических систем
- Транспортные системы
- Телекоммуникации и связь
- Управление техническими системами
- Информационные технологии

УДК 531.1

Хоменко Андрей Павлович,
д.т.н., профессор, ректор ИрГУПС, тел.: 8 (3952) 63- 83- 11
Елисеев Сергей Викторович,
д.т.н., профессор, директор НИИ Современных технологий, системного анализа и моделирования ИрГУПС, тел./факс: 8-395-2-59-84-28, e-mail: eliseev_s@inbox.ru

ВИБРОЗАЩИТНЫЕ СИСТЕМЫ С СОЧЛЕНЕНИЯМИ. ТЕХНОЛОГИЯ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

A.P. Khomenko, S.V. Eliseev

VIBROPROTECTION SYSTEMS WITH COUPLINGS. TECHNOLOGY OF BUILDING OF MATHEMATICAL MODELS

Аннотация. *Рассматривается технология построения математических моделей механических колебательных систем с сочленениями. Предлагается методика выбора систем обобщенных координат, устремление которых к нулю обеспечивает формирование сочленения. Приводятся примеры расчетов.*

Ключевые слова: *сочленения твердых тел, математические модели виброзащитных систем, динамика колебательных систем.*

Abstract. *Technology of creature of mathematical models of mechanical oscillation systems with coupling rigid bodies are considered. Methodology of selection of system of coordinates for elimination of relative movement for zero are suggested. Several examples are explained.*

Keywords: *coupling of rigid bodies, mathematical models of vibroprotection systems, dynamics of oscillation systems.*

Сочленения играют большую роль в динамике механических систем. Разные виды сочленений определяют появление особенностей в формах введения сочленений с учетом сложности их конструктивного исполнения [1, 2]. Чаще всего движение всех элементов системы происходит в одной плоскости или параллельных плоскостях [3]. Отметим, что в механической колебательной системе выделяют два класса звеньев: неподвижные и подвижные. Одним из наиболее распространенных сочленений являются шарнирные соединения в виде кинематических вращательных пар. В простейших вариантах звенья, соединяемые шарниром, допускают вращательно-качательные движение звеньев относительно друг друга. При этом каждое сочленение из общего числа степеней свободы производит «изъятие» одной степени свободы в движениях. Большое количество сочленений, соответствующих числу шарниров, обеспечивает уменьшение общего числа степеней свободы (или числа независимых переменных). В практике виброзащиты могут встречаться звенья, замыкающие на себе через сочленения несколько звеньев, однако такая постановка задачи исследования в данной работе не рассматривается.

Кроме соединения подвижных звеньев между собой часто встречаются соединения твердых тел (или материальных точек как абстракций по отношению к твердым телам) с неподвижными звеньями или с основанием (или условно-неподвижной системой). Такое сочленение на рис. 1 показано подштриховкой.

Механические колебательные системы могут иметь сочленения различных типов, что обеспечивает особенности структуры системы и так называемой «метрики». Вращательные сочленения

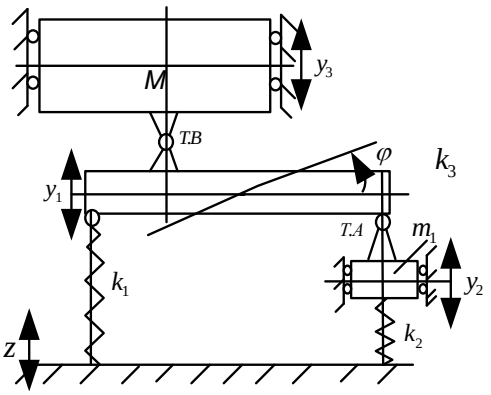


Рис. 1. Расчетная схема ВЗС, имеющей сочленения: между подвижными звеньями, а также между подвижными и неподвижными звеньями (в точках А и В – сочленения в виде вращательных кинематических пар)

привносят в системы рычажные связи. Поскольку сочленения уменьшают число степеней свободы системы в целом, то достаточно рациональным подходом представляется первоначальное составление общей модели без ограничений движения, за исключением естественных связей с основанием. В этом случае математическая модель системы может быть представлена в виде системы обыкновенных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами [4]

$$Ay = b,$$

где A – матрица коэффициентов; y – вектор-столбец переменных; b – вектор столбец внешних воздействий. В общем случае матрица A имеет порядок $n \times n$ и является симметричной:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \ldots & a_{nn} \\ a_{21} & a_{22} \ldots & a_{rn} \\ a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix} .$$

При построении математических моделей систем с сочленениями могут использоваться различные системы обобщенных координат, главным образом такие, в которых координаты отражают относительное движение. Сочленение может быть реализовано по отношению к элементу, совершающему «абсолютное» движение. Естественно при этом, что системы координат допускают соответствующие взаимные преобразования.

Выбирая системы координат соответствующим для поставленной задачи образом, отметим, что выбираемые пары или блоки сочленения должны находиться на диагонали матрицы. По-существу, каждый блок является парциальной системой. Введение сочленения означает исключение соответствующих столбцов и строк матрицы коэффициентов, включая и «исключения» соответствующей правой части уравнения.

Физический смысл операции заключается в том, что сочленение, представленное разностью соответствующих координат, исключается в физическом смысле, вместе с переменной исключаются одновременно и коэффициенты матрицы, определяющие связи между убираемой парциальной системой и остальными. Правая часть уравнения, определяемого строкой, также исключается, поскольку физически «исчезает» точка приложения сил. Внешнее воздействие в этом случае перераспределяется соответствующим образом при выборе систем обобщенных координат, где необходимо соблюдать условия равенства виртуальных работ обобщенных сил в различных системах совместимых координат [5].

В предлагаемой статье рассматривается ряд сочленений и примеров использования предлагаемых процедур. Набор возможных сочленений может обеспечивать и более сложные формы взаимодействий, в том числе и на основе кинематических пар IV и III, II классов. Важно отметить, что возможности учета особенностей сочленения в плане построения математических моделей могут быть распространены и на системы с неудерживающими связями.

Большое влияние на развитие исследований, связанных с поиском и разработкой динамических гасителей колебаний, оказало введение в практику устройств для преобразования движения. В первую очередь, такими устройствами стали шарнирно-рычажные механизмы, затем несамотормозящиеся винтовые механизмы и зубчатые механизмы [6] и др. Вместе с тем, появление устройств для преобразования движения можно рассматривать и с позиций общей трансформации структур механических колебательных систем на основе использования сочленения как подхода для получения упрощенных структур, так и способа построения нетрадиционных для теории колебаний элементов.

На рис. 2 представлена расчетная схема ВЗС, в которой имеется два блока, наличие которых отражается контурами I и II. В основе блоков – твердое тело, обладающее массой и моментом инерции; в составе ВЗС задействованы упругие элементы, предполагается, что смещение центра тяжести блока I не оказывает существенного влияния на динамику системы в целом, а силы сопротивления достаточно малы.

I. Расчетная схема в виде колебательной сис-

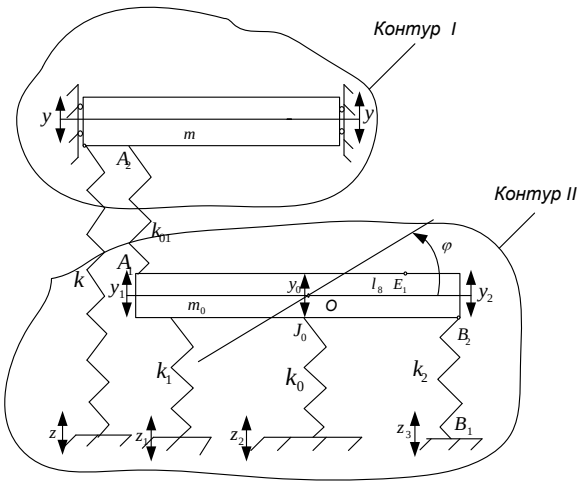


Рис. 2. Расчетная схема колебательной ВЗС, имеющей два контура взаимодействия

темы с тремя степенями свободы $(y \div y_3)$ может рассматриваться как фрагмент ВЗС, в которой совместно работает блок I (контур I рис. 2) и блок II (контур II рис. 2), состоящие из твердого тела, опирающегося на упругие опоры. Контуры I и II (рис. 2) находятся во взаимодействии через упругий связывающий элемент k_{01}. В свою очередь, твердое тело опирается не только на упругие опоры k_1 и k_2, но имеет и упругую связь k_0, линия действия которой проходит через центр тяжести балки в точке О. Примем, что $A_1O = l_1$, $B_2O = l_2$, а присоединенная масса m не вызывает значительных изменений массоинерционных параметров системы. Силы сопротивления также полагаются малыми. Развивая высказанные авторами выше положения о сочленениях твердых тел как соединении твердых тел, имеющих форму вращательного шарнира, отметим, что, принимая жесткости k_{01} и k_0 достаточно большими, можно преобразовать расчетную схему к виду, как показано на рис. 3.

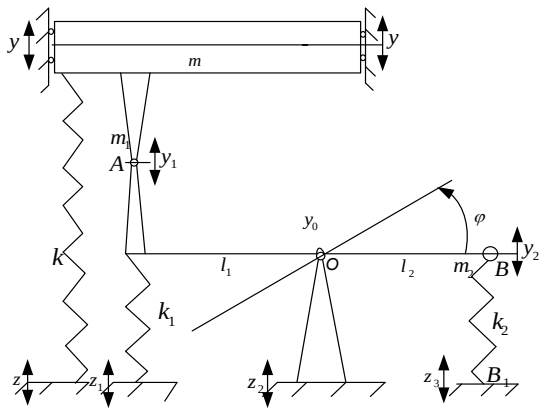


Рис. 3. Преобразованная расчетная схема, содержащая сочленения

Полученная в результате упрощения схемы на рис. 2 расчетная схема на рис. 3 была предметом исследований в работе [7], посвященной исследованию эффективности гашения колебаний и направленного изменения сил демпфирования виброзащитных систем, однако вопрос о сочленениях в [7] не поднимался. Схема на рис. 3 отражает возможность получения системы с сочленениями.

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий в системе координат y_1, y_2.

$$T = \frac{1}{2}(m + m_1)\dot{y}^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2, \qquad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k(y - z)^2 + \frac{1}{2}k_2(y - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - z_3)^2, \quad (2)$$

где $\dot{y}_2$ – скорость элемента массой m_2 в абсолютном движении, которая определяется выражением

$$\dot{y}_2 = -\left(\frac{\dot{y}}{l_1}\cdot l_2\right) + z_2. \qquad (3)$$

Знак минус в (3) отражает изменения движения, вызванное рычагами второго рода, таким образом найдем, что

$$T = \frac{1}{2}(m + m_1)\dot{y}^2 + \frac{1}{2}m_2\left[-\dot{y}i + \dot{z}_2(1 + i)\right]^2, \quad (4)$$

где $i = \dfrac{l_2}{l_1}$ – передаточное отношение рычага.

Потенциальная энергия определяется выражением

$$\Pi = \frac{1}{2}k(y - z)^2 + \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_{2аб} - z_3)^2 = \\ = \frac{1}{2}k(y - z)^2 + \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2\left[-yi + z_2(1 + i) - z_3\right]^2. \qquad (5)$$

Найдем вспомогательные соотношения для вывода уравнения движения

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} = (m_1 + m_2)\dot{y} + m_2 i^2\dot{y} - m_2 i(1 + i)\dot{z}_2, \quad (6)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial y} = ky - kz + k_1 y - k_1 z_1 + \\ + k_2 i^2 y - k_2 i(1 + i)z_2 + k_2 i z_3 \qquad (7)$$

и получим уравнение движения системы

$$\ddot{y}\left(m_1 + m_2 + m_2 i^2\right) + y\left(k + k_1 + k_2 i^2\right) = \\ = m_2(1 + i)\ddot{z}_2 + z_2 k_2(1 + i) + k_1 z_1 + kz - k_2 i z_3. \qquad (8)$$

Для упрощения расчетов примем, что $z_1 = z_2 = z_3$, $k_1 = 0$ и $k_2 = 0$, тогда передаточная функция примет вид

$$W(p) = \frac{\bar{y}(p)}{\bar{z}(p)} = \frac{m_2(1 + i)ip^2 + k}{\left(m_1 + m + m_2 i^2\right)p^2 + k}, \qquad (9)$$

где $p = j\omega$ – переменная Лапласа ($j = \sqrt{-1}$).

Такие формулы были получены в ряде предшествующих работ, например, в [8, 9].

II. Проведем ряд выкладок в развитие метода получения математических моделей систем с сочленениями, основанный на упрощениях некоторых более общих систем с использованием особенностей, возникающих при наложении связей, возникающих в сочленениях. Вернемся к полной схеме, приведенной на рис. 2. Тогда выражения (1) и (2) для кинетической и потенциальной энергий можно преобразовать к виду

$$T = \frac{1}{2}m_0\dot{y}_0^2 + \frac{1}{2}J_0\dot{\varphi} + \frac{1}{2}m\dot{y}^2, \qquad (10)$$

$$П = \frac{1}{2}k(y-z)^2 + \frac{1}{2}k_1(y_1-z_1)^2 + \frac{1}{2}k_0(y_0-z_2)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2-z_3)^2 + \frac{1}{2}k_{01}(y-y_1)^2. \quad (11)$$

На схеме (рис. 2) приняты следующие обозначения: m_0 – масса промежуточного тела (может превращаться в m_1 и m_2, соединенных рычагом); m – масса объекта; k, k_1, k_0, k_2 – упругие элементы, промежуточного тела, опирающегося на основание; $z \div z_3$ – кинематические возмущения. Координаты точек A_1 и A_2 (рис. 2), определяются следующим образом: $y_{A1} = y_1$ и $y_{A2} = y$.

Для получения сочленений необходимо выполнить условия

$$y_1 - y = 0, \quad (12)$$

$$y_{10} = 0, \quad (13)$$

где $y_{10} = y_0 - z_2$.

Рассмотрим движение системы в координатах y_0, φ. Запишем ряд обозначений и соотношений: $y_0 = ay_1 + by_2; \varphi = c(y_2 - y_1); \quad a = \frac{l_2}{l_1 + l_2};$

$b = \frac{l_1}{l_1 + l_2}; \; c = \frac{1}{l_1 + l_2}.$

Для рассмотрения движения системы в системе координат y_0, y_2 и y_1 выражение для кинетической энергии примет вид

$$T = \frac{1}{2}m_0(a\dot{y}_1 + b\dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2}J_0c(\dot{y}_2 - \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}^2. \quad (14)$$

Для дальнейших расчетов получим ряд вспомогательных соотношений

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} = m_0a^2\dot{y}_1 + m_0ab\dot{y}_2 + J_0c^2\dot{y}_1 - J_0c^2\dot{y}_2,$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_2} = m_0b^2\dot{y}_2 + m_0ab\dot{y}_1 + J_0c^2\dot{y}_2 - J_0c^2\dot{y}_1,$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}} = m\dot{y}.$$

Выражение для потенциальной энергии в данном случае принимает вид

$$П = \frac{1}{2}k(y-z)^2 + \frac{1}{2}k_1(y_1-z_1)^2 + \frac{1}{2}k_0(ay_1 + by_2 - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2-z_3)^2 + \frac{1}{2}k_{01}(y-z_1)^2, \quad (15)$$

и вспомогательные соотношения соответственно:

$$\frac{\partial П}{\partial \dot{y}_1} = ky_1 - k_1z_1 + k_0ay_1 + k_0ab\dot{y}_2 - k_0az_2,$$

$$\frac{\partial П}{\partial \dot{y}_2} = k_0b^2y_2 - k_0aby_1 + k_0bz_2 + k_2y_2 - k_2z_3,$$

$$\frac{\partial П}{\partial \dot{y}} = ky_1 - k\,z + k\,z - k_0z_1.$$

Система дифференциальных уравнений движения системы может быть представлена в форме:

$$\ddot{y}_1(m_0a^2 + J_0c^2) + y_1(k_1 + k_0a^2) + \ddot{y}_2(m_0ab - J_0c^2) + y_2k_0ab = k_1z_1 + k_0az_2, \quad (16)$$

$$\ddot{y}_1(m_0a\,b - J_0c^2) + y_1(-k_0ab) + \ddot{y}_2(m_0b^2 + J_0c^2) + y_2(k_0b_2 + k_2) = k\,bz_2 + k_2z_3, \quad (17)$$

$$\ddot{y}_1(0) + y_1(0) + \ddot{y}_2(0) + y_2(0) + \ddot{y}m + y(k + k_{01}) = k\,z + k_{01}z_1. \quad (18)$$

В табл. 1 приведены значения коэффициентов уравнений в координатах y_0, y_2 и y_1

Таблица 1

Значения коэффициентов уравнений (3.16÷3.18) в координатах y_0, y_2 и y_1

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(m_0+J_0c^2)p^2 + k_1 + k_0a^2$	$(m_0ab - J_0c^2)p^2 + k_0ab$	0
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$(m_0ab - J_0c^2)p^2 + k_0ab$	$(m_0b^2 + J_0c^2)p^2 + k_0b^2 + k_2$	0
a_{31}	a_{32}	a_{33}
0	0	$mp^2 + k + k_{01}$

Обобщенные силы по координатам y_0, y_2 и y_1 имеют вид

$$Qy_1 = k_1 z_1 + k_0 a z_2; Qy_2 = k_0 b z_2 + k_2 z_3;$$
$$Qy = k\ z + k_{01} z_1. \qquad (19)$$

Уравнения (16÷18) описывают движение в системе координат, отражающих вертикальные движения массоинерционных элементов ВЗС. Такую математическую модель можно назвать базовой. Особенность матрицы заключается в том, что $a_{13}=a_{31}=0$, $a_{23}=a_{32}=0$, что определяется особенностями динамических взаимодействий, зависящих от структуры ВЗС (рис. 2) и выбора системы координат.

III. Перейдем к системе координат $x = y - y_1$, y_0 и φ; запишем ряд соотношений $y = x + y_1 = x + y_0 - l_1\varphi$ и получим выражение для кинетической энергии

$$T = \frac{1}{2} m_0 \left(\dot{x} + \dot{y}_0\right)^2 + \frac{1}{2} J_0 \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} m \left(\dot{x} + \dot{y}_0 - l_1 \dot{\phi}\right)^2. \qquad (20)$$

Произведем ряд вспомогательных выкладок

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} + m\dot{y}_0 - ml_1\dot{\varphi}, \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_0} = m_0\dot{y}_0 + m\dot{x} + ml_1\dot{\varphi} + m\dot{y}_0, \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = J_0\dot{\varphi} - l_1 m\dot{x} - m\dot{y}_0 l_1 + ml_1^2\dot{\varphi}.$$

Запишем уравнения для потенциальной энергии в развернутой форме

$$\Pi = \frac{1}{2} k \left(x + y_0 - l_1\phi - z\right)^2 + \frac{1}{2} k_1 \left(y_0 - l_1\phi - z_1\right)^2 + \frac{1}{2} k_0 \left(y_0 - z_2\right)^2 + \frac{1}{2} k_2 \left(y_0 + l_2\phi - z_3\right)^2 + \frac{1}{2} k_{01} \left(x\right)^2 \qquad (21)$$

или

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 + \Pi_5, \qquad (21')$$

где

$$\Pi_1 = \frac{1}{2} k \left(x + y_0 - l_1\phi - z\right)^2 = \frac{1}{2}\ k(x^2 + 2xy_0 + y_0^2 + l_1^2\varphi^2 + 2l_1\varphi z + z_2 - 2zx - 2zy_0 - 2xl_1\varphi - 2y_0 l_1\varphi);$$

$$\Pi_2 = \frac{1}{2} k_1 \left(y_0 - l_1\phi - z_1\right)^2 = \frac{1}{2} k_1 (y_0^2 + 2y_0 l_1\phi + l_1^2\phi^2 - 2z_1 y_0 - 2z_1 l_1\phi + z_1^2); \Pi_3 = \frac{1}{2} k_0 \left(y_0 - z_2\right)^2;$$

$$\Pi_4 = \frac{1}{2} k_2 \left(y_0 + l_1\phi - z_3\right)^2 = \frac{1}{2} k_2 (y_0^2 + 2l_1 y_0\phi + l_2^2\phi^2 - 2z_3 y_0 - 2z_3 l_2\phi + z_3^2); \Pi_5 = \frac{1}{2} k_{01} \left(x\right)^2.$$

Запишем уравнения движения системы в координатах φ, y_0, x

$$\ddot{\varphi}(J_0 + ml_1^2) + \varphi(kl_1^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2) + \ddot{y}_0(-ml_1) + y_0\left(-kl_1 + k_1 l_1 + k_2 l_2\right) + \ddot{x}\left(-ml_1\right) + x\left(-kl_1\right) = -kl_1 z - k_1 l_1 z_1 - k_2 l_2 z_3, \qquad (22)$$

$$\ddot{\varphi}(ml_1) + \varphi(-kl_1 + k_1 l_1 + k_2 l_2) + \ddot{y}_0(m + m_0) + y_0\left(k + k_1 + k_0 + k_2\right) + \ddot{x}\left(m\right) + x\left(k\right) = kz - k_1 z_1 - k_0 z_2 k_2 z_3, \qquad (23)$$

$$\ddot{\varphi}(-ml_1) + \varphi(-k_1 l_1) + \ddot{y}_0(m) + y_0\left(-k\right) + \ddot{x}\left(m\right) + x\left(k + k_{01}\right) = kz. \qquad (24)$$

Значения коэффициентов уравнений (22÷24) в координатах x, y_0 и φ соответственно представлены в табл. 2.

Таблица 2

Значения коэффициентов уравнений (22÷24) в координатах x, y_0 и φ

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$\left(ml_1^2 + J_0\right)p^2 + kl_1^2 + k_1 l_1^2 + k_2 l_2^2$	$\left(-ml_1\right)p^2 - kl_1 + k_1 l_1 + k_2 l_2$	$\left(-ml_1\right)p^2 - kl_1$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-\left(ml_1\right)p^2 - kl_1 + k_1 l_1 + k_2 l_2$	$\left(m_0 + m\right)p^2 + k + k_1 + k_0 + k_2$	$\left(m\right)p^2 + k$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$\left(-ml_1\right)p^2 - k_1 l_1$	$\left(m\ \right)p^2 + k$	$\left(m\right)p^2 + k + k_{01}$

Обобщенные силы по координатам x, y_0 и φ имеют вид

$$Q_\varphi = -kl_1 z + k_1 l_1 z_1 - k_2 l_2 z_3;$$

$$Q_{y_0} = k_0 z - k_1 z_1 - k_0 z_2 + k_2 z_3; Q_x = kz. \quad (25)$$

Математическая модель в системе координат x, y_0 и φ отличается от предыдущей модели (координаты y_0, y_2 и y_1) тем, что нулевые клетки отсутствуют. Что касается координаты $x = y - y_1$, то она может быть «обнулена» предположением, что k_{01} – стремится к бесконечности. В этих условиях возможно сочленение твердых тел m и m_1. Физически это означает, что масса m присоединяется к элементу ВЗС в т. А с массоинерционными параметрами m_0, J_0 и изменяет их (и общую массу и момент инерции). Движение системы будет описываться в этом случае координатами y_0 и φ. Необходимые данные для получения передаточных функций можно получить, исключая столбец и строку, содержащие x (фактически переменная устраняется, а порядок матрицы уменьшается на единицу).

IV. Для дальнейших расчетов введем систему координат y_0, y_1 и x. Тогда выражения для кинетической и потенциальной энергий в координатах y_0, y_1 и x преобразуются к виду:

$$T = \frac{1}{2} m_0 \left(\dot{y}_0\right)^2 + \frac{1}{2} J_0 a_0^2 \left(\dot{y}_0 - \dot{y}_1\right)^2 + \frac{1}{2} m \left(\dot{y}_1 + \dot{x}\right)^2. \quad (26)$$

Произведем ряд вспомогательных выкладок

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_1} = J a_0^2 \dot{y}_1 - J a_0^2 \dot{y}_0 + m\dot{y}_1 - m\dot{x}, \frac{\partial T}{\partial \dot{y}_0} =$$

$$= m_0 \dot{y}_0 + J_0 a_0^2 y_0 - J_0 a_0^2 \dot{y}_1, \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = m\dot{x} - m\dot{y}_1.$$

Проведем замену системы координат по отношению к выражению для кинетической энергии

$$T = \frac{1}{2} m_0 \left(\dot{y}_0\right)^2 + \frac{1}{2} J_0 \left(\dot{\varphi}\right)^2 + \frac{1}{2} m \left(\dot{y}\right)^2,$$

где $y = y_1 + x$; $x = y - y_1$, тогда $\varphi = c\left(y_2 - y_1\right)$;

$y_0 = a y_1 + b y_2$; $y_2 = \dfrac{y_0 - a y_1}{b}$.

Определим ряд соотношений:

$$\varphi = c y_2 - c y_1 = \frac{c \cdot (y_0 - a y_1)}{b} - c y_1 = \frac{c y_0 - c a y_1 - b c y_1}{b} =$$

$= \dfrac{c}{b}(y_0 - y_1)$ и найдем $\varphi = a_0 \left(y_0 - y_1\right)$,

где $a_0 = \dfrac{c}{b}$; $y_0 = a y_1 + b y_2$;

$$y_2 = \frac{y_0 - a y_1}{b} = \frac{1}{2} y_0 - \frac{a}{b} y_1 = a_{10} y_0 - a_{01} y_1.$$

Запишем выражение для потенциальной энергии в развернутой форме в координатах y_0, y_1 и x

$$\Pi = \frac{1}{2} k \left(y_1 + x - z\right)^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} k_1 \left(y_1 - z_1\right)^2 + \frac{1}{2} k_0 \left(y_0 - z_2\right)^2 + \quad (27)$$

$$+ \frac{1}{2} k_2 \left(a_{10} y_0 - a_{01} y_1 - z_3\right)^2 + \frac{1}{2} k_{01} \left(x\right)^2,$$

где $a_{10} = \dfrac{1}{b}$ и $a_{01} = \dfrac{a}{b}$.

Примем, что

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3 + \Pi_4 + \Pi_5, \quad (27')$$

где $\Pi_1 = \dfrac{1}{2} k \left(y_1^2 + 2 y_1 x + x^2 - 2 z y_1 - 2 x z + z^2\right)$;

$$\Pi_2 = \frac{1}{2} k_1 \left(y_1^2 - 2 y z + z_1^2\right);$$

$$\Pi_3 = \frac{1}{2} k_0 \left(y_0^2 - 2 y_0 z_2 + z_2^2\right)^2;$$

$$\Pi_4 = \frac{1}{2} k_2 (a_{10}^2 y_0^2 - 2 y_0 y_1 a_{01} a_{10} + a_{01}^2 y_1^2 -$$

$$-2 a_{10} y_0 z_3 + 2 a_{01} y_1 z_3 + z_3^2); \Pi_5 =$$

$$= \frac{1}{2} k_{01} \left(y_1 + x - y_1\right)^2 = \frac{1}{2} k_{01} x^2.$$

Уравнения движения системы в координатах y_0, y_1 и x можно записать:

$$\ddot{y}_1 \left(J a_0^2 + m\right) + y_1 \left(k + k_1 + k_2 a_{01}^2\right) + \ddot{y}_0 \left(-J a_0^2\right) +$$

$$+ y_0 \left(-k_2 a_{01} a_{10}\right) + \ddot{x}\left(-m\right) + x\left(k\right) = kz - k_2 a_{01} z_3 + k_1 z_1; \quad (28)$$

$$\ddot{y}_1 \left(-J a_0^2\right) + y_1 \left(-k_2 a_{01} a_{10}\right) + \ddot{y}_0 \left(m_0 + J_0 a_0^2\right) +$$

$$+ y_0 \left(k + k_2 a_{10}^2\right) + \ddot{x}\left(0\right) + x\left(0\right) = k_0 z_2 + k_2 a_{01} z_3; \quad (29)$$

$$\ddot{y}_1 \left(-m\right) + y_1 \left(k\right) + \ddot{y}_0 \left(0\right) +$$

$$+ y_0 \left(0\right) + \ddot{x}\left(m\right) + x\left(k + k_{01}\right) = -kz. \quad (30)$$

В табл. 3 представлены значения коэффициентов уравнений (28-29) в координатах x, y_1 и y_0.

Таблица 3

Значения коэффициентов уравнений (28÷30) в координатах x, y_1 и y_0

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$\left(m+J_0a_0^2\right)p^2+k+k_1+k_2la_{01}^2$	$\left(-J_0a_0^2\right)p^2-k_2a_{01}a_{10}$	$(-m)p^2+k$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$\left(-J_0a_0^2\right)p^2-k_2a_{01}a_{10}$	$\left(m+J_0a_0^2\right)p^2+k+k_2a_{10}^2$	0
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$(-m)p^2+k$	0	$(m)p^2+k+k_{01}$

Обобщенные силы по координатам x, y_0, y_1 имеют вид

$$Q_x=-kz\,;\,Q_{y_0}=k_0z_2+k_2a_{01}z_3\,;$$
$$Q_{y_1}=kz+k_2a_{01}z_3+k_1z_1\,. \qquad (31)$$

В этой системе координат x, y_0 y_1 возможно также введение сочленения и по координате x. Для получения передаточной функции системы, которая имеет две степени свободы y_0 и y_1, необходимо исключить соответствующие столбцы и строку. Отметим, что если $x=0$, то $y_1=y$ и движение системы при одном шарнире в точке А будет описываться координатами y_0 и y_1. В данном случае рычаг имеет упругое опирание для своего центра вращения. Наибольший интерес представляет все же случай с двумя сочленениями.

V. Рассмотрим систему координат y_{10}, y и x. Вводя ряд соотношений ($y_{10}=y-z_2$), запишем выражения для кинетической энергии системы:

$$T=\frac{1}{2}m_0\left(\dot y_{10}+\dot z_2\right)^2+$$
$$+\frac{1}{2}J_0a_0{}^2\left(\dot y_{10}+\dot z_2-\dot y+\dot x\right)^2+\frac{1}{2}m\left(\dot y\right)^2, \qquad (32)$$

где $a_0=\frac{c}{b}$.

Запишем это выражение в следующем виде

$$T=T_1+T_2+T_3, \qquad (32')$$

где

$$T_1=\frac{1}{2}m_0\left(\dot y_{10}+\dot z_2\right)^2=\frac{1}{2}m_0\left(\dot y_{10}^2+2\dot y_{10}\dot z_2+\dot z_2^2\right);$$

$$T_2=\frac{1}{2}J_0a_0^2\left(\dot y_{10}+\dot z_2-\dot y+\dot x\right)^2=$$

$$=\frac{1}{2}J_0a_0^2(\dot y_{10}^2+2\dot y_{10}\dot z_2+\dot z_2^2+\dot x^2-2\dot x\dot y+\dot y^2+$$

$$+2\dot x\dot y_{10}+2\dot x\dot z_2-2\dot y_{10}\dot y-2\dot z_2\dot y;$$

$$T_3=\frac{1}{2}m\dot y^2.$$

Проведем ряд вспомогательных выкладок

$$\frac{\partial T}{\partial\dot y_{10}}=m_0\dot y_{10}+m_0\dot z_2+J_0a_0^2\dot y_{10}+J_0a_0^2\dot z_2+J_0a_0^2\dot x-J_0a_0^2\dot y,$$

$$\frac{\partial T}{\partial\dot x}=J_0a_0^2\dot x-J_0a_0^2\dot y+Ja_0^2\dot y_{10}+Ja_0^2\dot z_2\,,$$

$$\frac{\partial T}{\partial\dot y}=m\dot y+Ja_0^2\dot x-Ja_0^2\dot y-Ja_0^2\dot y_{10}-Ja_0^2\dot z_2\,.$$

Запишем выражение для потенциальной энергии системы в координатах y_{10}, y и x в виде

$$\Pi=\Pi_1+\Pi_2+\Pi_3+\Pi_4+\Pi_5, \qquad (33)$$

где $\Pi_1=\frac{1}{2}k\left(y-z\right)^2=\frac{1}{2}k\left(y^2-2yz+z^2\right);$

$$\Pi_2=\frac{1}{2}k_1\left(y-x-z_1\right)^2=\frac{1}{2}k_1(y^2-2yx+x^2-$$

$$-2z_1y+2z_1x+z_1^2);\Pi_3=\frac{1}{2}k_0\left(y_{10}\right)^2;$$

$$\Pi_4=\frac{1}{2}k_2\left(a_{10}y_{10}-a_{01}y+a_{01}x+z_0\right)^2=\frac{1}{2}k_2(a^2{}_{10}y_{10}^2-$$

$$-2a_{10}a_{01}y_{10}y+a_{01}^2y^2+2a_{01}^2x+2a_{01}xz_0+z_0^2+$$

$$+2a_{01}a_{10}xy_{10}-2a_{01}^2xy+2a_{10}z_0y_{10}-2a_{01}z_0y);$$

$$\Pi_5=\frac{1}{2}k_{01}x^2,$$

где $z_0=a_{10}z_2-z_3$.

Уравнения движения системы в координатах y_{10}, y и x примут вид:

$$\ddot y_{10}(m_0+J_0a^2)+y_{10}(k_0+k_2a_{10}^2)+\ddot y\left(-Ja_0^2\right)+$$
$$+y(-k_2a_{10}a_{01})+\ddot x\left(J_0a_0^2\right)+x\left(k_2a_{10}a_{01}\right)= \qquad (34)$$
$$=-k_2a_{10}z_0-m_0\ddot z_2-J_0a^2\ddot z_2;$$

$$\ddot{y}_{10}(-J_0a_0^2)+y_{10}(-k_2a_{10}a_{01})+\ddot{y}\left(m+Ja_0^2\right)+y(k+$$
$$+k_1+k_2a_{01}^2)+\ddot{x}\left(-J_0a_0^2\right)+x\left(-k_1-k_2a^2{}_{01}\right)= \quad (35)$$
$$=J_0a_0{}^2\ddot{z}_2+kz+k_1z_1+k_2a_{01}z_0;$$
$$\ddot{y}_{10}(J_0a_0{}^2)+y_{10}(k_2a_{10}a_{01})+\ddot{y}\left(-Ja_0^2\right)+y(-k_1-$$
$$-k_2a^2{}_{01})+\ddot{x}\left(-J_0a_0^2\right)+x\left(k_1+k_2a^2{}_{01}+k_{01}\right)= \quad (36)$$
$$=-J_0a_0^2\ddot{z}_2-k_1z_1-k_2a_{01}z_0.$$

В табл. 4 запишем коэффициенты уравнений (34)÷(36).

Обобщенные силы по координатам y_{10}, y и x имеют вид

$$Q_{y_{10}}=-\left(m_0+J_0a_0{}^2\right)\ddot{z}_2+k_2a_{10}z_0\ ;$$
$$Q_y=\left(J_0a_0{}^2\right)\ddot{z}_2+kz+k_1z_1+k_2a_{01}z_0;$$
$$Qx=-\left(J_0a_0{}^2\right)\ddot{z}_2-k_1z_1-k_2a_{01}z_0. \quad (37)$$

При $z_0=a_{10}z_2-z_3$ получим следующие выражения для обобщенных сил:

$$Q_{y_{10}}=-\left(m_0+J_0a_0{}^2\right)\ddot{z}_2-k_2a_{10}z_0= \quad (38)$$
$$=-(m_0+J_0a_0^2)p^2-k_2a_{10}^2z_2-k_2a_{10}z_3;$$
$$Q_y=-\left(J_0a_0{}^2\right)\ddot{z}_2+kz+k_1z_1+k_2a_{01}z_0= \quad (39)$$
$$=J_0a_0^2p^2+kz+k_1z_1+k_2a_{10}a_{01}z_2-k_2a_{01}z_3;$$
$$Q_x=-\left(J_0a_0{}^2\right)\ddot{z}_2-k_1z_1-k_2a_{10}z_0= \quad (40)$$
$$=-J_0a_0^2p^2-k_1z_1-k_2a_{10}a_{01}z_2+k_2a_{10}z_3.$$

В данной системе координат имеется возможность выхода на два сочленения: по координате y_{10} и по координате x. Используя матрицу (табл. 4.) и исключая соответствующие строки и столбцы, получим уравнение движения для системы с двумя сочленениями

$$(m_0+J_0a_0^2)p^2+k+k_2a_{01}^2+k_1= \quad (41)$$
$$=J_0a^2{}_0\ddot{z}_2+kz+k_1z_1+k_2a_{01}z_0.$$

Для упрощения принимаем, как и для случая рассмотрения схемы на рис. 3, $k_2=0$, $k_1=0$, $z_1=0$, $z_3=0$; при этом $z=z_2$ тогда уравнение (41) преобразуется к виду

$$\bar{y}(m_0+J_0a_0^2)p^2+k=(J_0a^2{}_0p^2+k)\bar{z}, \quad (42)$$

откуда передаточная функция системы принимает вид

$$W(p)=\frac{\bar{y}}{\bar{z}_2}=\frac{J_0a_0^2+k}{m+J_0a_0^2+k}. \quad (43)$$

Сравнение (43) и (9) показывает, что структура передаточных функций является общей и предлагаемый подход позволяет построить необходимые математические модели.

Для получения полного совпадения результатов необходимо сделать расчетную схему более детализированной. Для вывода (9) использовалась схема, показанная на рис. 3. Особенность этой расчетной схемы заключается в учете массоинерционных свойств рычажных связей. Рассмотрим в связи с этим расчетную схему системы на рис. 2, которая отражает массоинерционные свойства системы, приведенной на рис. 3. На расчетной схеме (рис. 4) показаны массы m_1 и m_2; учет особенностей их движения является существенным фактором для совпадения выражений (9) и (43).

Таблица 4

Значения коэффициентов уравнений (34÷36) в координатах y_{10}, y и x

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$\left(m_0+J_0a_0{}^2\right)p^2+k_0+k_2a_{10}^2$	$\left(-J_0a_0{}^2\right)p^2-k_2a_{10}a_{01}$	$\left(J_0a^2\right)p^2+k_2a_{10}a_{01}$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$\left(-J_0a_0{}^2\right)p^2-k_2a_{10}a_{01}$	$\left(m+J_0a_0{}^2\right)p^2+k+k_2a^2{}_{01}+$ $+k_1$	$\left(-J_0a_0{}^2\right)p^2-k_1-k_2a^2{}_{01}$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$\left(J_0a_0{}^2\right)p^2+k_2a_{10}a_{01}$	$\left(-J_0a_0{}^2\right)p^2-k_1-k_2a^2{}_{01}$	$\left(J_0a_0{}^2\right)p^2+k_1+k_2a^2{}_{01}+k_{01}$

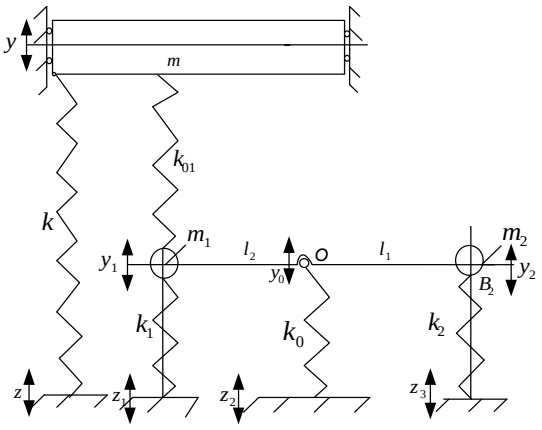


Рис. 4. Расчетная схема ВЗС на рис. 2, но с разнесенными массами m_1 и m_2

Выберем для дальнейших расчетов систему координат y, y_{10}и x, полагая при этом, что $y_{10} = y_0 + z$, $x = y - y_1$, где $y_0 = ay_1 + by_2$.

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий системы

$$T = \frac{1}{2}m\dot{y}^2 + \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2, \qquad (44)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k(y-z)^2 + \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - z_3)^2 + \frac{1}{2}k_{01}(y - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_0\left(y_0 - z_2\right)^2. \qquad (45)$$

Произведем ряд преобразований:

$$y_2 = y_0 - ay_1 = a_0y_0 - iy_1, i = \frac{a}{b} = \frac{l_2}{l_1}; \qquad a_0 = \frac{1}{b};$$

$$y_2 = a_0y_{10} + a_0z_2 - iy + ix. y_0 = y_{10} + x$$

и получим

$$T = \frac{1}{2}m\dot{y}^2 + \frac{1}{2}m_1(\dot{y} - \dot{x})^2 + \frac{1}{2}m_2(a_0\dot{y}_{10} + a_0\dot{z}_2 - i\dot{y} + i\dot{x})^2, \qquad (46)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k(y-z)^2 + \frac{1}{2}k_1(y - x - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(a_0y_{10} - iy + ix + z_0)^2 + \frac{1}{2}k_{01}(x)^2 + \frac{1}{2}k_0\left(y_{10}\right)^2, \qquad (47)$$

где $z_0 = a_0z_2 - z_3$.

Сделав ряд вспомогательных выкладок**,** аналогичных выше приведенным при выводе уравнений Лагранжа II рода, получим уравнения движения

$$\ddot{y}(m_1 + m_2i^2 + m) + y(k + k_1 + k_2i^2) + \ddot{x}\left(-m_1 - m_2i^2\right) + x(-k_1 - k_2i^2) + \ddot{y}_{10}\left(-m_2ia_0\right) + y_{10}\left(-k_2a_0i\right) = m_2a_0iz_2 + kz + k_1z_1 + k_2z_0i; \qquad (48)$$

$$\ddot{y}(-m_1 - m_2i^2) + y(-k_1 - k_2i^2) + \ddot{x}\left(m_1 + m_2i^2\right) + x(k_1 + k_{01} + k_2i^2) + \ddot{y}_{10}\left(m_2ia_0\right) + y_{10}\left(k_2a_0i\right) = -m_2a_0i\ddot{z}_2 - k_1z_1 - k_2z_0i; \qquad (49)$$

$$\ddot{y}(-m_2ia_0) + y(-k_2i^2a_0) + \ddot{x}\left(m_2ia_0\right) + x(k_2ia_0) + \ddot{y}_{10}\left(m_2a_0^2\right) + y_{10}\left(k_2a_0^2 + k_0\right) = -m_2a_0^2\ddot{z}_2 - k_2a_0z_0. \qquad (50)$$

В табл. 5 приведены коэффициенты уравнений (48) ÷ (50).

Таблица 5

Значения коэффициентов уравнений (48) ÷ (50) в координатах y, x и y_{10}

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(m_1 + m + m_2i^2)p^2 + k + k_1 + k_2i^2$	$(-m_1 - m_2i^2)p^2 - -k_1 - k_2i^2$	$-m_2ia_0p^2 - k_2a_9i$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$(-m_1 - m_2i^2)p^2 - k_1 - -k_2i^2$	$(m_1 + m_2i^2)p^2 + +k_1 + k_{01} + k_2i^2$	$m_2ia_0p^2 + k_2a_0i$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-m_2ia_0p^2 - k_2a_0i$	$m_2ia_0p^2 + k_2a_0i$	$m_2a_0^2p^2 + k_2a_0^2 + k_0$

Обобщенные силы в данном случае имеют вид

$$\left.\begin{aligned} Q_y &= m_2 a_0 i\ddot{z}_2 + kz + k_1 z_1 + k_2 z_0 i, \\ Q_x &= -a_0 i m_2 \ddot{z}_2 - k_1 z_1 - k_2 i z_0, \\ Q_{y_{10}} &= -m_2 a_0^2 \ddot{z}_2 - k_2 a_0 z_0. \end{aligned}\right\} \quad (51)$$

Исключая из матрицы столбцы и строки по координатам x и y_{10}, получим уравнение движения для системы с координатой y

$$\ddot{y}\left(m_1 + m + m_2 i^2\right) + y\left(k + k_1 + k_2 i^2\right) = \\ = m_2 a_0 i\ddot{z}_2 + kz + k_1 z_1 + k_2 z_0 i. \quad (52)$$

Для получения передаточной функции «смещение y по входу z_2» примем, что $z = z_2$, $z_1 = 0$, $z_3 = z_2$, $k_1 = 0$, $k_2 = 0$.

В этом случае $k_{01} \to \infty$, $k_0 \to \infty$.

$$W = \frac{\bar{y}}{\bar{z}_2} = \frac{m_2 a_0 i p^2 + k}{\left(m + m_1 + m_2 i^2\right)p^2 + k}. \quad (53)$$

Отметим, что $\frac{1}{b} = \frac{l_1 + l_2}{l_1} = 1 + i$, тогда

$$W = \frac{\bar{y}}{\bar{z}_2} = \frac{m_2 i(i+1)p^2 + k}{\left(m + m_1 + m_2 i^2\right)p^2 + k}. \quad (54)$$

Выражения (9) и (54) полностью совпадают, что, собственно, и требовалось доказать.

Таким образом, выбирая систему обобщенных координат соответствующим образом, можно построить математическую модель механической системы с сочленениями. В этом случае система с сочленениями получает меньшее число степеней свободы, чем у исходной системы. Сочленение возможно между двумя телами при соединении двух тел в кинематическую пару вращательного вида (V класса). Однако, возможны и соединения твердого тела с другим телом с потерей возможности относительного движения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Виттенбург Й. Динамика систем твердых тел/ Й. Виттенбург // перевод с англ. В.Н Рубанского, В.С. Сергеева, С.Я. Степанова. Под ред. В.В. Румянцева : М. – Мир, 1980. – 295 с.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин – М.: Наука, 1975. – 640 с.
3. Дружинский И.А. Механические цепи / И.А. Дружинский. – Ленинград : Машиностроение, 1977. – 238 с.
4. Бабаков И. М. Теория колебаний – М.: Наука, 1968. – 560 с.
5. Елисеев С.В. Динамический синтез в обобщенных задачах виброзащиты и виброизоляции технических объектов / С.В. Елисеев, Ю.Н. Резник, А.П. Хоменко, А.А. Засядко. – Иркутск : ИГУ, 2008. – 523 с.
6. Климов А.В. Динамика рычажной релаксационной подвески с прерывистым демпфированием: дис. на соискание уч. ст. канд. техн. наук / А. В. Климов. – Орел: ОрелГТУ, 2001. – 196 с.
7. Елисеев С.В., Белокобыльский С.В., Упырь Р.Ю., Гозбенко В.Е. Рычажные связи в задачах динамики механических колебательных систем. Теоретические аспекты. – ИрГУПС. Иркутск, 2009. Деп. ВИНИТИ. – 159 с. – рус. Деп. ВИНИТИ 27.11.2009. № 737. В 2009.
8. Елисеев С.В., Хоменко А.П., Логунов А.С. Динамический синтез в задачах построения систем защиты человека-оператора транспортных средств от вибраций и ударов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – ИрГУПС. Вып. № 4 (24). – Иркутск, 2009. – С. 64-75.

УДК 629.4.027

Сенько Вениамин Иванович,
д.т.н., профессор, ректор Белорусского государственного университета транспорта, тел.: +375(232)777215, факс.: +375(232)711590
Чернин Игорь Леонидович,
к.т.н., доцент, в.н.с. ОНИЛ «ТТОРЕПС» Белорусского государственного университета транспорта, тел.: +375(232)953791, факс: +375(232)711590
Чернин Ростислав Игоревич,
магистр технических наук, аспирант Белорусского государственного университета транспорта, тел.: +375(232)953791, факс: +375(232)711590, e-mail: cherninri@tut.by
Сенько Надежда Григорьевна,
н.с. ОНИЛ «ТТОРЕПС» Белорусского государственного университета транспорта, тел.: +375(232)953791, факс: +375(232)711590

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ КОНТРОЛЯ СОЕДИНЕНИЙ С НАТЯГОМ ПОДШИПНИКОВ КОЛЁСНЫХ ПАР

V.I. Senko, I.L. Chernin, R.I. Chernin, N.G. Senko

PERFECTION OF THE CONTROL OF CONNECTIONS WITH A TIGHTNESS OF BEARINGS OF WHEEL PAIRS

Аннотация. *Для определения прочности сопряжения колец подшипников с осями колёсных пар предлагается устройство, содержащее камеру высокого давления, охватывающую контролируемое кольцо подшипника и соединяемую соосно с шейкой оси для создания давления жидкости в зоне контакта деталей посадки при осуществлении замеров деформаций кольца подшипника от давления жидкости, по величине которых определяют фактический натяг и контактное давление в сопряжении деталей.*

Ключевые слова: *соединение, натяг, ось, подшипник, контроль, прочность, сопряжение, давление, жидкость, деформация.*

Abstract. *For definition of durability of interface of rings of bearings with axes of wheel pairs the device containing the chamber of a high pressure, covering a controllable ring of the bearing and connected coaxially with an axis neck, for creation of pressure of a liquid in a zone of contact of details of planting is offered at realisation of gaugings of deformations of a ring of the bearing from pressure of a liquid on which size define an actual tightness and contact pressure in interface of details.*

Keywords: *connection, a tightness, an axis, the bearing, the control, durability, interface, pressure, a liquid, deformation.*

Введение

Вопросы повышения надёжности ходовых частей подвижного состава и возможные пути их решения имеют решающее значение в обеспечении безопасности движения. Техническое состояние колёсных пар предопределяет достигнутый уровень безопасного железнодорожного сообщения, поэтому проблеме увеличения их надёжности в эксплуатации уделяется особое внимание. В решении указанной проблемы актуальными являются задачи совершенствования сборки и контроля соединений с гарантированным натягом колёсных пар. При этом заслуживают внимания технологические методы, обеспечивающие повышение надёжности и долговечности напрессовок. Применяемые в технологии механосборочных процессов способы оценки посадки на шейки осей колёсных пар внутренних колец буксовых роликовых подшипников не обеспечивают возможности получения вполне достоверных данных о величине контактного давления (натяга) в зоне сопряжения и напряжённом состоянии полученного соединения из-за дискретности контакта на отдельных участках поверхностей соединённых с натягом деталей.

В производственных условиях необходимо иметь более совершенную технологическую оснастку и современное оборудование с программным обеспечением для эффективного контроля прочности соединений с гарантированным натягом колёсных пар, что позволяет исключить случаи про-

ворачивания колец подшипников на шейках осей из-за ослабления натяга и разрушения последних в эксплуатации от перенапряжения соединений при завышении величины натяга.

Основные результаты работы

Предложены технические решения по новым способам неразрушающего контроля соединений с гарантированным натягом, новизна и полезность которых подтверждается патентами на изобретения РБ и РФ (BY 7377 C1, RU 2329478 C1). Целью указанных разработок является обеспечение возможности осуществления более достоверной оценки качества сборки соединений с гарантированным натягом для увеличения технического ресурса и надёжности буксовых узлов и колёсных пар вагонов, безопасности движения поездов, а также для повышения производительности сборочного процесса. При реализации указанных способов оценки качества сборки тепловых посадок колец буксовых подшипников на шейки осей колёсных пар контроль сопряжения деталей осуществляется дважды: 1 – перед сборкой путём традиционной косвенной оценки формируемого соединения по разности посадочных размеров деталей; 2 – прямым способом (при помощи тензометрирования) после формирования соединения по фактическому напряжённо-деформированному состоянию (НДС) охватывающей детали соединения, обусловленному наличием действительного натяга (с учётом макро- и микрогеометрии) в сопряжении. В этом заключается основной отличительный признак предложенных решений по контролю тепловых напрессовок буксовых подшипников колёсных пар вагонов.

Дальнейшим продолжением разработок в указанном направлении является техническое решение по новой конструкции технологической оснастки для неразрушающего контроля напрессовок по упомянутым способам (устройство по заявке №20090634 на изобретение РБ), позволяющее осуществлять выходной контроль напрессовки как при новом формировании, так и проверку прочности напрессованных ранее колец подшипников на шейки осей при проведении полной ревизии букс роликовых колёсных пар. Устройство содержит коаксиально установленный относительно двух рядом стоящих (напрессованных на шейку оси) колец подшипников силовой элемент в виде камеры высокого давления, обеспечивающей торцовый подвод рабочей жидкости (РЖ) в зону контакта сопряженных с натягом деталей. Камера высокого давления закрепляется неподвижно и герметично в средней части шейки оси над разъёмом между контактирующими торцовыми поверхностями колец подшипников и снабжена кольцевыми уплотнениями по наружным поверхностям контролируемых колец в виде двух оппозитно расположенных тонкостенных втулок с конусными наружными поверхностями и нажимными гайками. Корпус упомянутого силового элемента (камеры высокого давления РЖ) выполнен в виде толстостенного стакана с глухим дном и ступенчатыми внутренними поверхностями, снабжённого крышкой с кольцевой прокладкой, при этом крышка изготовлена с центральным отверстием, имеющим конусную поверхность, вершина конуса которой направлена внутрь стакана. В указанном отверстии размещена конусная втулка кольцевого уплотнения по поверхности кольца заднего подшипника, скреплённая неподвижно с крышкой стаканообразного корпуса. Днище этого толстостенного стакана закрепляется на торце шейки оси, при этом внутренняя поверхность днища прижимается к наружному торцу напрессованного кольца переднего подшипника с использованием торцового уплотнения. Открытый торец камеры высокого давления снабжён нажимной втулкой с резьбовой наружной частью и конусной внутренней поверхностью. Эта втулка соединена с резьбовой частью на внутренней поверхности со стороны открытого конца большей ступени стакана и взаимодействует с конусной втулкой кольцевого уплотнения по наружной поверхности внутреннего кольца переднего подшипника, скреплённой герметично с резьбовой частью на внутренней поверхности меньшей ступени открытого торца стаканообразного корпуса. В стенках последнего предусмотрены радиальные сквозные проёмы для закрепления измерительного прибора (например, индикатора часового типа) на поверхности кольца переднего подшипника. В днище и внутри стенок корпуса выполнены каналы для торцового подвода РЖ в зону сопряжения напрессованных на шейку оси внутренних колец переднего и заднего подшипников. Имеются клапаны управления для раздельной подачи РЖ: во-первых, в зону контакта торцов двух смежных напрессованных на шейку оси колец подшипников (переднего и заднего); во-вторых, с наружной стороны кольца переднего подшипника. Предусмотрена также возможность совместной подачи РЖ в указанные зоны напрессовок. Устройство для неразрушающего контроля прочности напрессовки колец подшипников на шейке оси колёсной пары, продольный разрез, приведено на чертеже (рис. 1).

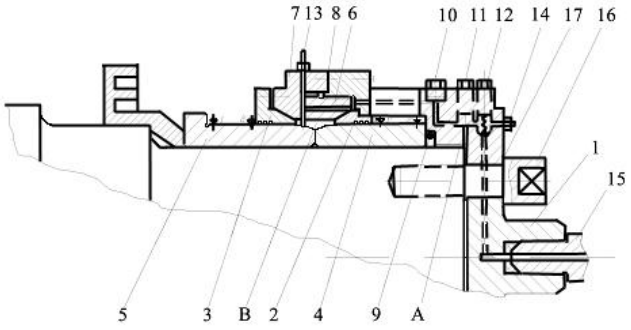


Рис. 1. Устройство для контроля прочности напрессовки колец подшипников на шейке оси колёсной пары

Отличительной конструктивной особенностью указанного устройства для контроля напрессовок является совместное исполнение силового элемента и элемента крепления. Преимуществом данной конструкции является возможность осуществления гидрораспора двух колец подшипников независимо друг от друга с целью повышения достоверности оценки прочности напрессовки деталей сформированных соединений с гарантированным натягом на шейке оси колёсной пары. При одновременном гидрораспоре в зонах сопряжения двух колец с шейкой оси (при подаче РЖ через зону контакта их торцовых поверхностей) в одном из них (с меньшей величиной натяга) масляный клин раньше достигает границы посадки от места одновременного ввода РЖ с торцов двух смежных колец. Это ограничивает максимальное значение величины давления нагнетания РЖ и осложняет осуществление контроля прочности напрессовки второго кольца в случае необходимости повышения давления РЖ при несколько большем значении натяга второго (смежного с первым) кольца подшипника. Кроме того, при необходимости выполнения контроля прочности напрессовки только кольца переднего подшипника неизбежно осуществляется неоправданный гидрораспор от давления РЖ в зоне сопряжения второго добротно напрессованного кольца (заднего буксового подшипника).

Контрольные и измерительные элементы (тензистор, индикатор) закрепляются на кольцах заднего и переднего подшипников независимо от силового элемента (камеры высокого давления) и элементов крепления, собранных воедино по месту проводимых замеров. При этом могут быть использованы как клеммовые разъёмные тензометрические измерительные элементы для фиксации НДС охватывающей детали контролируемого соединения, так и другие измерительные устройства, позволяющие замерять величину радиальных деформаций наружных поверхностей контролируемых колец подшипников при их НДС от гидрораспора (создаваемого давлением РЖ) как при раздельном контроле каждого из колец, так и при совместном их нагружении при гидрораспоре с торцовым подводом РЖ высокого давления в зону сопряжения. По величине радиальных деформаций на наружной поверхности кольца подшипника (как и по величине окружных нормальных напряжений растяжения на указанной поверхности) устанавливают величину фактического натяга путём пересчета измеренных величин по известным из теории упругости и теории гидрораспора зависимостям.

При проведении экспериментального исследования на лабораторном стенде замерялись деформации напрессованных колец подшипников от воздействия давления подводимого в сопряжение масла при помощи индикаторов часового типа (цена деления 2 мкм), устанавливаемых в плоскостях различных поперечных сечений над дорожкой качения кольца подшипника. Результаты проведенных исследований удовлетворительно согласуются с данными замеров по определению НДС охватывающей детали соединения, проводимых во ВНИИЖТе [1]. Величины деформаций и характер их изменения по длине посадки кольца подшипника при вводе под различным давлением жидкой смазки в сопряжение приведены на рис. 2.

Математическая обработка данных экспериментальных исследований позволила представить общий характер изменения давления РЖ в деформированном зазоре в зоне контакта сопряжённых с гарантированным натягом деталей в виде графических зависимостей, приведенных на рис. 3.

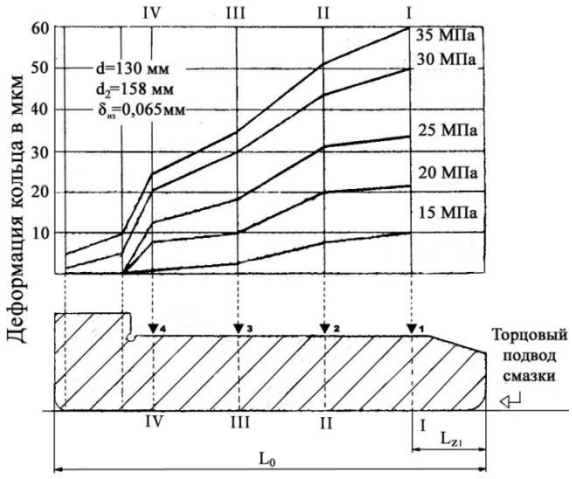


Рис. 2. Деформации кольца подшипника при гидрораспоре в зоне его контакта с шейкой оси колёсной пары

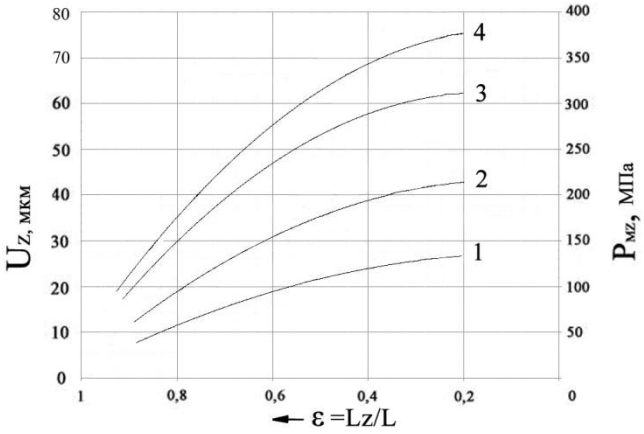


Рис. 3. Графические зависимости распределения давления РЖ в зоне контакта по длине сопряжения деталей с натягом

Важно учесть особенности силового нагружения охватывающей детали соединения, возникающие при различных режимах подачи рабочей жидкости высокого давления с торца сопряжения при гидрораспоре, используемом для осуществления предлагаемого способа неразрушающего контроля соединений по разработанной методике. Для повышения достоверности оценки прочности соединений с гарантированным натягом по уровню НДС соединённых деталей необходимы специальные теоретические и экспериментальные исследования по выявлению влияния различных факторов на точность определения окружных нормальных растягивающих напряжений на наружной поверхности тензометрического измерительного элемента (ТИЭ) контрольного устройства. Можно сгруппировать факторы, определяющие точность измерений с помощью предлагаемых устройств, в следующем сочетании: а) конструктивное исполнение ТИЭ и применяемые тонкослойные покрытия (для выравнивания величины удельного давления по длине посадки) его внутренних поверхностей контакта с контролируемой деталью; б) геометрические характеристики (толщина стенок корпуса, натяг его посадки на кольцо подшипника, макро- и микро-геометрия рабочих поверхностей) ТИЭ устройства; в) размещение тензопреобразователей на наружной цилиндрической поверхности упругого измерительного элемента и физико-механические свойства материала.

Анализ экспериментальных данных и данные работ [2, 3] по гидрораспору в зоне сопряжения деталей с гарантированным натягом позволяют заключить о правомерности использования предложенной (приведенной ниже) теоретической зависимости при оценке прочности тепловой напрессовки колец подшипников на шейки осей коленных пар вагонов. Задача выбора эффективных технических средств контроля и технологического оборудования с оптимальными параметрами оценки прочности сопряжения деталей соединений с натягом обусловливает необходимость разработки научно обоснованных рекомендаций по применению прогрессивной технологии и технических средств при формировании и ремонте колёсных пар вагонов. Решение этой задачи в условиях влияния на процесс контроля прочности напрессовок широкого спектра технологических факторов требует разработки математической модели, которая смогла бы обеспечить универсальный подход к этому сложному объекту разработки и изучения, получить типовые решения различной сложности по НДС охватывающей детали с параметрами, удовлетворяющими критерию прочности соединения.

Предлагается упрощённая методика оценки прочности соединений с гарантированным по величине замеряемых радиальных деформаций на наружной поверхности контролируемого кольца подшипника при гидрораспоре в зоне его контакта с шейкой оси колёсной пары (рис. 2). Для внутреннего кольца подшипника радиальное перемещение на поверхности радиусом $r = d/2$, где d – диаметр сопряжения, определяется по зависимости Ляме–Гадолина для толстостенных цилиндров.

Величина u_2 приращения радиуса наружной поверхности толстостенного цилиндра в случае воздействия только внутреннего давления находится (при известном соотношении $K = r_1/r_2 = d/d_2$) по зависимостям

$$u_2 = 2K^2 r_2 P_k / E(1-K^2) \qquad (1)$$

или

$$u_2 = d_2 d P_k / E(d_2^2 - d^2). \qquad (2)$$

Соответственно рассматривается величина Δd увеличения наружного диаметра d_2 охватывающей детали соединения (кольца подшипника) при контактном давлении P_k в сопряжении с натягом и модуле упругости Е материала деталей.

Используя известную зависимость для определения величины контактного давления в соединении при известном натяге δ в сопряжении деталей и зная величину изменение радиуса «u_2» наружной поверхности кольца подшипника от гидрораспора в зоне их контакта, получаем формулу для расчёта величины фактического натяга в сопряжении кольца подшипника с шейкой оси колёсной пары в виде

$$\delta_{факт} = \Delta d_2 (d_2 / d). \quad (3)$$

Достоверность определения величины упругих деформаций оценивают методами теории вероятности. На основании теоремы о дисперсии суммы нескольких независимых случайных величин определяют среднее отклонение оцениваемой величины Δd_2 в *i*-ой точке, устанавливают доверительные границы значений величины по распределению Стьюдента.

Принимая $1/K = d_2 / d = m_k$, получаем достаточно простую для практического использования зависимость

$$\delta_{факт} = \Delta d_2 m_k.$$

Можно принимать $m_k = const$ для роликовых буксовых подшипников колёсных пар грузовых и пассажирских вагонов (m_k=1,215…1,225).

Контроль прочности напрессовки осуществляется следующим образом (рис. 1). Устанавливают на внутреннее кольцо 5 заднего подшипника втулку 3 уплотнения высокого давления, крышку 7 и нажимную гайку 6 корпуса 1, а затем упомянутый корпус с закреплённой в нём втулкой 2 уплотнения высокого давления и торцовыми уплотнениями 8 и 9 устанавливают концентрично на внутреннее кольцо 4 переднего подшипника и закрепляют корпус 1 соосно на торце шейки оси болтами 16 с уплотнительными прокладками 17 для герметизации его внутренней полости А. Зажимают на внутреннем кольце 4 переднего подшипника при помощи гайки 6 конусную втулку 2 уплотнения высокого давления полости В корпуса 1, закрепляют на уплотнительной прокладке 8 крышку 7 последнего, а затем зажимают конусную втулку 3 второго кольцевого уплотнения высокого давления упомянутой полости В. При закрытом клапане 10 и открытом положении клапана 11 управления подачей РЖ нагнетают насосом 15 высокого давления масло в полость А под торец кольца 4. Снимают показания по деформациям (или напряжениям) на наружной поверхности контролируемого кольца 4 и по величине давления РЖ. Затем клапан 11 закрывают и открывают клапан 10, подают РЖ в полость В под торец контролируемого кольца 5, аналогично снимают показания по второму контролируемому кольцу подшипника. При выполнении контроля прочности тепловых напрессовок колец подшипников при помощи предложенного устройства возможно осуществлять одновременное нагнетание используемой РЖ в полости А и В при открытых клапанах управления 10 и 11.

При осуществлении гидрораспора в сопряжениях колец подшипников используют обратный клапан 12 и штуцеры 13, 14 подсоединения контрольных манометров.

Разработанный способ контроля основан на предварительном измерении геометрических характеристик охватывающей детали при фактическом упруго-деформированном состоянии контролируемой охватывающей детали при установленной величине давления гидрораспора. Затем выполняют математическую обработку (с помощью расчётов на ЭВМ или с применением номограмм) замеряемых данных для оценки прочности получаемых соединений, т.е. устанавливают величину фактического натяга, усреднённое контактное давление в сопряжении, прочность на относительный сдвиг и проворачивание, усилие предварительного смещения посадки.

Заключение

Реализация представленной разработки в производственных условиях обеспечивает возможность получения достаточно точной оценки прочности сопряжения деталей продольно- и поперечно-прессовых соединений. Внедрение в практику изготовления и ремонта подвижного состава предложенной методики и технологической оснастки неразрушающего контроля соединений с гарантированным натягом буксовых подшипников позволяет повысить надёжность колёсных пар в эксплуатации и безопасность движения поездов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Генич Б. А., Акбашев Б. З. Гидравлический способ демонтажа подшипников качения. – М.: ВНИИЖТ, 1960. – 20 с.
2. Чернин И. Л. Определение параметров гидропрессования при сборке-разборке соединений с гарантированным натягом / Совершенствование конструкции и технологии изготовления вагонов // Межвуз. сб. науч. трудов. – Гомель, 1994. – С. 67-73.
3. Сенько В. И., Чернин И. Л., Бычек И. С. Техническое обслуживание вагонов. Организация ремонта грузовых вагонов в депо : учеб. пособие. – Гомель: Бел ГУТ, 2002. – 371 с.

УДК 621.923

Смирнов Виталий Алексеевич,
к.т.н., доцент, Воткинский филиал ГОУ ВПО «Ижевский государственный технический университет»,
тел./факс: (34145) 5-15-00, e-mail: smivial@mail.ru

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ДВУМЕРНОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ПРИ ШЛИФОВАНИИ

V.A. Smirnov

NUMERICAL METHOD OF DECISION OF THE NONLINEAR TWO-DIMENSIONAL HEAT CONDUCTIVITY PROBLEM BY GRINDING

Аннотация. *Рассмотрены основные особенности нелинейной двумерной задачи теплопроводности при шлифовании и существующие методы ее решения. Разработан численный метод решения поставленной задачи. Проведен анализ устойчивости и порядка аппроксимации предложенного метода. Показано, что разработанный численный метод обеспечивает высокую точность численного решения поставленной задачи.*

Ключевые слова: *шлифование, температура, численный метод.*

Abstract. *The basic features of a nonlinear two-dimensional problem of heat conductivity and existing methods of its decision are considered at grinding. The numerical method of the decision of a task in view is developed. The analysis of stability and an order of approximation of the offered method is carried out. It is shown that the developed numerical method provides high accuracy of the numerical decision of a task in view.*

Keywords: *grinding, temperature, numerical method.*

Основной проблемой при шлифовании труднообрабатываемых материалов, например, титановых сплавов, является высокая температура в зоне контакта заготовки и шлифовального круга. Высокая температура приводит к увеличению вероятности возникновения тепловых дефектов (прижогов и микротрещин), а также к повышению физико-химической активности материала заготовки к газам воздуха. Так, например, титан начинает интенсивно поглощать водород при 250 °С, а кислород – при 400 °С, с дальнейшим повышением температуры активность титана резко возрастает. Указанные физико-химические процессы приводят к охрупчиванию поверхностного слоя заготовки и увеличению вероятности возникновения микротрещин при эксплуатации готовой детали. Как правило, шлифование является завершающим этапом технологического процесса и появление дефектов здесь недопустимо.

Прогнозирование температурного поля заготовки при шлифовании позволяет технологу назначать оптимальные режимы резания, обеспечивающие отсутствие тепловых дефектов шлифованной поверхности.

Рассмотрим плоское шлифование периферией круга. Наиболее важное для практики значение имеет контактная температура при шлифовании, так как именно она определяет качество обработанной поверхности. Поэтому действие тепловых источников от отдельных абразивных зерен представим в виде движущегося полосового источника теплоты. Распределение плотности теплового потока по длине контакта примем равномерным. Примем допущение, что температурное поле заготовки является двумерным. Рассмотрение трехмерного поля в данном случае нецелесообразно, так как значительно возрастают затраты машинного времени на вычисления [7].

Методы расчета температурного поля делятся на аналитические и численные. Существующие методы расчета температурного поля заготовки при шлифовании имеют ряд недостатков. При использовании известных аналитических методов [1, 3, 9 и др.] теплофизические свойства материала заготовки (коэффициент теплопроводности,

удельная теплоемкость) принимаются не зависящими от температуры (линейная задача). На практике коэффициенты теплопроводности при 20ºС и 600ºС для одного и того же материала могут различаться до двух раз, удельная теплоемкость для тех же температур может различаться до 1,6 раза. Таким образом, для получения достаточно точного решения необходимо рассматривать нелинейное уравнение теплопроводности. Решение нелинейных задач аналитическими методами затруднительно, поэтому используются численные методы. Для решения нелинейных дифференциальных уравнений теплопроводности большое распространение получил метод конечных разностей (МКР) [5, 6].

Основной особенностью температурного поля при шлифовании являются большие скорости изменения температуры во времени (до 50000 ºС/с) и большие скорости изменения температуры в глубину заготовки вблизи поверхности (до 1500 ºС/мм), что заставляет использовать высокую детализацию расчета в глубину заготовки и обращать особое внимание на выбор метода аппроксимации уравнения теплопроводности и на точность аппроксимации граничных условий.

Расчетная схема решаемой задачи представлена на рис. 1.

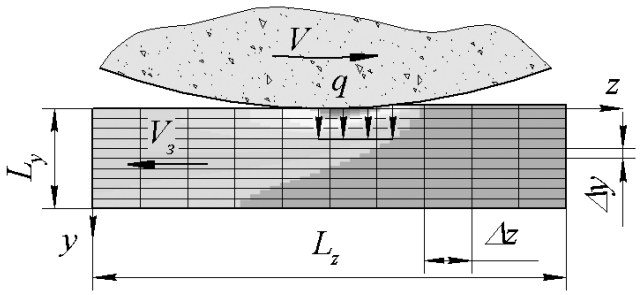


Рис. 1. Расчетная схема задачи

Математическая модель, описывающая температурное поле заготовки, разработана нами в [4]. Разработанные математические модели учитывают режимы резания, характеристики и параметры шлифовального круга, механические и теплофизические свойства обрабатываемого материала, упругие деформации элементов технологической системы. В данной статье приведем лишь основные соотношения модели, представляющие наибольший интерес: нелинейное уравнение теплопроводности и граничное условие на верхней границе:

$$c_з(T)\cdot\rho_з\cdot\frac{\partial T}{\partial\tau}=\frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda_з(T)\cdot\frac{\partial T}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\lambda_з(T)\cdot\frac{\partial T}{\partial y}\right) \quad (1)$$

$$\begin{cases} если\ q=0, то-\lambda_з(T)\cdot\dfrac{\partial T}{\partial y}=\alpha_ж\cdot(T-T_ж) \\ если\ q>0, то-\lambda_з(T)\cdot\dfrac{\partial T}{\partial y}=q(\tau), \end{cases} \quad (2)$$

где T – температура; $\lambda_з(T)$ – коэффициент теплопроводности материала заготовки, зависящий от температуры; $c_з(T)$ – удельная теплоемкость материала заготовки, зависящая от температуры; $\rho_з$ – плотность материала заготовки; y, z – координатные оси (рис.1); τ – время; $q(\tau)$ – плотность теплового потока, поступающего в заготовку; $\alpha_ж$ – коэффициент теплоотдачи охлаждающей жидкости; $T_ж$ – температура охлаждающей жидкости. Зависимости $\lambda_з(T)$ и $c_з(T)$ аппроксимируются квадратичными функциями температуры.

Для расчета температурного поля по математической модели (1) – (2) используем МКР. Обратимся к конечно-разностной аппроксимации граничного условия (2). Обычно при использовании МКР первую производную в условии (2) аппроксимируют конечной разностью первого порядка точности:

$$\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{1}{\Delta y}\cdot\left(T_{i,1}^{k+1}-T_{i,0}^{k+1}\right)+O(\Delta y), \quad (3)$$

где $T_{i,j}^{k}$ – температура в узле (i, j, k); i, j, k – индексы, характеризующие пространственно-временное положение расчетного элемента, соответственно, вдоль осей z, y, τ; Δy – шаг расчета по координате y.

Ранее отмечено, что в поверхностных слоях шлифуемой заготовки наблюдаются высокие скорости изменения температуры в глубину заготовки, поэтому конечная разность первого порядка точности будет приводить к возникновению значительной погрешности аппроксимации даже при достаточно малом шаге Δy. В связи с этим принято решение использовать для аппроксимации первой производной в граничном условии (2) конечную разность третьего порядка точности:

$$\frac{\partial T}{\partial y}=\frac{1}{6\Delta y}\cdot\left(-11T_{i,0}^{k+1}+18T_{i,1}^{k+1}-9T_{i,2}^{k+1}+2T_{i,3}^{k+1}\right)+O\left(\Delta y^3\right). \quad (4)$$

Использование конечно-разностной аппроксимации порядка точности выше третьего практически не дает выигрыша в точности решения. Формула (4) получена методом неопределенных

коэффициентов [5]. Порядок точности формулы (4) установлен по методике, представленной в [6], с помощью разложения точного решения в узловых точках в ряд Тейлора в окрестности узла $T_{i,0}^{k+1}$. Результаты расчета с использованием формул (3) и (4) приведены ниже.

Перейдем к конечно-разностной аппроксимации дифференциального уравнения теплопроводности (1). Нами проанализированы несколько конечно-разностных схем, приведенных в [5, 6, 8]. В соответствии с общепринятой классификацией все схемы были разделены на явные и неявные. В результате анализа сделаны следующие выводы:

1. Использование неявных схем (неявная шеститочечная схема, схема Кранка–Николсона, схема расщепления и др.) для решения рассматриваемой задачи нецелесообразно. Для получения решения на каждом шаге по времени необходимо решать систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) размерности 10^4 – 10^5. Неявная шеститочечная схема и схема Кранка–Николсона приводят к СЛАУ, отличающейся от трехдиагональной, что не позволяет использовать метод прогонки. Для схем расщепления метод прогонки в нашем случае также не подходит, так как при использовании формулы (4) матрица коэффициентов СЛАУ отличается от трехдиагональной. Применение других методов решения СЛАУ приведет к неприемлемо большому времени расчета ввиду большой размерности задачи.

2. При использовании явных схем (явная шеститочечная схема, схема Алена–Чена, схема Франкела–Дюффорта) необходимо уделять особое внимание устойчивости и сходимости решения. Вследствие условной устойчивости или условной сходимости перечисленных методов, решение чувствительно к выбору величин шагов расчета [2, 6], при малых шагах расчета по координатам и большом шаге по времени точность полученного решения невысока. Ранее отмечено, что для решения поставленной задачи требуется высокая детализация решения вглубь заготовки, что вынуждает брать малый шаг расчета по времени. Например, для явной шеститочечной схемы при Δy=0,02 мм, Δz=0,2 мм, допустимой погрешности 0,5%, необходимо брать $\Delta\tau$ не более $0{,}5\cdot10^{-6}$с, что приведет к значительным затратам машинного времени.

Таким образом, существующие конечно-разностные схемы не подходят для решения поставленной задачи. Поэтому нами разработана конечно-разностная схема для аппроксимации дифференциального уравнения теплопроводности следующего вида:

$$c_{э\,i,j}\rho_э\cdot\frac{T_{i,j}^{k+1}-T_{i,j}^{k}}{\Delta\tau}=\lambda_{э\,i,j}\cdot$$
$$\cdot\left(\frac{T_{i,j+1}^{k}-2\left(\sigma T_{i,j}^{k+1}+(1-\sigma)T_{i,j}^{k}\right)+T_{i,j-1}^{k}}{\Delta y^2}+\right. \quad (5)$$
$$\left.+\frac{T_{i+1,j}^{k}-2\left(\sigma T_{i,j}^{k+1}+(1-\sigma)T_{i,j}^{k}\right)+T_{i-1,j}^{k}}{\Delta z^2}\right),$$

где σ – параметр ($0\le\sigma\le1$), при σ=0 получим явную шеститочечную схему, при σ=1 – схему Алена–Чена.

Проведем анализ схемы (5). Схема является явной, так как величина $T_{i,j}^{k+1}$ непосредственно выражается из уравнения (5). Используя метод гармонического анализа [6], можно показать, что достаточное условие устойчивости схемы имеет вид:

$$\Delta\tau\le\frac{1}{2a\cdot(1-\sigma)\cdot\left(\frac{1}{\Delta y^2}+\frac{1}{\Delta z^2}\right)}. \quad (6)$$

Формула (6) показывает, что при увеличении параметра σ условие устойчивости становится менее жестким. Это значит, что с увеличением σ следует ожидать уменьшение погрешности неустойчивости.

Используя методику определения порядка точности конечно-разностной схемы, представленную в [6], можно показать, что схема (5) имеет порядок точности

$$O(\Delta\tau)+O\left(\Delta y^2\right)+O\left(\Delta z^2\right)+2\sigma\cdot$$
$$\cdot\left(O\left(\frac{\Delta\tau}{\Delta y^2}\right)+O\left(\frac{\Delta\tau}{\Delta z^2}\right)\right). \quad (7)$$

Формула (7) показывает следующее:

1) схема имеет первый порядок аппроксимации по времени и второй порядок аппроксимации по координатам;

2) схема является условно сходящейся (смотри последнее слагаемое формулы (7)), то есть приближенное решение стремится к точному при одновременном уменьшении шагов по координатам и времени;

3) чем больше параметр σ, тем сильнее влияние последнего слагаемого формулы (7), следовательно, увеличение σ приводит к увеличению погрешности аппроксимации.

Таким образом, увеличение σ с одной стороны уменьшает погрешность неустойчивости, а с другой стороны увеличивает погрешность аппроксимации. В итоге мы получаем возможность за счет выбора параметра σ управлять сходимостью решения.

Сравним результаты расчета, полученные при различных значениях параметра σ. Расчет температурного поля заготовки производится с помощью разработанного нами программного обеспечения «Warm». Для примера рассмотрим шлифование быстрорежущей стали Р6М5К5 шлифовальным кругом из кубического нитрида бора (КНБ) для следующих условий шлифования: удельная мощность шлифования на 1 мм высоты шлифовального круга $N_{уд}$ = 72,9 Вт/мм, скорость подачи заготовки $V_з$ = 0,05 м/с, размеры заготовки L_z x L_y = 20 x 2 мм, Δz = 0,2 мм. В расчете используется разработанная конечно-разностная схема (5) и аппроксимация граничного условия разностью третьего порядка точности (4). Проведем расчет для различных шагов Δy. На рис. 2 представлена зависимость максимальной расчетной температуры заготовки от шага Δy при $\Delta\tau = 10^{-5}$ с для пяти разных значений σ = 0; 0,25; 0,5; 0,75; 1. На рис. 3 та же зависимость для $\Delta\tau = 5\cdot10^{-6}$ с.

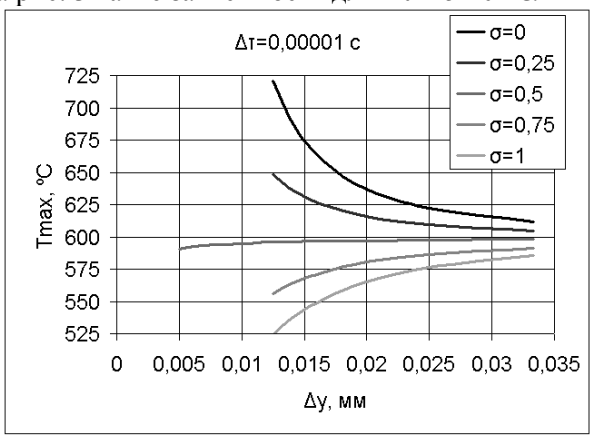


Рис. 2. Зависимость $T_{max}(\Delta y)$ для различных значений σ при $\Delta\tau = 10^{-5}$ с

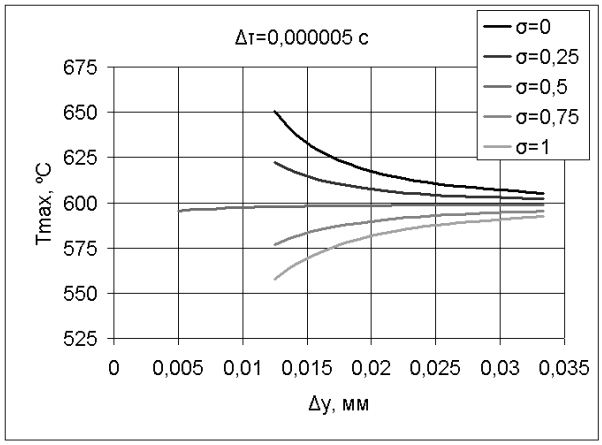


Рис. 3. Зависимость $T_{max}(\Delta y)$ для различных значений σ при $\Delta\tau = 5\cdot10^{-6}$ с

На рис. 2 и рис. 3 хорошо видно влияние неустойчивости (σ=0) и влияние условной сходимости (σ=1). Неустойчивость «завышает» решение, условная сходимость «занижает» решение. Особенно велика разница между схемами с различными σ на малых шагах по координатам. Решения, полученные при различных значениях σ, имеют различную чувствительность к выбору шагов расчета. Среди представленных на рис. 2 и рис. 3 решений при σ=0,5 наблюдается наименьшая чувствительность решения к изменению Δy и к изменению $\Delta\tau$. По всей видимости, это связано с тем, что при σ=0,5 погрешности неустойчивости и условной сходимости практически полностью уничтожают друг друга.

Для иллюстрации точности разработанного метода сравним разброс между максимальным и минимальным значениями T_{max} для σ=0, 0,25, 0,5, 0,75, 1 при следующих шагах расчета: Δy = 0,0125 мм и 0,025 мм; $\Delta\tau=5\cdot10^{-6}$ с и 10^{-5} с (табл. 1).

Таблица 1

Точность разработанного численного метода

τ, с	Разброс значений T_{max}, °С при σ=				
	0	0,25	0,5	0,75	1
$5\cdot10^{-6}$	39,95	17,78	0,69	16,3	29,62
10^{-5}	98,92	38,68	1,65	30,33	51,82

Таблица 1 показывает, что разброс значений T_{max} при σ=0,5 на два порядка меньше, чем при σ=0 и σ=1. Следовательно, разработанный численный метод обеспечивает высокую точность численного расчета температурного поля заготовки.

Оценим степень влияния конечно-разностной аппроксимации граничного условия на верхней границе на точность получаемых результатов. Для этого сравним результаты расчета при использовании формул (3) и (4). На рис. 4 показаны зависимости $T_{max}(\Delta y)$ для σ=0,25; 0,5; 0,75. Пунктирными линиями показаны результаты, полученные с использованием формулы (3), сплошными линиями – с использованием формулы (4).

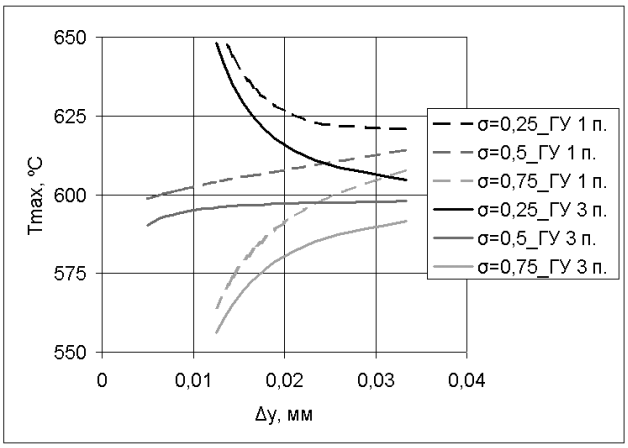


Рис. 4. Влияние порядка аппроксимации граничного условия

Рис. 4 показывает, что при аппроксимации разностью первого порядка получается завышенный результат (пунктирные линии на рис. 4). Различие между результатами расчета с использованием формул (3) и (4) варьируется в пределах 10-20 ºС в зависимости от величины шага Δy. Следовательно, использование аппроксимации третьего порядка точности взамен первого позволяет повысить точность расчета на 1,5 – 3%.

Таким образом, в статье разработан численный метод, обеспечивающий высокую точность расчета в диапазоне шагов, используемых на практике.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Алмазно-абразивная обработка материалов. Справочник под ред. д-ра техн. наук проф. А.Н. Резникова. – М., Машиностроение, 1977.
2. Киселев В.С., Ковальногов В.Н. Теплофизический анализ концентрированных операций шлифования. – Ульяновск: УлГТУ, 2002. – 140 с.
3. Сипайлов В.А. Тепловые процессы при шлифовании и управление качеством поверхности. – М.: Машиностроение, 1978. – 167 с., ил.
4. Смирнов В.А. Шлифование прерывистыми кругами с упругодемпфирующими элементами. – СПб.: Политехника, 2009. – 91 с.: ил. ISBN 978-5-7325-0931-1.
5. Турчак Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов: учеб. пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 304 с. – ISBN 5-9221-0153-6.
6. Формалев В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 400 с. – ISBN 5-9221-0479-9.
7. Хусаинов А.Ш. Повышение производительности бездефектного шлифования заготовок клиновидных изделий: дис. ... д-ра техн. наук: 05.03.01 Ульяновск, 2006. – 425 с.
8. Численное решение дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа. Уравнение теплопроводности. Режим доступа: http://crecs.ru/ru/numlabs2/Heat_index.html
9. Якимов А.В. Прерывистое шлифование. Издательское объединение «Вища школа», 1986. – 176 с.

УДК 621.3

Пыхалов Анатолий Александрович,
д.т.н., профессор ИрГУПС, тел.: 89641145025
Пашков Виктор Павлович,
ассистент, соискатель ИрГТУ, тел.: 89647310675

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И КОНТАКТНОЙ ЗАДАЧИ ТВЁРДОГО ДЕФОРМИРУЕМОГО ТЕЛА В МОДЕЛИРОВАНИИ ФИКСАЦИИ КОСТИ ПРИ ПЕРЕЛОМАХ

A.A. Pykhalov, V.P. Pashkov

USE OF THE METHOD OF FINAL ELEMENTS AND CONTACT PROBLEM OF HARD DEFORMING FRAME WHILE MODELING BONES FRACTIONS FIXATION

Аннотация. *Рассмотрены актуальные вопросы создания математических моделей сборных конструкций «кость-имплантат» на примере фиксации переломов костей внутренними средствами фиксации.*

Ключевые слова: *математическое моделирование, метод конечных элементов, контактная задача, модуль упругости.*

Abstract. *Urgent questions of creating mathematical models of assembled constructions «bone-implant» by the example of bone fractures fixation by inner means of fixation are considered.*

Keywords: *mathematical modeling, finite element method, contact problem, modulus of elasticity.*

Во время всей жизни человека его кости постоянно испытывают сочетанное воздействие различных нагрузок и негативных факторов окружающей среды, которые могут приводить к переломам и снижению прочностных характеристик кости, а также к изменениям формы и структуры костной ткани.

По данным международной Ассоциации Остеосинтеза, в 1945 году около 70% людей, имевших травмы, связанные с повреждением костей бедра, при консервативном лечении после снятия гипсовой повязки оставались инвалидами [2]. Начались разработки новых методов лечения переломов. Интенсивно разрабатываются и применяются средства внешней и внутренней фиксации переломов. Внедрена практика создания механических моделей сборных конструкций фиксации переломов, для отработки вопросов проверки на прочность и жёсткость, приёмов достижения правильной репозиции отломков в процессе моделирования хирургической операции [2, 9].

Отсутствие достаточного объёма диагностической информации о характеристиках прочности костной ткани конкретного больного после установки средств фиксации может приводить к разрушению средств фиксации или костной ткани в местах установки элементов крепления [9].

Создание механических моделей и представление формы и свойств костной ткани с определённой степенью упрощения без учёта индивидуальных особенностей материала и формы костной ткани пациента снижает достоверность результатов исследований.

Применение современных средств внешней и внутренней фиксации переломов требует инженерных расчётов биомеханической системы «кость – средство фиксации». Сложность геометрии костей, выраженная анизотропия свойств костной ткани, необходимость учета контактного взаимодействия элементов системы усложняют применение традиционных методов расчёта. Решение вопроса в применении математического моделирования.

Целью настоящей работы является создание математической модели сборной конструкции «кость-имплантат» при фиксации поперечного перелома в области диафиза бедра близкой по параметрам биологическому прототипу. Данная проблема решается в работе с применением метода конечных элементов (МКЭ) и решением контактной задачи теории упругости.

Математическое моделирование с применением МКЭ при использовании данных компьютерной томографии обеспечивает создание математических моделей костей человека, подобных биологическому прототипу, а кроме этого позволяет рассматривать напряжённо-деформированное состояние (НДС) сборных конструкций фиксации переломов при функциональной нагрузке.

Настоящее исследование включает в себя:

- создание математической модели МКЭ кости бедра и рассмотрения её НДС при функциональной нагрузке;
- создание математической модели сборной конструкции «кость – имплантат» фиксации поперечного перелома кости бедра, решение контактной задачи твёрдого деформируемого тела;
- проведение анализа НДС представленной сборной конструкции при воздействии внешней нагрузки.

Создание МКЭ модели здоровой кости состоит из ряда этапов.

1. *Моделирование геометрии.*

Создание геометрии адекватной биологическому прототипу реализовано на основе послойных изображений, полученных с помощью компьютерной томографии. Контуры сечений созданы в программном пространстве AutoCAD. Они установлены так, что образуют каркасную модель кости. Затем сформирована 3D твердотельная модель (рис. 1).

2. *Определение свойств материала костной ткани.*

Механические характеристики костной ткани конкретного человека являются индивидуальными и зависят от многих факторов. Модуль упругости, характеризующий упругие свойства компактной костной ткани бедра человека среднего возраста, при испытаниях на сжатие колеблется в пределах от 12500 до 41500 МПа [1].

Рис. 1. Моделирование геометрии

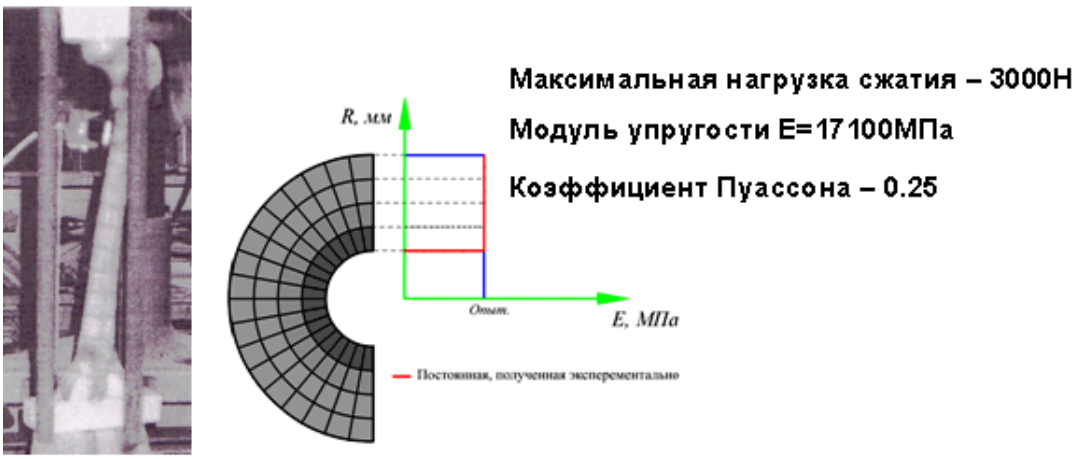
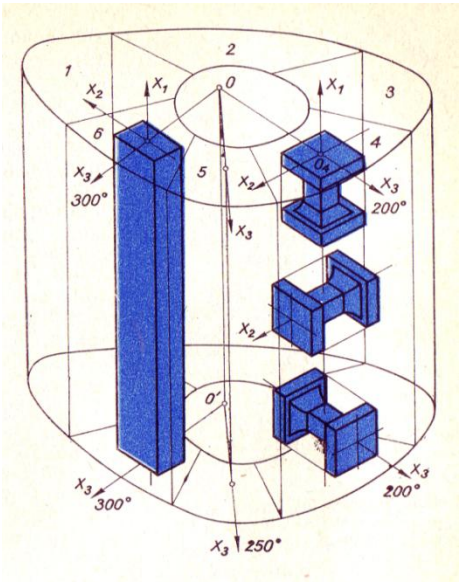


Рис. 2. Определение механических характеристик материала костной ткани в эксперименте

Значение модуля упругости, полученное при испытаниях, позволяет характеризовать материал костной ткани как изотропный. Модуль упругости E=17100 МПа принят на основе данных эксперимента [6] при нагрузке сжатия 3000 Н (рис. 2).

При испытаниях образцов компактной костной ткани человека отмечено изменение модуля упругости по секторам сечений кости и по высоте кости (рис. 3) [1], а также отмечена достоверная корреляционная зависимость между минеральной плотностью кости (МПК), определяемой с помощью компьютерной томографии, и характеристиками прочности при исследовании костной ткани в области шейки бедра [4].

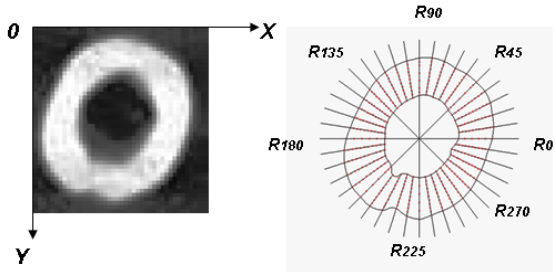
В работе анизотропия свойств материала компактной костной ткани по радиусу кортикального слоя аппроксимирована интегральной характеристикой (рис. 5)**.** Моделирование свойств материала костной ткани реализовано относительно цвета пикселей цифрового изображения в рассматриваемом сечении. Каждому узлу сетки конечных элементов по радиусу $\boldsymbol{R_0}$ соответствует значение **RGB**-цвета пикселя (рис. 4).



OX_1 – осевое направление
OX_2 – радиальное направление
OX_3 – окружное направление

Рис. 3. Ориентация образцов различной формы при определении свойств анизатропии свойств костной ткани

После определения среднего значения номера RGB-цвета всех пикселей оно отождествляется со значением модуля упругости, полученного на основе данных эксперимента. Для остальных номеров RGB-цвета определяется значение весового коэффициента ***K***. Каждому пикселю цифрового изображения присвоен номер RGB-цвета. Это позволяет присвоить каждому номеру RGB-цвета значение модуля упругости ***Ei = RGBi•K*** (рис. 5)



R0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127
y	243	243	243	243	243	243	243	243	243	243
RGB	(161, 161, 161)	(234, 234, 234)	(254, 254, 254)	(255, 255, 255)	(255, 255, 255)	(252, 252, 252)	(251, 251, 251)	(255, 255, 255)	(241, 241, 241)	(160, 160, 160)

Рис. 4. Плотность костной ткани в узлах сетки конечных элементов

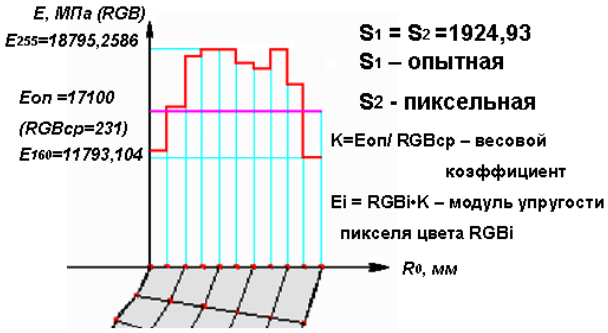


Рис. 5. Распределение значений механических характеристик материала костной ткани относительно оптической плотности по радиусу среза костной ткани

3. *Разбиение твердотельной модели на конечные элементы.*

Для составления конечноэлементной модели используется восьмиузловой изопараметрический гексаэдр, который чаще всего применяется для моделирования объёмного напряжённо-деформированного состояния (НДС) [7]. Данный тип конечного элемента позволяет проводить анализ объёмного НДС объекта исследования (рис. 6).

4. *Задание граничных условий.*

Выбран вариант «Опирание» в области проксимального отдела кости бедра.

5. *Определение нагрузок*.

Основной нагрузкой для кости бедра является сжатие частью массы тела. Под действием нагрузки сжатия в материале костной ткани возникают деформации изгиба и кручения.

Задачей при дальнейшем моделировании фиксации поперечного перелома кости в области диафиза является выбор места установки пластины исходя из условия «нераскрытия стыка» при функциональной нагрузке (рис. 7).

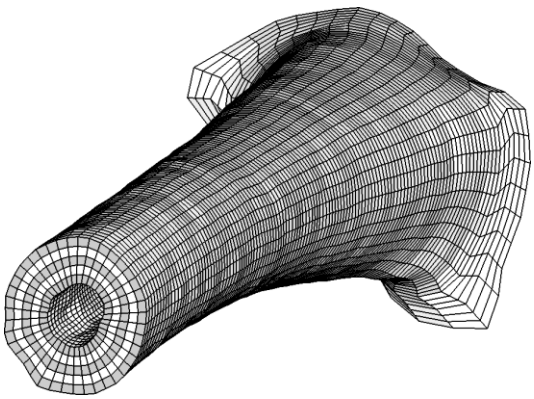


Рис. 6. Разбиение твердотельной модели на конечные элементы

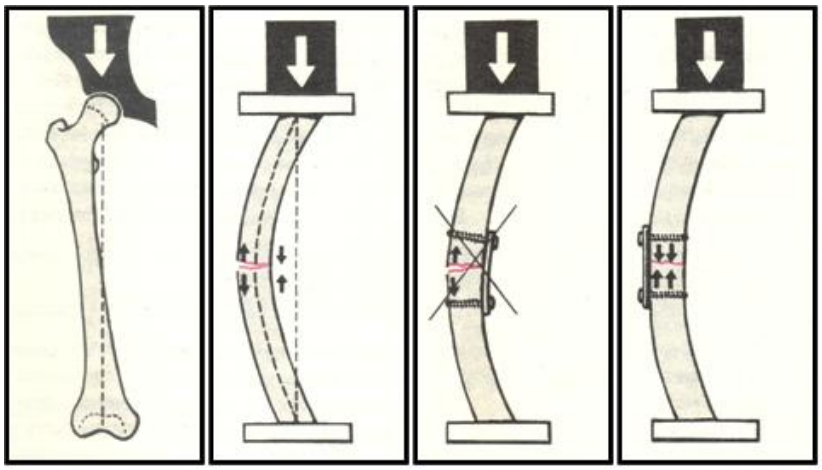


Рис. 7. Действие сжимающей нагрузки

6. *Статический расчёт здоровой кости на сжатие.*

В результате статического расчёта кости под нагрузкой сжатия в области диафиза определены зоны наибольших напряжений сжатия и растяжения (рис. 8).

Зона наибольших напряжений растяжения в дальнейшем должна использоваться для размещения и установки пластины фиксации поперечного перелома.

Создание МКЭ модели сборной конструкции «кость – имплантат» включает выполнение ряда последовательных операций.

1. *Выбор варианта фиксации перелома (рис. 9).*

В качестве элементов внутренней фиксации переломов используются пластины из нержавеющей стали или пластины из титанового сплава. Элементами крепления являются шурупы, проходящие через два кортикальных слоя компактной костной ткани.

Процесс репозиции отломков должен обеспечивать правильное анатомическое положение сборной конструкции после операции. В зоне контакта обеспечивается компрессия при отсутствии функциональной нагрузки.

2. *Составление конечноэлементной модели сборной конструкции «кость-имплантат» (рис. 10).*

Конечноэлементная модель сборной конструкции включает в себя два отломка кости, пластину фиксации, восемь шурупов крепления. Конечноэлементная модель сборной конструкции должна быть составлена так, чтобы обеспечивалась возможность установки контактных конечных элементов «узел в узел».

3. *Решение контактной задачи твёрдого деформируемого тела (рис. 11).*

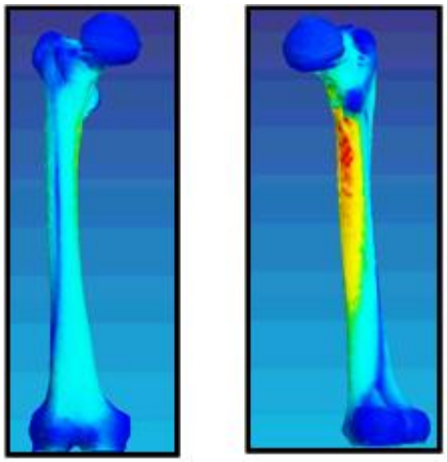


Рис. 8. Напряжённо-деформированное состояние здоровой кости

Моделирование условий сопряжения конструкций проводится с использованием специального контактного конечного элемента, построенного с применением решения вариационного неравенства, проводимого на основе метода штрафных функций (или уравнения Фредгольма второго рода).

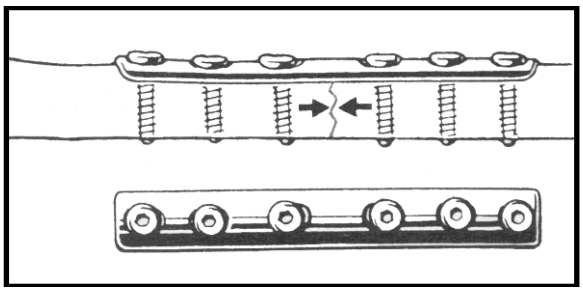


Рис. 9. Вариант фиксации перелома

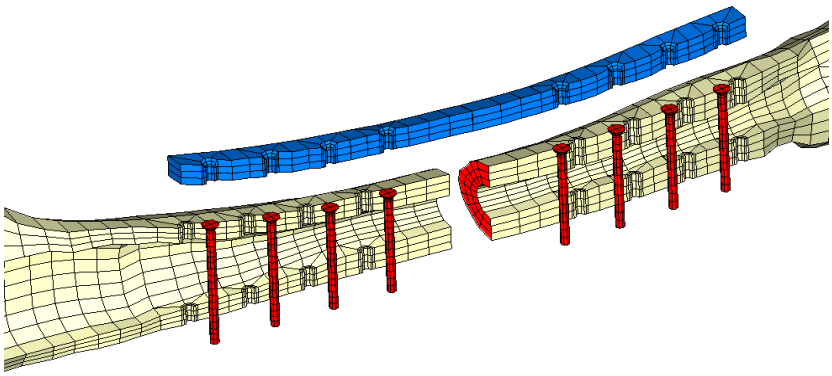


Рис. 10. Конечноэлементная модель сборной конструкции «кость-имплантат»

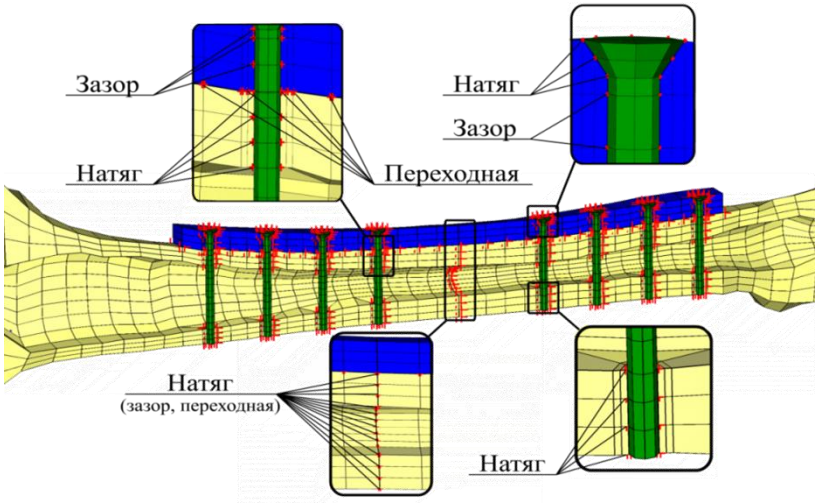


Рис. 11. Граничные условия сопряжений сборной конструкции

Граничные условия сопряжения элементов сборной конструкции следующие:

- по поверхности сопряжения костных отломков без функциональной нагрузки – натяг, а при функциональной нагрузке – натяг, зазор, переходная;
- по поверхности контакта пластины фиксации и кости – переходная;
- по поверхности головки шурупа и поверхности под закладную головку на пластине – натяг;
- между боковой поверхностью стержня шурупа и поверхностью отверстия в пластине фиксации – зазор;
- между боковой поверхностью стержня шурупа и поверхностью отверстия в верхнем и нижнем кортикальных слоях компактной костной ткани – натяг.

После статического расчета на прочность сборной конструкции «кость-имплантат» она подготовлена к проведению анализа напряжённо-деформированного состояния.

4. *Анализ НДС сборной конструкции (рис. 12).*

При рассмотрении напряжённо-деформированного состояния сборной конструкции под действием нагрузки сжатия определяется, что наибольшие напряжения растяжения возникают в пластине фиксации, а напряжения сдвига – в стержнях шурупов в районе контакта пластины фиксации и прилегающего кортикального слоя кости. В зоне контакта отломков в процессе действия цикла нагрузки не происходит раскрытия стыка со стороны, где отсутствует пластина фиксации. Это свидетельствует о правильном подборе и размещении средств фиксации.

Контактное взаимодействие отломков и других элементов сборной конструкции в области перелома свидетельствует о наличии нагрузок кручения под действием сжимающих усилий.

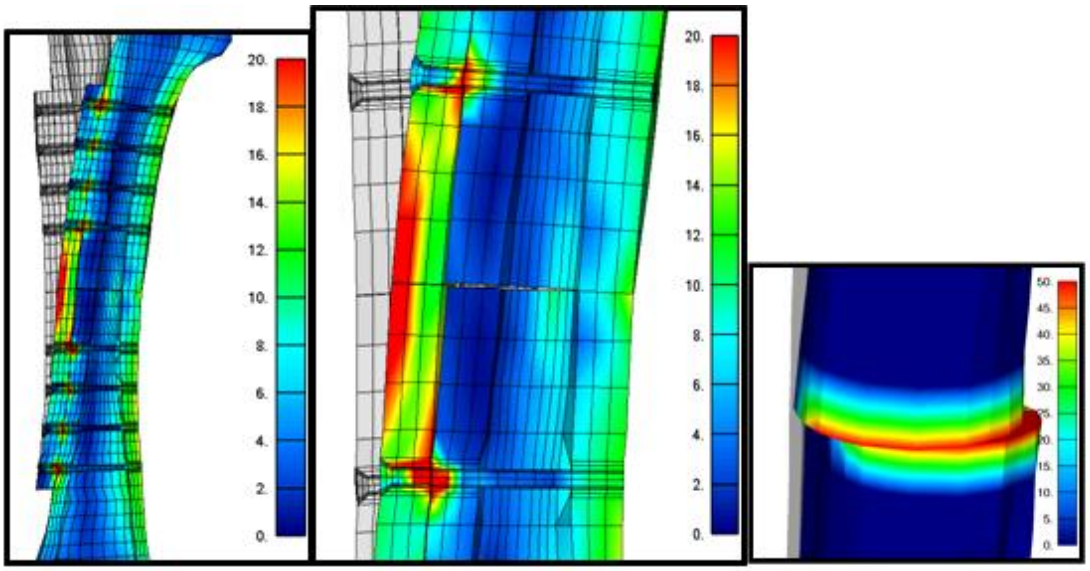


Рис. 12. Напряжённо-деформированное состояние сборной конструкции «кость-имплантат»

Результаты анализа сборной математической модели позволяют оптимально разместить и закрепить средства фиксации перелома, прогнозировать ход лечения. Методика апробирована в клинических условиях. Сроки выздоровления сокращаются с 5 месяцев до 3 месяцев (в 1,7 раза).

Реализация методологии математического моделирования элементов опорно-двигательного аппарата человека как сборной конструкции на основе метода конечных элементов с решением контактной задачи теории упругости является актуальным научным направлением. Эта методология позволяет решать на более высоком уровне информативности задачи диагностики, определения тактики лечения и прогнозирования хода лечебных мероприятий в области ортопедии.

В настоящее время проводится работа по составлению с применением метода конечных элементов и контактной задачи твёрдого деформируемого тела фрагментарной модели поясничного отдела позвоночника и таза человека. Целью исследования является влияние одного из патологических проявлений причинно-следственных взаимоотношений положения костей таза и позвоночника.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кнетс И.В. Деформирование и разрушение твёрдых биологических тканей / И.В Кнетс., Г.О. Пфафрод, Ю.Ж. Саулгозис. – Рига: Зинатне, 1980. – 319 с.
2. Руководство по внутреннему остеосинтезу / М.Е. Мюллер, М. Алльговер [и др]. – М.: Ad Marginem,1996.
3. Пичхадзе И.М. Биомеханика тазового кольца и его структурных элементов / И.М. Пичхадзе, А.Г. Холодкова // Вестник РАМН. – 2008. – № 8. – С. 44 – 47.
4. Родионова С.С. Значение минеральной плотности и показателей качества костной ткани в обеспечении её прочности при остеопорозе / С.С. Родионова, М.А. Макаров, А.Ф. Колондаев, Н.С. Гаврюшенко, А.К. Морозов // Вестник травматологии и ортопедии им. Н.Н. Приорова. – 2001. – № 2. – С. 76 – 80.
5. Малышкина С.В. Экспериментальное моделирование в научных исследованиях Института патологии позвоночника и суставов им. проф. М.И. Ситенко / С.В. Малышкина // Травматология, ортопедия и протезирование. ГУ «Институт патологии позвоночника и суставов им. проф. М.И. Ситенко АМН Украины», Харьков. – 2007. – № 4. – С. 5 – 16.
6. Акулич Ю.В. Исследование напряжённо-деформированного состояния эндопротезированного тазобедренного сустава / Ю.В. Акулич, Р.М. Подгаец, В.Л. Скрябин, А.В.Скрябин // Российский журнал биомеханики. – 2007. – Том 11, № 4. – С. 9 – 35.
7. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М.: Мир. – 1975. – 542 с.
8. Бейдик О.В. Математический анализ различных вариантов наружного чрескостного остеосинтеза / О.В. Бейдик, А.Г. Ромакин, К.К. Левченко, А.Ю. Цыплаков, Д.В. Афанасьев, Н.А. Ромакина, А.П. Любицкий // Гений ортопедии. – 2002. – № 3. – С. 19 – 22.
9. Бондаренко А.В. Разрушение имплантатов при накостном остеосинтезе переломов длинных костей / А.В.Бондаренко, В.В. Пелеганчук, Е.А. Распопова, С.А. Печенин // Вестник травматологии и ортопедии им. Н.И. Приорова. – 2004. – № 2. – С. 41 – 44.
10. Шимкович Д.Г. Femap & Nastran. Инженерный анализ методом конечных элементов – М.: ДМК Пресс, 2008.

УДК 621.311: 621.331

Крюков Андрей Васильевич,
д.т.н., профессор кафедры «Электроснабжение железнодорожного транспорта» ИрГУПС
Закарюкин Василий Пантелеймонович,
д.т.н., проф. кафедры «Электроснабжение железнодорожного транспорта» ИрГУПС
Буякова Наталья Васильевна,
аспирант кафедры «Электроснабжение железнодорожного транспорта» ИрГУПС

УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ОБСТАНОВКОЙ НА ОБЪЕКТАХ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА

A.V. Kryukov, V.P. Zakaryukin, N.V. Buyakova

ELECTROMAGNETIC SITUATION CONTROL ON RAILWAY OBJECTS

Аннотация. *На основе разработанной методики моделирования режимов систем тягового электроснабжения и определения электромагнитных полей, создаваемых тяговыми сетями, предложены принципы управления электромагнитной обстановкой на объектах железнодорожного транспорта.*

Показано, что уровни напряженности магнитного поля, создаваемого тяговой сетью с восемью контактными подвесками, не превосходят предельный уровень, установленный для эксплуатационного персонала, но могут превышать допустимые значения для селитебных территорий, что требует применения специальных мероприятий по улучшению электромагнитной обстановки и повышению уровня электромагнитной безопасности.

На основе результатов моделирования выявлено, что наиболее эффективным мероприятием по снижению напряженности магнитного поля является применение отсасывающих трансформаторов с обратным проводом. В результате их применения уровень напряженности на большей части пассажирских платформ может быть снижен до рекомендованных нормативными документами значений.

Ключевые слова: *системы тягового электроснабжения железных дорог переменного тока, управление электромагнитной обстановкой.*

Abstract. *By method of modeling of railway electric systems there is proposed the principles of electromagnetic situation control on alternating current railway objects.*

It is shown that magnetic field strength of 8-way railway is not higher of limit for exploitation personal, but can be higher values received for civil territories. This calls for special measures of improving electromagnetic situation.

The most effective method of improving situation is using of abducting transformers with back wire. This allows the abatement of magnetic field strength to normal values.

Keywords: *alternating current railway electric systems, electromagnetic situation control.*

Введение

Под электромагнитной обстановкой (ЭМО) понимается совокупность электромагнитных процессов в заданной области пространства. Основными характеристиками этих процессов являются напряженности электрического и магнитного полей (ЭМП). Тяговые сети (ТС) железных дорог переменного тока могут создавать значительные магнитные поля. В ряде случаев, особенно при прохождении трассы дороги по селитебной территории, уровни напряженности магнитного поля могут превосходить предельно допустимые уровни. Поэтому возникает задача управления электромагнитной обстановкой с целью приведения уровней напряженности ЭМП к допустимым пределам.

Постановка задачи

В условиях электрифицированной железной дороги трудно получить экспериментальные данные, отвечающие максимальным уровням напряженности ЭМП, поэтому рекомендуется исследования ЭМП, создаваемых системами тягового

электроснабжения (СТЭ), как на эксплуатируемых, так и на вновь создаваемых объектах выполнять на основе математического моделирования [1]. Методика моделирования ЭМП на объектах железнодорожного транспорта предложена в работе [2]. В настоящей статье рассматриваются методы управления ЭМО, направленные на снижение уровней ЭМП.

Схема управления электромагнитной обстановкой в СТЭ железных дорог переменного тока показана на рис. 1. При этом мероприятия по снижению уровней ЭМП разрабатываются на основе комплексного моделирования режимов работы СТЭ в фазных координатах с одновременным расчетом напряженностей ЭМП по методике, изложенной в работе [2]. Моделирование может осуществляться на основе программного комплекса «Fazonord-Качество», разработанного в ИрГУПСе [3]. Проверка адекватности моделирования и эффективности реализованных мероприятий осуществляется на основе инструментальных замеров в ряде контрольных точек для характерных моментов времени, отвечающих максимальным токовым нагрузкам тяговой сети.

Следует отметить, что при моделировании могут учитываться основные факторы, влияющие на уровень ЭМП:

- неровность подстилающей поверхности, вызванная наличием насыпей, выемок, а также пассажирских платформ;
- наличие металлических вагонов и цистерн на станции, которые существенно изменяют картину распределения уровней напряженности ЭМП в пространстве;
- заземленные протяженные металлические объекты (трубопроводы, кабельные линии с заземленными оболочками, заземленные тросы), также изменяющие картину ЭМП.

Результаты моделирования. Моделирование выполнялось применительно к восьмипутной тяговой сети 27.5 кВ железнодорожной станции, схема которой показана на рис. 2.

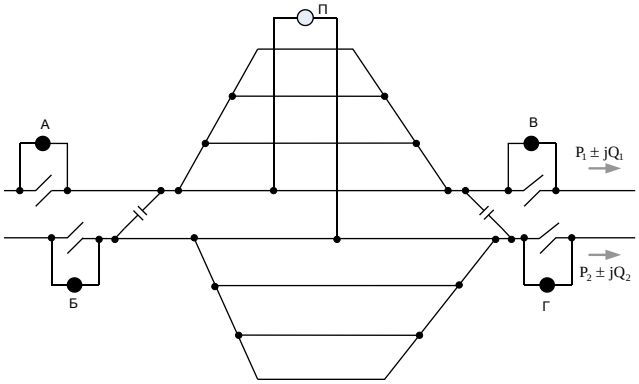


Рис. 2. Схема тяговой сети: А, Б, В, Г – продольные нормально включенные разъединители, П – поперечный нормально отключенный разъединитель

Описание ее компьютерной модели, реализованной с использованием программного комплекса «Fazonord- Качество», приведено в работе [2].

В качестве мероприятий по управлению

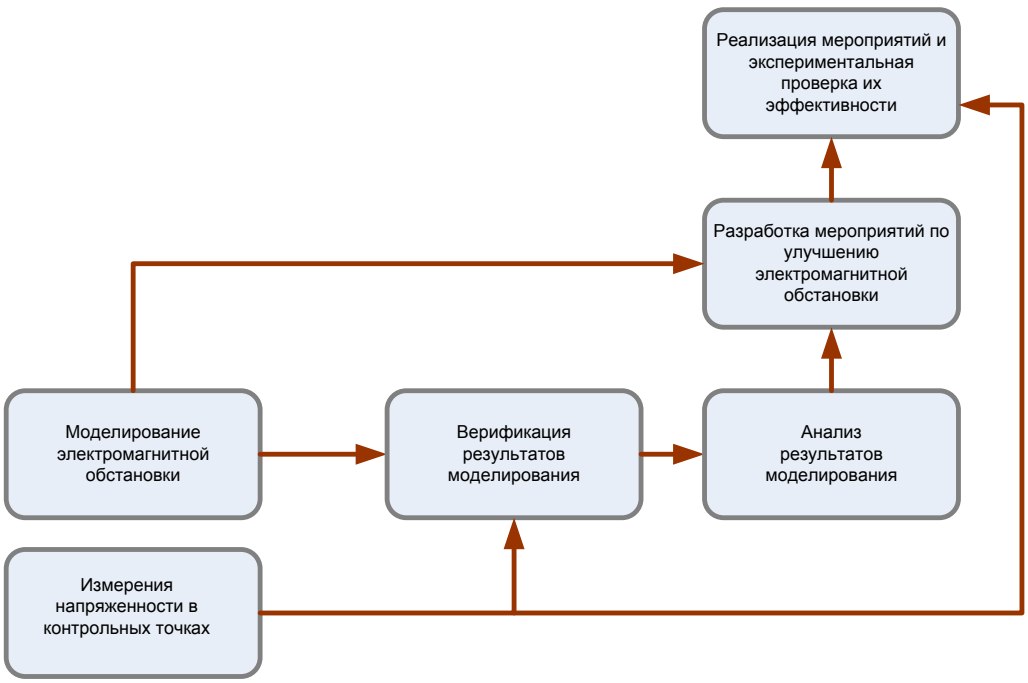


Рис. 1. Схема управления электромагнитной обстановкой

электромагнитной обстановкой рассматривались следующие:

- применение экранирующих проводов (ЭП), смонтированных на всех путях или только на главных;
- использование дополнительно к ЭП усиливающих проводов (ЭУП);
- применение отсасывающих трансформаторов (ОТ) без обратного провода (ОП), рис. 3;

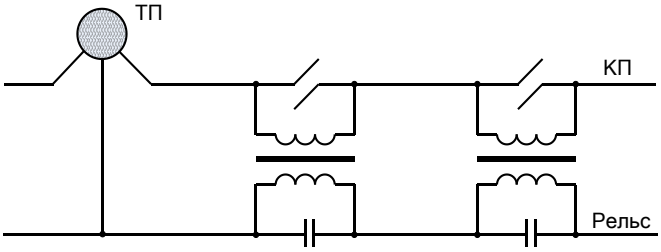


Рис. 3. Отсасывающие трансформаторы без обратного провода: ТП – тяговая подстанция, КП – контактный провод

- использование ОТ с обратным проводом, рис. 4.

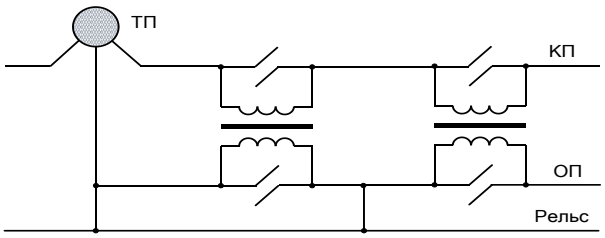


Рис. 4. Отсасывающие трансформаторы обратным проводом

Результаты моделирования уровней напряженности магнитного поля на высоте 2.1 м (средний рост человека, увеличенный на высоту пассажирской платформы) представлены на рис. 5…7. Моделирование осуществлялось при мощностях $P_1 + jQ_1, P_2 + jQ_2$ (рис. 2), равных $10 + j10$ МВ·А, что близко к максимально допустимым мощностям для плеча питания подстанции с трансформатором 40000 кВА.

Из анализа полученных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Применение экранирующих и усиливающих проводов не может быть рекомендовано в качестве мероприятия по снижению уровней ЭМП ввиду малой эффективности и значительных затрат.

2. Применение ОТ, включенных между КП и рельсами, может приводить к обратному эффекту повышения уровня напряженности магнитного поля на центральных пассажирских платформах вследствие увеличения токов, протекающих по рельсам.

3. Наиболее выраженный эффект снижения уровня напряженности магнитного поля дают ОТ, включенные между КП и обратным проводом. При этом напряженность на большей части пассажирских платформ может быть снижена до уровня, рекомендованного документом [4] для селитебной территории.

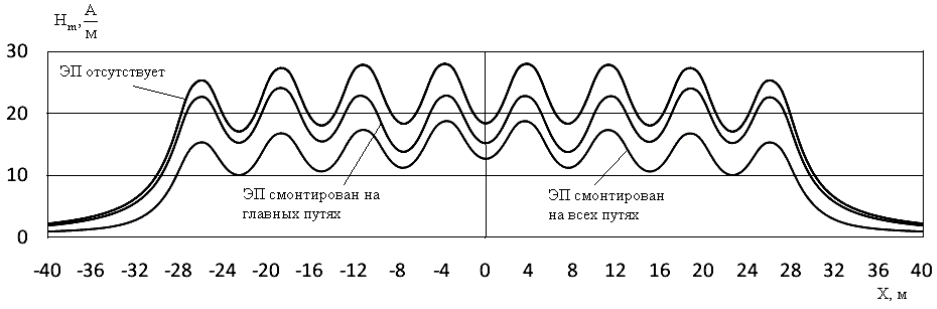


Рис. 5. Результаты расчета напряженности магнитного поля при наличии ЭП

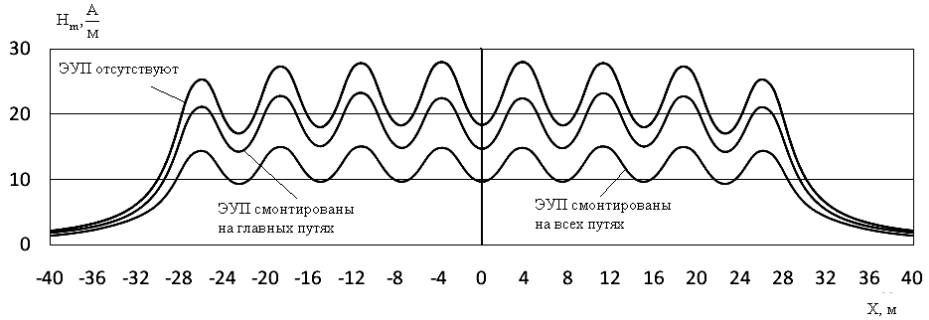


Рис. 6. Результаты расчета напряженности магнитного поля при наличии ЭУП

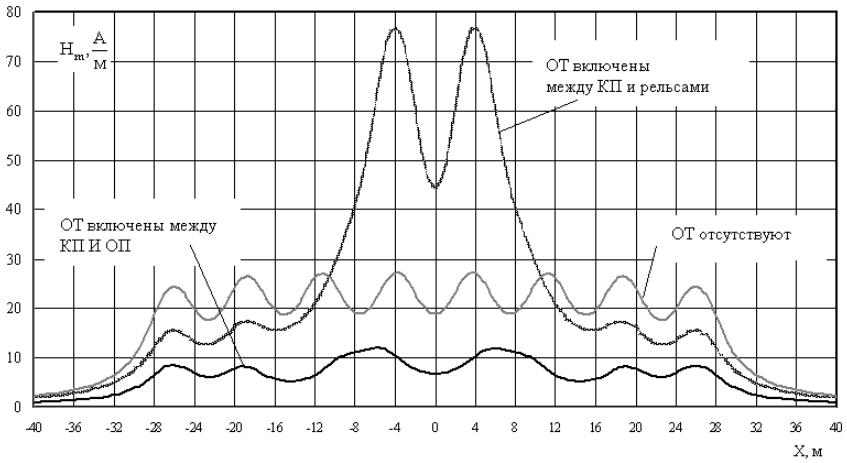


Рис. 7. Результаты расчета напряженности магнитного поля при наличии ОТ

Заключение

1. На основе разработанных в ИрГУПСе методов и средств расчетов режимов в фазных координатах реализован системный подход к анализу электромагнитной обстановки на объектах железных дорог переменного тока. Отличительной особенностью этого подхода является возможность моделирования электромагнитных полей с учетом свойств, характеристик и особенностей режима сложной СТЭ и питающей энергосистемы. На основе предложенной методики моделирования может быть реализована система управления электромагнитной обстановкой на объектах железнодорожного транспорта.

2. Уровни напряженности магнитного поля, создаваемого тяговой сетью с восемью контактными подвесками, не превосходят предельный уровень, установленный для эксплуатационного персонала, но могут превышать допустимые значения для селитебных территорий, что требует применения специальных мероприятий по улучшению электромагнитной обстановки и повышению уровня электромагнитной безопасности в СТЭ.

3. Наиболее эффективным мероприятием по снижению напряженности магнитного поля является применение отсасывающих трансформаторов с обратным проводом. В результате их применения уровень напряженности на большей части пассажирских платформ может быть снижен до рекомендованных нормативными документами значений.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аполлонский С.М., Богаринова А.Н. Напряженности воздушной среды на электрифицированной железной дороге // Сборник докладов девятой российской научно-технической конференции по электромагнитной совместимости технических средств и электромагнитной безопасности. – СПб.: 2006. – С. 579–583.
2. Крюков А.В., Закарюкин В.П., Буякова Н.В. Моделирование электромагнитной обстановки на железных дорогах переменного тока // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – № 2(26). – 2010. – С. 169–175.
3. Свидет. об офиц. регистр. программы для ЭВМ № 2007612771 (РФ) «Fazonord-Качество – Расчеты показателей качества электроэнергии в системах электроснабжения в фазных координатах с учетом движения поездов» / Закарюкин В.П., Крюков А.В. – Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. – Зарегистр. 28.06.2007.
4. Дополнение к МГСН 2.03-97. Системы нормативных документов в строительстве «Нормы (предельно допустимые уровни) магнитных полей промышленной частоты (50 Гц) в помещениях жилых и общественных зданий и на селитебных территориях» (проект) – М.: 2003. – 13 с.

УДК 531.391

Чайкин Сергей Васильевич,
к.ф.-м.н., с.н.с., Учреждение Российской академии наук
Институт динамики систем и теории управления СО РАН,
тел.: (3952)45-30-32,e-mail: schaik@yandex.ru
Банщиков Андрей Валентинович,
к.ф.-м.н., доцент, с.н.с., Учреждение Российской академии наук
Институт динамики систем и теории управления СО РАН,
тел.: (3952)45-30-53, e-mail: bav@yandex.ru

АНАЛИЗ МНОЖЕСТВА ОТНОСИТЕЛЬНЫХ РАВНОВЕСИЙ СПУТНИКА-ГИРОСТАТА

S.V. Chaikin, A.V. Banschikov

THE ANALYSIS OF THE SET OF THE RELATIVE EQUILIBRIA OF GYROSTAT SATELLITE

Аннотация. *Рассматривается в ограниченной постановке движение спутника-гиростата по кеплеровой круговой орбите в центральном ньютоновском поле сил. Особенностью расположения статически и динамически уравновешенного вращающегося маховика в корпусе гиростата является постоянная скорость его вращения и неизменяемое расположение оси его вращения в плоскости, перпендикулярной большей оси главного центрального эллипсоида инерции. С использованием компьютерной алгебры и численного моделирования на основании оригинальных уравнений, определяющих относительные равновесия системы (положения покоя корпуса гиростата относительно орбитальной системы координат), изучается множество упомянутых равновесий в зависимости от величины гиростатического момента системы. Дополнительные исследования необходимы при изучении изменений множества относительных равновесий в зависимости от величины гиростатического момента, когда ось вращения маховика лежит в какой-либо другой плоскости симметрии главного центрального эллипсоида инерции системы.*

Ключевые слова: *спутник-гиростат, круговая орбита, относительные равновесия, бифуркация равновесий.*

Abstract. *The motion of gyrostat satellite on a circular keplerian orbit in the Newtonian field of forces is considered in the restricted formulation of problem. The peculiarity of the location of statically and dynamically balanced flywheel in the body of gyrostat is it's constant velocity of rotating and invariable disposition of axes of rotating in a plane that is perpendicular to a larger axes of the principal ellipsoid of inertia of system. The set of the relative equilibria of system is studied in depend on magnitude of inner angular moment by means of computer algebra and numerical modeling on the basis of original equations for the determining of the relative equilibria of system (positions of a rest for the body of gyrostat in orbital coordinate system). Supplementary investigations are necessary for the study of the variations of the set of relative equilibriums of gyrostat satellite in depend on magnitude of inner angular moment when the axes of the flywheel rotating is in any other plane of symmetry of the principal ellipsoid of inertia of system.*

Keywords: *gyrostat satellite, circular orbit, relative equilibria, bifurcation of equilibriums.*

Введение. Для описания в ограниченной постановке [1] движения спутника-гиростата в центральном ньютоновском поле сил на кеплеровой круговой орбите введем следующие правые прямоугольные декартовы системы координат. Орбитальная система координат Oy_k с ортами соответствующих осей ξ_k $(k=1,2,3)$ имеет полюс O в центре масс спутника-гиростата, ось Oy_3 (орт ξ_3) направлена по радиусу-вектору орбиты, проведенному из притягивающего центра в центр масс системы; ось Oy_2 направлена по нормали к плоскости орбиты так, что орбитальная угловая скорость

системы $\boldsymbol{\omega} = \omega \cdot \xi_2$, где $\omega = |\boldsymbol{\omega}|$. Оси жестко связанной с корпусом спутника-гиростата системы координат (орты осей x_k) с полюсом в точке O выбраны таким образом, что матрица компонентов центрального тензора инерции I в этих осях имеет диагональный вид: $[I] = \mathrm{diag}(I_1, I_2, I_3)$ при этом $I_1 < I_2 < I_3$. Постоянный вектор гиростатического момента системы, деленный на ω, в осях Ox_k имеет матрицу компонентов $[J] = (0, J_2, J_3)^T$, при этом $J_2 = |J|\tilde{J}_2$, $J_3 = |J|\tilde{J}_3$, $\tilde{J}_2 \neq 0$, $\tilde{J}_3 \neq 0$, $\tilde{J}_2^2 + \tilde{J}_3^2 = 1$. Величины $\tilde{J}_2, \tilde{J}_3$ есть направляющие косинусы вектора гиростатического момента системы в системе координат Ox_k.

Взаимное расположение систем координат Oy_k и Ox_k очевидным образом определяется таблицей направляющих косинусов, ξ_{ik} – проекция орта ξ_k на ось Ox_i.

Если в уравнениях движения системы в рассматриваемом случае, см., например, [2, 3], приравнять нулю производные по времени, то получим уравнения, определяющие относительные равновесия спутника-гиростата, которые запишем следующим образом:

$$\begin{gathered} \xi_1 I\, \xi_2 = -\xi_1 J,\ \ \xi_3 I\, \xi_2 = -\xi_3 J/4, \\ \xi_1 I\, \xi_3 = 0,\ \ \xi_i \times \xi_j\, \xi_k = \varepsilon_{ijk}\ \ (i,j,k \in \{1,2,3\}). \end{gathered} \tag{1}$$

Знак «×» означает векторное произведение соответствующих векторов; ε_{ijk} – альтернирующий тензор [4], принимающий одно из значений {-1,0,1} в зависимости от значений i, j, k.

Относительные равновесия, условия их существования. Учитывая последнее соотношение в (1), запишем эквивалентные уравнения, определяющие относительные равновесия системы следующим образом:

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} (I\xi_2 + J) \times (I\xi_2 + J/4) \neq 0, \\ \xi_3 (I\xi_2 + J) \times \xi_2 = 0,\ \ \xi_1 \xi_2 \times (I\xi_2 + J/4) = 0, \\ \xi_1 I\, \xi_3 = 0,\ \ \xi_i \times \xi_j\, \xi_k = \varepsilon_{ijk}, \end{cases} \\ \begin{cases} (I\xi_2 + J) \times (I\xi_2 + J/4) = 0, \\ \xi_1 (I\xi_2 + J) = 0,\ \ \xi_3 (I\xi_2 + J/4) = 0, \\ \xi_1 I\, \xi_3 = 0,\ \ \xi_i \times \xi_j\, \xi_k = \varepsilon_{ijk}. \end{cases} \end{array}\right.$$

Далее займемся равновесиями, определяемыми первой группой уравнений. Другие случаи, являясь более простыми для изучения, ранее уже активно исследовались.

Если ввести в рассмотрение очевидно ненулевые в нашем случае векторы $\hat{\xi}_1 \triangleq \pm(I\xi_2 + J) \times \xi_2$ и $\hat{\xi}_3 \triangleq \pm \xi_2 \times (I\xi_2 + J/4)$, перпендикулярные ξ_2, то $\xi_1 = \hat{\xi}_1 / |\hat{\xi}_1|$ и $\xi_3 = \hat{\xi}_3 / |\hat{\xi}_3|$. Теперь эквивалентные уравнения запишем следующим образом:

$$\begin{cases} (I\xi_2 + J) \times (I\xi_2 + J/4) \neq 0, \\ \xi_2^2 = 1,\ \ (I\xi_2 + J) \times \xi_2\, \xi_2 \times (I\xi_2 + J/4) = 0, \\ ((I\xi_2 + J) \times \xi_2)\, I\, (\xi_2 \times (I\xi_2 + J/4)) = 0, \\ \xi_1 = \pm (I\xi_2 + J) \times \xi_2 / |(I\xi_2 + J) \times \xi_2|, \\ \xi_3 = \pm\, \xi_2 \times (I\xi_2 + J/4) / |(I\xi_2 + J/4) \times \xi_2|. \end{cases} \tag{2}$$

Разрешая уравнения второй и третьей строки в (2) относительно неизвестных компонент ξ_{i2} вектора ξ_2 с учетом неравенства первой строки, получаем единственно возможные в нашем случае решения

$$\begin{cases} \xi_{22} = \dfrac{B}{4}\sqrt{\dfrac{I_3 - I_2}{I_2 - I_1}}\, \hat{J}_2 \left(-5 + 3((\pm)_2 (B^2+1)/\sqrt{A}\right), \\ \xi_{32} = \dfrac{B}{4}\sqrt{\dfrac{I_3 - I_2}{I_3 - I_1}}\, \hat{J}_3 \left(-5 + 3((\pm)_2 (B^2-1)/\sqrt{A}\right), \\ \xi_{12} = (\pm)_3 \sqrt{1 - \xi_{22}^2 - \xi_{32}^2}, \end{cases} \tag{3}$$

где $B = \dfrac{|J|\sqrt{\tilde{J}_2^2 + \tilde{J}_3^2 (I_2 - I_1)/(I_3 - I_1)}}{2\sqrt{(I_2 - I_1)(I_3 - I_2)}} \geq 0,$

$$\hat{J}_2 = \frac{\tilde{J}_2}{\sqrt{\tilde{J}_2^2 + \tilde{J}_3^2 (I_2 - I_1)/(I_3 - I_1)}},$$

$$\hat{J}_3 = \frac{\tilde{J}_3 \sqrt{(I_2 - I_1)/(I_3 - I_1)}}{\sqrt{\tilde{J}_2^2 + \tilde{J}_3^2 (I_2 - I_1)/(I_3 - I_1)}},$$

$$A \equiv \hat{J}_2^2 (B^2+1)^2 + \hat{J}_3^2 (B^2-1)^2.$$

Заметим, что $\hat{J}_2^2 + \hat{J}_3^2 = 1$, а компоненты векторов ξ_1 и ξ_3 определяются по соответствующим формулам в (2), зная ξ_{i2}.

Условия существования найденных решений (так называемый класс (4в) относительных равновесий спутника-гиростата на кеплеровой круговой орбите по принятой классификации, см., например, [2]) определяются, очевидно, одним неравенством

$$1 - \xi_{22}^2 - \xi_{23}^2 > 0.$$

Если параметры спутника-гиростата таковы, что при каком-либо выборе знака $(\pm)_2$ в (3) выполнено последнее неравенство, то имеется одно-

временно четыре относительных равновесия спутника-гиростата класса (4в). Класс равновесий (4в) характеризуется тем, что ни одна из осей, связанных с корпусом системы координат Ox_k, не лежит в равновесии ни в одной из координатных плоскостей системы осей Oy_k.

Вводя далее в качестве бифуркационного параметра $x \equiv 1-\dfrac{1}{B^2+1},\ x\in[0,1)$, в зависимости от величины которого будем исследовать наличие – отсутствие относительных равновесий системы, определяемых в соответствии с (3), (2), запишем определяющее неравенство следующим образом:

$$f_1 \equiv \hat J_3^2(64a+100b(\hat J_2^2+a\hat J_3^2)+36ab)x^3 - $$
$$-\hat J_3^2(128a+100b(\hat J_2^2+a\hat J_3^2)+36ab)x^2 + $$
$$+(16a+34b(\hat J_2^2+a\hat J_3^2)+64a\hat J_3^2)x-16a < $$
$$<(\pm)_2 30b\sqrt{\hat J_2^2+\hat J_3^2(2x-1)^2}\,x(\hat J_2^2-a\hat J_3^2 + $$
$$+2a\hat J_3^2 x)\equiv(\pm)_2 f_2. \qquad (4)$$

Здесь для удобства введены вещественные $a\equiv\dfrac{(I_2-I_1)}{(I_3-I_1)}$ и $b\equiv\dfrac{(I_3-I_2)}{(I_3-I_1)}$, очевидно, $a+b=1$; при $I_1<I_2<I_3$ параметры $a,b\in(0,1)$. С учетом связи $\hat J_2^2+\hat J_3^2=1$ будем считать вещественные функции f_1 и f_2 зависящими от переменной x и, в соответствии с формулами для $\hat J_3$, двух параметров $\tilde J_3^2,\ a\in(0,1)$. Очевидно следующее

Утверждение 1. *Для любого значения* $a\in(0,1)$ *существуют моменты инерции* I_i, *определяющие физически реализуемую механическую систему (спутник-гиростат), такие, что* $0<I_1<I_2<I_3$, $I_3<I_2+I_1$ *и* $(I_2-I_1)/(I_3-I_1)=a$.

Доказательство. Пусть задано произвольное $a\in(0,1)$. Полагая, что выполнено последнее равенство, имеем $I_2=I_1+a(I_3-I_1)$. Ясно, что таким образом выбранное I_2 больше I_1 и $I_2<I_3\Leftrightarrow I_1(1-a)<I_3(1-a)$ при $I_1<I_3$. Таким образом, выбор I_1 в зависимости от I_3 ограничивается условием (кроме $I_1<I_3$) $I_1+I_2>I_3\Leftrightarrow(2-a)I_1>(1-a)I_3\Leftrightarrow\left(1-\dfrac{1}{1+(1-a)}\right)\times$ $\times I_3<I_1<I_3$. Оканчивая доказательство, заметим, что интервал, из которого следует выбрать значение $I_1\in\left(\left(1-\dfrac{1}{1+(1-a)}\right)I_3,I_3\right)$, очевидно, не пустой для $\forall a\in(0,1)$.

Вычислим значения f_1 и f_2 при $x=0,\ x=1$ и произвольных значениях параметров $a,\tilde J_3^2\in(0,1)$

$$\begin{cases} f_1(x=0;a,\tilde J_3^2)=-16a<0,\\ (\pm)_2 f_2(x=0;a,\tilde J_3^2)=0,\\ f_1(x=1;a,\tilde J_3^2)=34(1-a)(1-(1-a)\hat J_3^2)>0, \\ f_2(x=1;a,\tilde J_3^2)=30(1-a)(1-(1-a)\hat J_3^2). \end{cases} \qquad (5)$$

Так как функции f_1 и f_2 гладкие, отсюда непосредственно следует справедливость следующего утверждения.

Утверждение 2. *При любых значениях параметров* $a,\tilde J_3^2\in(0,1)$ *графики функций* f_1 *и* $(+)_2 f_2$ (*соответственно* f_1 *и* $(-)_2 f_2$) *на интервале* $x\in[0,1)$ *имеют хотя бы одну общую точку и, соответственно, имеется хотя бы один интервал для значений x из* $[0,1)$, *где неравенство* (4) *выполняется.*

Методы решения неравенства (4) хорошо известны. Например, надо найти нули функций f_1 и f_2 на интервале $x\in[0,1)$ (пусть общие нули, занумерованные по возрастанию, есть $z_1,\ldots,z_N$, $1\le N\le 5$) и решать неравенство последовательно на каждом подинтервале: $[0,z_1),\ldots,(z_N,1)$.

Однако для наших целей продуктивнее воспользоваться следующими рассуждениями. При возведении обеих частей неравенства (4) во вторую степень мы избавимся от иррациональности в правой части. Перенеся все члены, например, в левую часть, получим полином от x шестой степени $P_6(x;a,\tilde J_3^2)=f_1^2-f_2^2$ с коэффициентами, зависящими от параметров $a,\tilde J_3^2\in(0,1)$. Коэффициент при старшей степени x полинома P_6 положителен. Среди шести его возможных вещественных корней один корень будет точно существовать из-за того, что, как мы теперь знаем (утверждение 2) имеется минимум одно пересечение у графиков функций f_1 и $(-)_2 f_2$ на $x\in[0,1)$. Значит, при определении областей по переменной x из интервала $[0,1)$, где $f_1<f_2$ (для определенности рассматриваем этот случай) мы можем иметь максимум пять

различных точек пересечения графиков функций f_1 и f_2. Пусть в этом случае пересечение графиков определяется точками x, занумерованными так, что $0 < x_1 \le x_2 \le x_3 \le x_4 \le \ \le x_5 < 1$. При этом в соответствии с (5) на интервале $x \in [0, x_1)$ неравенство $f_1 < f_2$ выполняется, а на интервале $x \in (x_5, 1)$ не выполняется. На рис. 1 для данного гипотетического случая (мы предположили, что при некоторых значениях параметров $a, \tilde{J}_3^2 \in (0,1)$ имеется пять различных точек пересечения графиков функций f_1 и f_2 на интервале $x \in [0,1)$, определяемых значениями $x \in \{x_1, \ldots, x_5\}$) области, где неравенство $f_1 < f_2$ не выполняется, заштрихованы, а где выполняется, не заштрихованы.

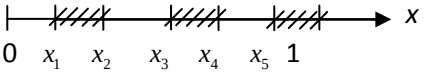


Рис. 1

Утверждение 3. *Существуют значения параметров* $a, \tilde{J}_3^2 \in (0,1)$, *определяющих физически реализуемую механическую систему, при которых максимальное число интервалов для значений бифуркационного параметра x из интервала* $[0; 1)$, *когда неравенство* (4)*, обеспечивающее существование относительных равновесий, определяемых в соответствии с* (3), (2)*, выполняется (не выполняется), равно трем (неравно трем).*

Доказательство. Выше было показано, что число упомянутых интервалов не может быть больше трех. Покажем, что при некоторых значениях параметров $a, \tilde{J}_3^2 \in (0,1)$ реализуется рассмотренный гипотетический случай. С использованием системы компьютерной алгебры Mathematica и пакета программ [5] выполнены необходимые численные эксперименты. Найдены значения параметров $a = 0,010022$ и $\tilde{J}_3 = 0,999982$, при которых графики функций $f_1(x; a, \tilde{J}_3^2)$ и $f_2(x; a, \tilde{J}_3^2)$ имеют пять различных точек пересечения на интервале $x \in [0,1)$, или, другими словами, функция $(f_1 - f_2)$ имеет пять различных корней на интервале $x \in [0,1)$. Результаты численных расчетов представлены на рис. 2–5.

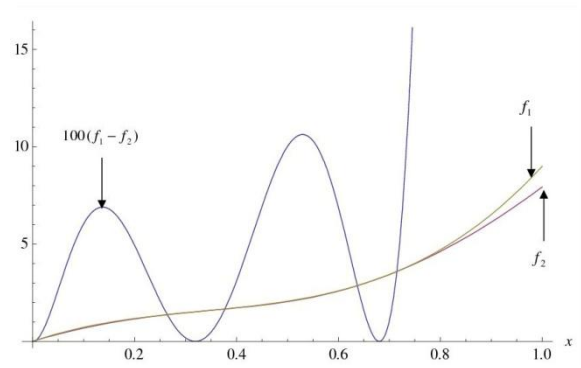


Рис. 2

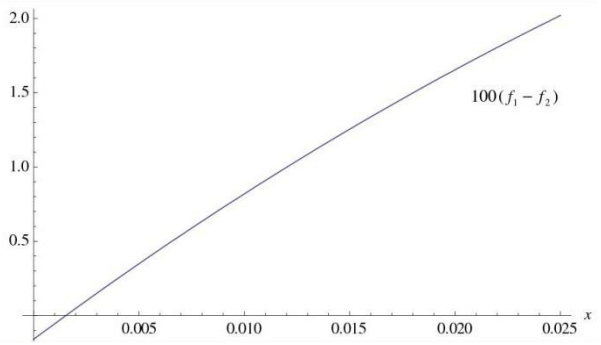


Рис. 3

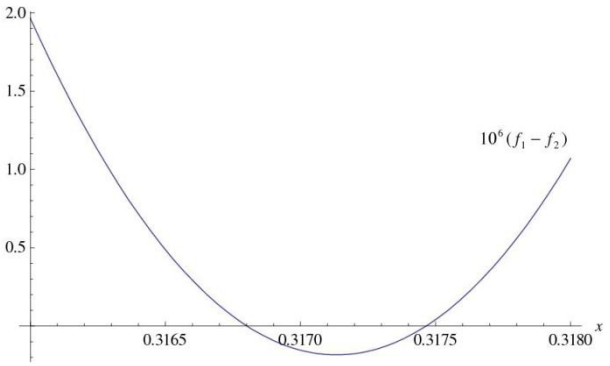


Рис. 4

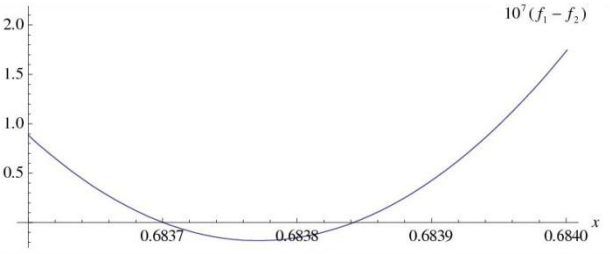


Рис. 5

Заключение. В работе используются оригинальные уравнения (2) для отыскания относительных равновесий спутника-гиростата на кеплеровой круговой орбите в центральном ньютоновском поле сил в частном случае расположения гиростатического момента системы. По мнению авторов, эти уравнения более удобны при изучении изме-

нений интересующего нас множества относительных равновесий системы (равновесия класса (4в)), в зависимости от величины гиростатического момента.

Впервые дается ответ на вопрос, сформулированный в статье [2, стр. 178]: каково максимальное количество областей значений $|J|$ из интервала $[0,\infty)$, в которых отсутствуют относительные равновесия класса (4в) спутника-гиростата на кеплеровой круговой орбите в частном случае расположения гиростатического момента.

Дополнительные исследования требуются для изучения изменений множества относительных равновесий класса (4в) в зависимости от $|J| \in [0,\infty)$ и при других частных случаях расположения гиростатического момента системы (при $J_2 = 0$; при $J_3 = 0$).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Белецкий В.В. Движение искусственного спутника относительно центра масс. – М.: Наука, 1965. – 416 с.
2. Longman R.W. Gavity-Gradient stabilization of gyrostat satellites with rotor axes in principal planes // Celestial Mech., 1971. – № 3. – P. 169–188.
3. Сарычев В.А., Мирер С.А., Дегтярев А.А. Динамика спутника-гиростата с вектором гиростатического момента в главной плоскости инерции // Космические исследования. – 2008. – Т. 46, № 1. – С. 61–73.
4. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. – М.: Мир, 1974. – 318 с.
5. Банщиков А.В. Программное обеспечение для параметрического анализа систем алгебраических неравенств (ПО PASI) // Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2000611004. Роспатент. 5 октября 2000 г.

УДК 624.046.5

Коваленко Галина Владимировна,
к.т.н., доцент, профессор кафедры «Строительные конструкции», Братский государственный университет, тел.: 8(3953)32-53-508, (3953)37-93-05,
Меньщикова Надежда Сергеевна,
ст. преподаватель кафедры «Строительные конструкции», Братский государственный университет, тел.: 8(3953)32-53-50, e-mail: nadezhdam08@mail.ru,
Фигурина Екатерина Владимировна,
аспирант, «Братский государственный университет», тел.: 8(3953)32-53-50

НЕЛИНЕЙНО-ДЕФОРМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ УСИЛЕННЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

G.V. Kovalenko, N.S. Menshchikova, E.V. Figurina

NONLINEAR DEFORMATION MODEL OF THE STRESS STATE OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

Аннотация. *Сформулированы основные положения нелинейно-деформационной модели напряженно-деформированного состояния эксплуатируемых железобетонных конструкций, усиленных наращиванием сечения и дополнительной продольной арматурой. Предложенная методика позволяет учитывать предысторию нагружения, физическую нелинейность, ползучесть и усадку дополнительного бетона.*

Ключевые слова: *нелинейно-деформационная модель, усиленные железобетонные элементы, нелинейное деформирование, смешанное армирование.*

Abstract. *The Formulated the basic provisions of the nonlinear deformation model of the stress-strain state operated concrete structures, reinforced by build-up section, and additional longitudinal reinforcement. The proposed method takes into account the prehistory of loading, physical nonlinearity, creep and shrinkage of additional concrete.*

Keywords: *nonlinear deformation model, reinforced concrete elements, nonlinear deformation, a mixed reinforcement.*

В последнее десятилетие для расчета железобетонных элементов, подвергающихся воздействию продольных сил и изгибающих моментов,

широко используется нелинейно-деформационная математическая модель. Данная модель включает в себя: уравнения равновесия внешних и внутренних сил, условие деформирования нормального расчетного сечения в виде гипотезы плоских сечений для усредненных значений относительных деформаций и диаграммы деформирования бетона и арматуры. Система нелинейных уравнений равновесия нормального сечения железобетонного элемента преобразуется к линейным разрешающим уравнениям, которые решаются шагово-итерационными методами, в основе которых лежат различные модификации метода упругих решений [1]. Деформационная модель позволяет получить универсальный метод, позволяющий производить оценку напряженно-деформированного состояния конструкций произвольной формы поперечного сечения и характера армирования для всех видов предельных состояний.

Наиболее простым и распространенным способом усиления железобетонных конструкций является дополнительное продольное армирование с наращиванием сечения (устройством набетонки). Перед усилением конструкции эксплуатируемых зданий и сооружений имеют напряженно-деформированное состояние, отличное от первоначального после изготовления конструкции. Это связано с предысторией их нагружения и условиями эксплуатации до момента усиления. Дополнительные элементы, включаемые в совместную работу с усиливаемой конструкцией, имеют разный возраст, физико-механические и реологические характеристики, включаются в работу в разные моменты времени. Фактически усиленная конструкция представляет собой составную конструкцию (рис. 1), состоящую из основной части, находящейся в определенном напряженно-деформированном состоянии, и дополнительной части – в первоначальном состоянии. Кроме того, усиленная дополнительным армированием предварительно напряженная конструкция представляет собой, по существу, конструкцию со смешанным армированием. Подобные конструкции имеют ряд особенностей [2], в частности, ненапрягаемая арматура вступает в работу позже напрягаемой и не во всех случаях может использовать свои прочностные возможности.

Гипотеза плоских сечений для относительных деформаций усиленного железобетонного элемента не выполняется, поскольку в основной части сечения уже имеются начальные деформации от действия нагрузки в период эксплуатации и предварительного напряжения.

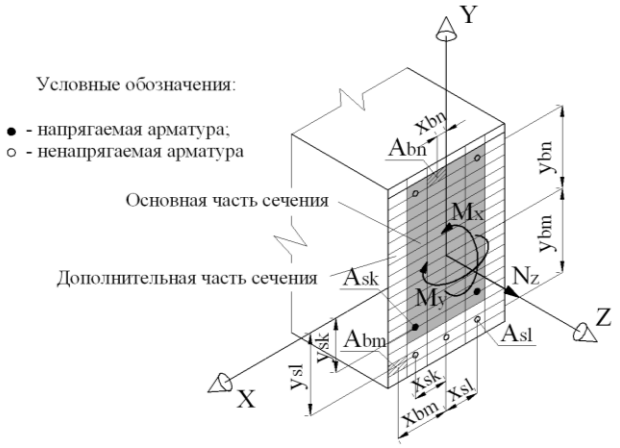


Рис. 1. Дискретная модель поперечного сечения усиленного элемента

Согласно нелинейно-деформационной модели для усиленных конструкций принимается гипотеза плоских сечений в постановке В.И. Мурашева отдельно для дополнительной части и для приращений относительных деформаций основной части конструкции после усиления. Относительные деформации элементарной площадки основного сечения определяются как сумма относительных деформаций до усиления и относительных деформаций после усиления. Для элементарных площадок основной и дополнительной частей сечения относительные деформации соответственно равны:

$$\begin{gathered}\varepsilon_{(b,s)i}(t)=\varepsilon_{(b,s)i}(\bar{t})+\bar{\varepsilon}_{(b,s)i}(t),\\ \varepsilon_{(b,s)adi}(t)=\bar{\varepsilon}_{(b.s)adi}(t),\end{gathered} \tag{1}$$

где $\bar{\varepsilon}_{(b,s)i}(t)$, $\bar{\varepsilon}_{(b,s)adi}(t)$ – относительные продольные деформации основной и дополнительной частей в момент времени t после усиления; $\varepsilon_{(b,s)i}(\bar{t})$ – относительные продольные деформации основной части сечения при усилении в момент времени $\bar{t}$.

Основная и дополнительные части работают совместно и модель предусматривает контакт этих частей как абсолютно жесткий.

Исходную систему уравнений равновесия усиленного нормального сечения можно записать в виде:

$$\begin{cases}N_z=\sum\limits_n\sigma_{bn}A_{bn}+\sum\limits_m\sigma_{bm}A_{bm}+\sum\limits_k\sigma_{sk}A_{sk}+\sum\limits_l\sigma_{sl}A_{sl}\\ M_x=-\sum\limits_n\sigma_{bn}A_{bn}x_{bn}-\sum\limits_m\sigma_{bm}A_{bm}x_{bm}-\sum\limits_k\sigma_{sk}A_{sk}x_{sk}-\sum\limits_l\sigma_{sl}A_{sl}x_{sl}\\ M_y=-\sum\limits_n\sigma_{bn}A_{bn}y_{bn}-\sum\limits_m\sigma_{bm}A_{bm}y_{bm}-\sum\limits_k\sigma_{sk}A_{sk}y_{sk}-\sum\limits_l\sigma_{sl}A_{sl}y_{sl},\end{cases} \tag{2}$$

где σ_{bn},σ_{bm} – напряжения в дискретных участках основной и дополнительной частях бетонного сечения соответственно; σ_{sk},σ_{sl} – напряжения в

стержнях основной и дополнительной арматуры соответственно; A_{bn}, A_{bm} – площади элементарных участков бетонного сечения; A_{sk}, A_{sl} – площади поперечного сечения стальной арматуры; $x_{bn}, x_{bm}, x_{sk}, x_{sl}, y_{bn}, y_{bm}, y_{sk}, y_{sl}$ – координаты центров тяжестей элементарных участков бетона и арматуры; M_x, M_y, N_z – изгибающие моменты относительно осей *X* и *Y*, продольная сила растяжения/сжатия вдоль оси *Z*.

Повреждения и отколы основной части сечения учитываются исключением из расчета эквивалентных по площади элементарных площадок бетона. Уменьшение поперечного сечения отдельных стержней арматуры вследствие коррозии учитывается использованием в расчете фактической площади поперечного сечения. Учет изменения прочностных и деформационных характеристик отдельных участков сечения бетона и различных классов арматуры учитывается зависимостью (3), характерные точки диаграммы «$\sigma_m - \varepsilon_m$» определяются по результатам обследования:

$$\sigma_m = E_m \nu_m \varepsilon_m, \qquad (3)$$

где *m* – индекс материала (*m* = *b, bt* – для бетона при сжатии и растяжении; *m* = *s* – для арматуры); E_m – начальный модуль упругости; $E_m \nu_m$ – секущий модуль деформации; ν_m – коэффициент изменения секущего модуля, зависящий от уровня напряжений и деформаций и определяемый по формулам работы [3].

В нормальном сечении усиленного железобетонного элемента усадка бетона усиливающей части сдерживается арматурой усиления и самим железобетонным элементом, в результате чего и в арматуре, и в усиливаемом элементе уже в процессе усиления возникают дополнительные напряжения. Практический опыт усиления железобетонных элементов наращиванием сечения показывает, что при малых значениях соотношений площадей основной и дополнительной частей усиливаемой конструкции возможно появление усадочных трещин, пронизывающих все сечение дополнительного бетона.

Параметры в формуле (3) могут быть модифицированы с учетом таких факторов, как влияние градиента деформации по высоте сечения изгибаемых элементов, режимов нагружения, деформаций ползучести и усадки бетона, нелинейного деформирования железобетона, нарушения сцепления арматуры с бетоном вследствие трещинообразования [3].

Распределение деформаций по высоте сечения при заданных усилиях определяется выражением:

$$\varepsilon_{(b,s)i} = -k_x x_{(b.s)i} - k_y y_{(b,s)i} + \varepsilon_z + \varepsilon_{i\tilde{n}\grave{o}} \qquad (4)$$

где $\varepsilon_{(b,s)i}$ – деформации в центре *i*-той элементарной площадки бетона и арматуры, $x_{(b,s)i}, y_{(b,s)i}$ – координаты центра *i*-той элементарной площадки, k_x – кривизна по оси *X*, k_y – кривизна по оси *Y*, ε_z – деформация поперечного сжатия/растяжения, $\varepsilon_{ост}$ – деформация в центре *i*-той элементарной площадки основной части до усиления.

Систему уравнений (2) с учетом выражений (3) и (4) удобно переписать следующим образом [4]:

$$\begin{cases} -k_x \sum_i E_i A_i x_i - k_y \sum_i E_i A_i y_i + \varepsilon_z \sum_i E_i A_i + \varepsilon_{i\tilde{n}\grave{o}} \sum_i E_i A_i = N \\ -k_x \sum_i E_i A_i x_i^2 - k_y \sum_i E_i A_i y_i x_i + \varepsilon_z \sum_i E_i A_i x_i + \varepsilon_{i\tilde{n}\grave{o}} \sum_i E_i A_i x_i = -M_x \\ -k_x \sum_i E_i A_i x_i y_i - k_y \sum_i E_i A_i y_i^2 + \varepsilon_z \sum_i E_i A_i y_i + \varepsilon_{i\tilde{n}\grave{o}} \sum_i E_i A_i y_i = -M_y \end{cases} \qquad (5)$$

$$\begin{cases} \varepsilon_z = \dfrac{\left(N + k_x \sum_i E_i A_i x_i + k_y \sum_i E_i A_i y_i - \varepsilon_{ост} \sum_i E_i A_i \right)}{\sum_i E_i A_i}, \\ k_x = \dfrac{\left(M_x - k_y \sum_i E_i A_i y_i x_i + \varepsilon_z \sum_i E_i A_i x_i + \varepsilon_{ост} \sum_i E_i A_i x_i \right)}{\sum_i E_i A_i x_i^2}, \\ k_y = \dfrac{\left(M_y - k_x \sum_i E_i A_i x_i y_i + \varepsilon_z \sum_i E_i A_i y_i + \varepsilon_{ост} \sum_i E_i A_i y_i \right)}{\sum_i E_i A_i y_i^2}. \end{cases} \qquad (6)$$

Правые части уравнений системы (6) вычисляются относительно предыдущих приближений деформаций ($k-1$ шаг итерации), левые – новые значения (k -ый шаг).

При определении несущей способности усиленного элемента процесс нагружения разбивают на отдельные этапы. В качестве способа организации нелинейного вычислительного процесса в пределах этапа принят метод «секущих» модулей упругости [2, 4]. Если прочность по нормальному сечению обеспечена, то заданным внешним силам N_z, M_x, M_y и принятым размерам сечения отвечает вполне определенный вектор деформаций $\{\varepsilon_z, k_x, k_y\}$. Максимальное усилие от внешней нагрузки, при котором выполняются условия равновесия (2), соответствует несущей способности усиленного элемента. Если прочность по нормальному сечению не обеспечена, то заданные внешние силы вызывают неограниченный рост деформаций, т.е. разрушение.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Коваленко Г.В, Меньщикова Н.С., Калаш О.А. Нелинейная модель напряженно-деформированного состояния применительно к оценке надежности железобетонных конструкций заводского изготовления // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – ИрГУПС. – 2007. – № 4(16). – С. 52–56.
2. Коваленко Г.В, Меньщикова Н.С. Анализ результатов компьютерного моделирования напряженно-деформированного состояния железобетонных балок со смешанным армированием и оценка их надежности на основе нелинейно-деформационной модели // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – ИрГУПС. – 2009. – № 4(24). – С. 93–97.
3. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
4. Меньщикова Н.С., Дудина И.В. Реализация программы расчета конструкций со смешанным армированием на основе деформационной модели // Проблемы инновационного биосферно-совместимого социально-экономического развития в строительном, жилищно-коммунальном и дорожном комплексах: материалы 1-й междунар. науч.-практ. конф. – Т. 1. БГИТА. – Брянск, 2009. – С. 232–236.

УДК 621.791.13

Колмаков Владимир Петрович,
начальник научно-диагностического центра ОАО «Ангарская нефтехимическая компания», тел.: 8(3955)57-61-93,
Гречнева Мария Васильевна,
к.т.н., профессор кафедры «Машиностроительные технологии и метериалы», ИрГТУ, тел.: 89149080621

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕРМЕТИЧНОГО СОЕДИНЕНИЯ ТРУБА – РЕШЕТКА ВЫПОЛНЕННОГО СВАРКОЙ ВЗРЫВОМ

V.P. Kolmakov, M.V. Grechneva

RESEARCH OF QUALITY OF ASSEMBLAGE OF ONE-PIECE CONNECTION (PIPE - PIPE GRATE) BY ENERGY OF ELECTRIC EXPLOSION OF CONDUCTOR

Аннотация. *Исследованы технологические и конструктивные параметры, обеспечивающие образование неразъемного соединения труба-решетка энергией электрического взрыва проводника. Предложена комбинированная обработка отверстий в трубной решетке как наиболее эффективная для данного вида соединений.*

Ключевые слова: *неразъемное соединение, труба-трубная решетка, энергия электрического взрыва проводника.*

Abstract. *The technological and design parameters providing formation of one-piece connection (pipe-grate) by energy of electric explosion of conductor are investigated. The combined processing of holes in a pipe lattice is offered as the most effective method for the given kind of connections.*

Keywords: *one-piece connection, a pipe - pipe grate, energy of electric explosion of conductor.*

Надежность теплообменной аппаратуры, работающей при повышенных давлениях и температурах, циклических нагрузках и наличии агрессивных сред, в значительной степени определяется качеством неразъемного соединения труба-трубная решетка, которое должно обладать необходимой прочностью, герметичностью и коррозионной стойкостью. Для всех типов теплообменной аппаратуры соединение труб с трубными решетками производят в основном путем размещения труб в отверстиях трубной решетки и их закрепления одним из известных (общепринятых) способов – развальцовкой, пайкой, сваркой или их комбинациями (сварка-вальцовка, сварка-пайка и др.).

Основным недостатком крепления труб в трубных решетках методом развальцовки является нарушение плотности соединения при транспортировке, монтаже и в процессе эксплуатации. Отказы по этой причине в начальный период составляют 30%. Замена вальцовки сваркой повышает

надежность соединений труба-решетка. Однако при наличии зазора между трубой и решеткой все нагрузки, воспринимаемые трубой в процессе эксплуатации, вызываемые типовым расширением трубы, ее вибрацией, передаются непосредственно на шов, что может вызывать его разрушение.

Инструмент и оснастка, используемые для этих целей, весьма специфичны и не относятся к продукции общего технического назначения. Каждый из способов крепления труб в трубных решетках, в том числе и с применением сварки, не лишен недостатков. Поэтому для повышения качества неразъемного соединения требуется совершенствование способа сборки. Установлено [3], что при этом способ сборки должен обладать простотой и обеспечивать высокую надёжность соединения. Одним из перспективных способов сборки неразъемных соединений труба-трубная решетка является сборка энергией электрического взрыва проводника (ЭВП). Применение сборки этим способом позволяет:

1. За одну операцию выполнить сварку и вальцовку соединения.

2. Использовать широкий интервал комбинаций свариваемых материалов и сплавов.

3. Получать участок неразъёмного соединения, равным нескольким толщинам стенки трубы.

4. Обеспечить более прочное и надежное соединение труб с трубной решеткой, чем общепринятые способы соединения, включая обычную сварку.

В основе такого способа лежит взрыв металлической проволочки в жидкости при пропускании через нее импульсного разряда тока.

Соединение трубы с трубной решеткой с помощью сборки энергией ЭВП исследовалось для угловой и параллельной схем сборки трубы с решеткой [1]. Угловая схема (разделка отверстий трубной решетки под определенным углом α) характеризуется узким интервалом граничных значений параметров соударения для каждого исходного угла α. Изменение этих параметров по длине конусной разделки обусловливает нестационарность процесса и тем самым определяет длину участков сцепления соединяемых деталей. Для повышения качества соединения труба-решетка авторами предложена комбинированная разделка отверстий трубной решетки с углами 3° и 12°, приведенная на рис. 1 [2].

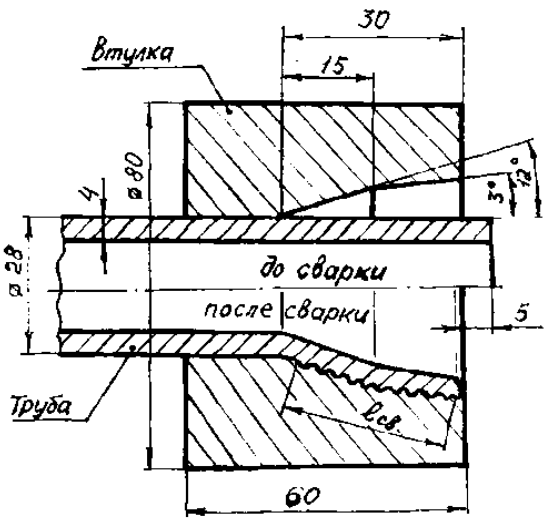


Рис. 1. Исследуемое неразъемное соединение

Для применения этого типа соединения потребовалось:

1. Установить оптимальные параметры сборки.

2. Исследовать микро- и макроструктуры соединения.

3. Исследовать изменение механических свойств зон контакта соединения труба-трубная решетка.

На рис. 2 представлена схема процесса сборки неразъемного соединения труба-решетка при применении ЭВП.

В качестве основных параметров технологического процесса сборки неразъемного соединения с применением ЭВП приняты: скорость метания стенки трубы ($V_м$), динамический угол встречи (γ) и скорость точки контакта ($V_{тк}$). Для определения этих параметров разработана методика исследования, основанная на применении скоростной фоторегистрации (СФР) в режиме лупы времени процесса раздачи трубы [1].

Методика использована при исследовании неразъемных соединений, в которых труба диаметром 28х4 мм выполнена из материала АД1 и трубная решетка (втулка) из материала АМг5, характеристики которых представлены в таблице 1.

При проведении экспериментальных исследований использовались модернизированная установка «Молния – 5М» и промышленные патроны конструкции ПКБ электрогидравлики калибра 20 мм с зарядным напряжением 50 кВ, емкостью конденсаторов 18 мкФ.

Таблица 1

Характеристики соединяемых материалов

Материалы	Твердость, кгс/мм^2	Плотность, ТН/м^3	Температура плавления, °С	Прочность на растяжение, кгс/мм^2
АД1	8-10	2,7	658,7	8-15
АМг5	28-30	2,65	635	27

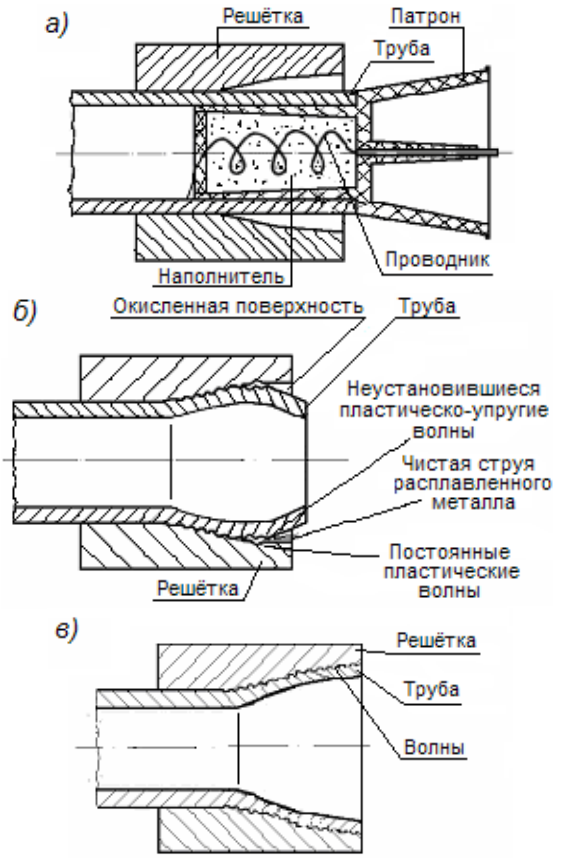


Рис. 2. Схема процесса сборки энергией ЭВП неразъемного соединения труба-решетка: а) подготовка к сборке, б) процесс образования неразъемного соединения, в) неразъемное соединение

На рис. 3 приведены зависимости изменения технологических параметров сборки неразъемного соединения, выполненного из указанных материалов при разных углах разделки отверстий в трубной решетке: скорости соударения, скорости точки контакта и динамического угла встречи. Полученные зависимости показывают общие для всех вариантов разделки отверстий повышение скорости и угла соударения и повышение скорости точки контакта в начале зоны сопряжения неразъемного соединения. Особенностью соединения с комбинированной разделкой является более равномерное распределение скорости точки контакта и угла соударения при образовании сопряжения.

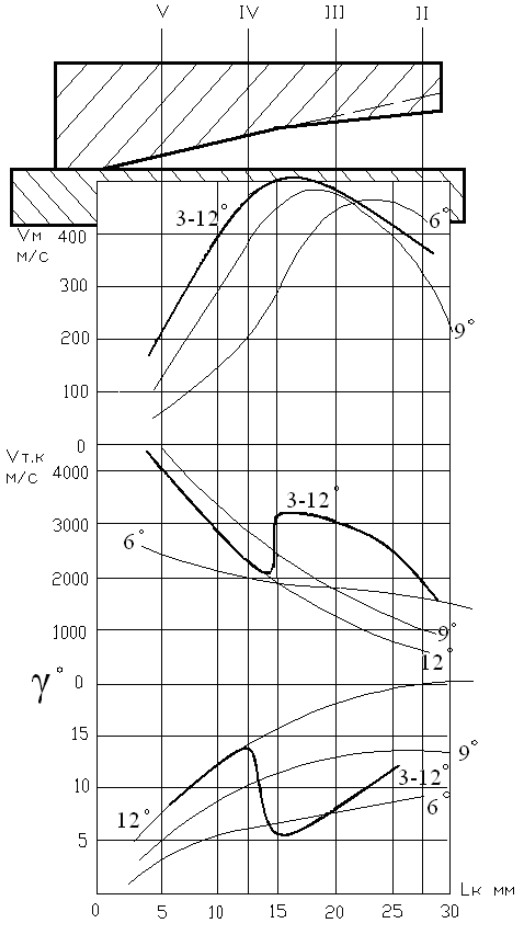


Рис. 3. Зависимость технологических параметров сборки от углов разделки отверстия трубной решетки. V_M – скорость метания стенки; $V_{T.K.}$ – скорость точки контакта; γ – динамический угол встречи; $L_к$ – длина разделки

При разработке технологии сборки неразъемного соединения энергией электрического взрыва проводника потребовалось определение нижней (НГ) и верхней (ВГ) границ существования герметичного соединения металлов. При этом нижняя граница (НГ) для пары АД1 + АМ$_г$ 5 определена по формуле:

$$\gamma = \sqrt{\frac{\sigma_в}{\rho \cdot V_k^2}},$$

где $\sigma_в$ – временное сопротивление материала;

ρ – плотность металла.

Верхняя граница(ВГ) определена по формуле [1]:

$$\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \le 14.7 \cdot V_k \cdot \frac{\sqrt[-5]{T_{пл} \cdot \lambda \cdot \xi^{\frac{1}{2}}}}{f \cdot \delta^{\frac{1}{2}}},$$

где $\xi = 0.5 + 0.66\left(\rho \cdot V_k^2 / G\right)$; G – модуль сдвига материала, для практических вычислений в первом приближении можно принять ξ =1;

$T_{пл}$ – температура плавления (658,7 °С);

λ – теплопроводность (0,222 кал/г град.);

f – температуропроводность (1 см^2/с);

δ – толщина метаемой пластины (3-4 мм).

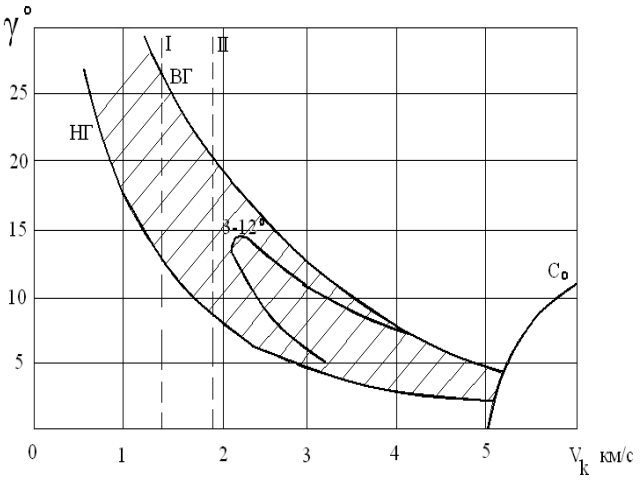


Рис. 4. Граничные условия существования соединения металлов

Как следует из проведённых исследований, при косом соударении тел качество герметичного неразъемного соединения в значительной степени определяется сочетанием динамического угла встречи γ и скоростью точки контакта $V_{тк}$.

Как следует из рис. 4, кривая режимов соударения, полученная экспериментальным путем для значений α=3÷12°, попала в заштрихованную область, в которой обеспечивается высокое качество неразъемных соединений.

При проведении металлографических исследований неразъемных соединений установлено наличие характерных зон, расположение которых представлено на рис. 5.

При наличии одноконусной разделки отверстия трубной решетки, зоны I и IV имеют зазоры между трубой и трубной решеткой, которые при замерах на шлифах с помощью микроскопа составляют 0,1-0,4 мм. Зоны II и III имеют поверхности с волнами, длина и амплитуда которых нарастает в направлении движения от зоны III к зоне II. С изменением угла конуса изменяется положение и протяженность волнообразного участка.

При сборке соединения с комбинированной разделкой отверстия трубной решетки наличие волн отмечается на участке I-IV, амплитуда которых незначительно изменяется на всей ее длине и превышает в 2-3 раза длину такого участка при одноконусной разделке отверстия.

Такая форма контакта трубы с трубной решеткой существенно увеличивает прочность и герметичность неразъемного соединения.

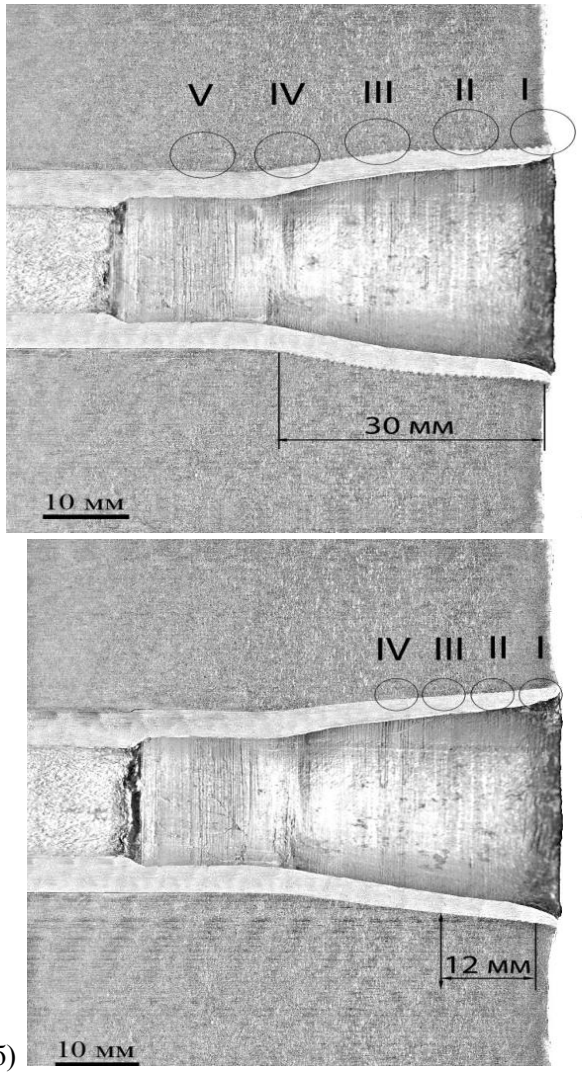


Рис. 5. Макрошлифы неразъемных соединений: а – с одноконусной разделкой отверстия решетки; б – с комбинированной разделкой отверстия решетки

Представленные на рис. 7 результаты измерения твердости материалов неразъемного соединения показывают незначительные изменения их твердости вдоль линии контакта относительно исходных значений.

Результаты замеров микротвердости, произведенных с помощью ПТМ-3 перпендикулярно линии контакта двух материалов в зоне с максимальными параметрами волн с интервалом 0,2 мм

для соединения с комбинированной разделкой, приведены на рис. 8.

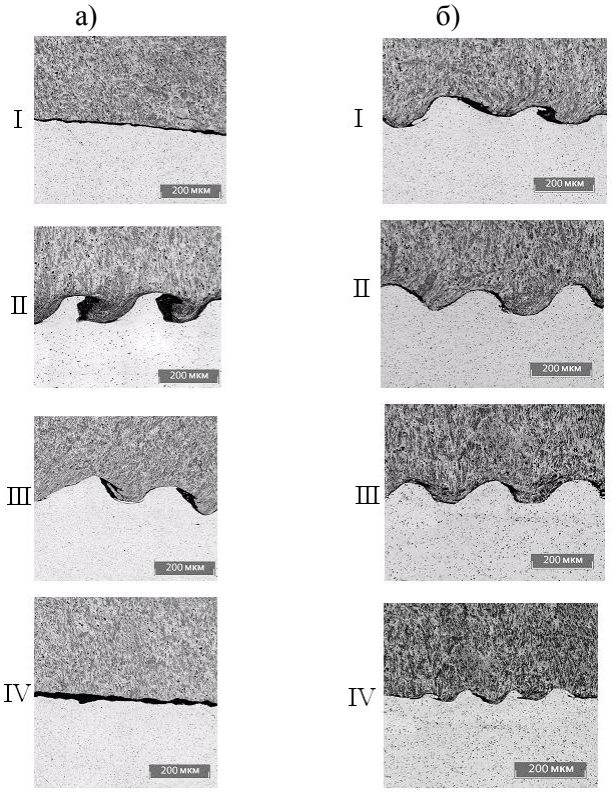


Рис. 6. Микрошлифы неразъемного соединения при увеличении 200-кратно: а – конусная разделка; б – комбинированная разделка кромок

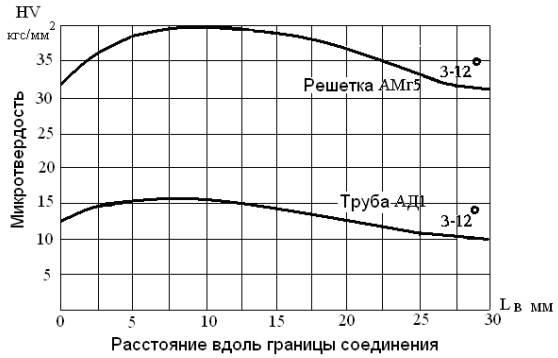


Рис. 7. Продольное распределение твердости в неразъемном соединении

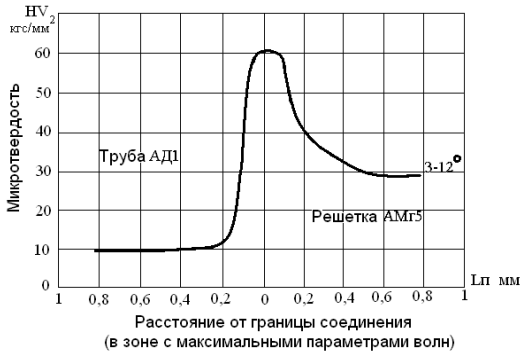


Рис. 8. Поперечное распределение твердости в неразъемном соединении

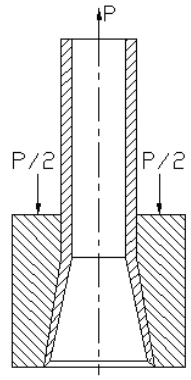


Рис. 9. Схема испытания неразъемного соединения на растяжение

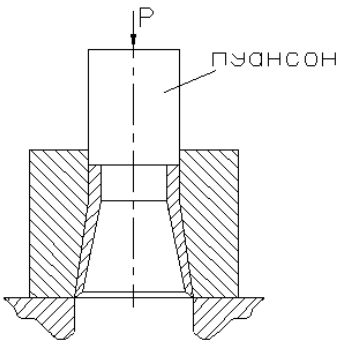


Рис. 10. Схема испытания неразъемного соединения на сжатие

В зоне контакта имеет место значительное упрочнение металлов на наружной поверхности труб и внутренней поверхности отверстия решетки. Эта зона по толщине невелика. Металлы основной части трубы и трубной решетки сохранили исходную твердость.

Попытки разрушить соединение труба-решетка при нагружении по схеме, представленной на рис. 9, приводят к разрушению труб за пределами решетки.

При нагружении соединения по схеме, представленной на рис. 10, нагрузкой, вызывающей напряжения в трубе, равные или выше предела текучести алюминия, приводило к появлению гофр или разрушению цилиндрической части трубы.

Последующие гидравлические испытания неразъемных соединений, полученных при сборке энергией ЭВП пробным давлением, а также циклические нагружения рабочим давлением и температурой до 250 °С, показали необходимую для обеспечения работы прочность и герметичность неразъемных соединений, полученных при сборке энергией ЭВП.

Проведенные исследования показали эффективность применения комбинированной разделки отверстий при сборке неразъемного соединения труба-трубная решетка с энергией ЭВП по отношению к известным соединениям, собираемым по традиционным технологиям.

БИБЛИГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Определение параметров соударения при сварке труб с трубными решётками электрическим взрывом проводника/ В.Г. Дмитриев, В.П. Колмаков, В.М. Кудинов – Автомат. сварка, 1981, № 9, С. 33–35.
2. Авторское свидетельство № 1269373. Способ холодной сварки труб/ В.П. Колмаков, В.Г. Дмитриев, В.Т. Платоненко и др. – 1984.
3. Способы выполнения соединения труба-решётка теплообменных аппаратов/ В. П. Колмаков, Е.М. Бузинаева, М.В. Гречнева. – В кн.: Технологическая механика материалов: сб. докл. Региональной НТК, Иркутск, изд-во ИрГТУ, 2007, С. 71–75.

УДК 531: 622.233: 622.235

Калимолдаев Максат Нурадилович,
д.ф.-м.н., профессор, директор Института проблем информатики и управления МОН Республики Казахстан, e-mail: mnk@ipic.kz
Айдосов Галым Алаярбекович,
д.т.н., профессор Казахской Академии транспорта и коммуникации им. Тынышпаева, e-mail: mnk@ipic.kz
Тойбаев Серикбай Несипбекович,
к.т.н., доцент Алматинского технологического университета, e-mail: toibaevsn@mail.ru

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИНТЕНСИВНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ В НЕЛИНЕЙНО-СЖИМАЕМОЙ ПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

M.N. Kalimoldayev, G.A. Aidossov, S.N. Toibaev

DISTRIBUTION OF AN INTENSIVE SPHERICAL WAVE IN A NONLINEAR -COMPRESSIBLE PLASTIC MEDIUM

Аннотация. Рассмотрена задача о распространении интенсивной сферической взрывной волны в грунте под действием приложенной к границе каверны монотонно убывающей нагрузки высокой интенсивности, которая возникает в ближней зоне взрыва вследствие газо- и термодинамических процессов. На основе полученных аналитических формул проведены расчеты параметров среды на фронте ударной волны на ЭВМ и сопоставлены напряжения, массовые скорости пластической и упругопластической сред при малых и конечных деформациях.

Ключевые слова: *сферическая взрывная волна, нагрузка, газо- и термодинамические процессы, фронт ударной волны, напряжение, массовые скорости, пластическая среда, упругопластическая среда.*

Abstract. *The problem of propagation of an intensive spherical blast wave in the soil under the applied to the boundary of the cavity of a monotonically decreasing the load of high intensity, which arises in the near zone of explosion due to gas and thermodynamic processes. On the basis of analytical formulas calculated the parameters of the medium at the front a shock wave on the computer and compares the stress, the mass speeds of the plastic and elastic-plastic media at small and finite deformations.*

Keywords: *spherical blast wave, load, gas and thermodynamic processes, front a shock wave, stress, mass speeds, plastic media, elastic-plastic media.*

Рассматривается задача о распространении интенсивной сферической взрывной волны в грунте под действием приложенной к границе каверны с первоначальным радиусом r_0 монотонно убывающей нагрузки $\sigma_0(t)$ высокой интенсивности, которая возникает в ближней зоне взрыва вследствие газо- и термодинамических процессов. Грунт при уровне напряжений в несколько килобар моделируется либо «пластическим газом» [1], либо упругопластической средой с жесткой характеристикой разгрузки с учетом необратимых процессов

и конечных деформаций. При изучении конечных упругопластических деформаций грунта, в отличие от [1-8], используется деформационная теория [9] с обобщенными определяющими функциями $\sigma = \sigma(\varepsilon)$, $\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i)$, где $\varepsilon, \varepsilon_i, \sigma, \sigma_i$ – первые и вторые инварианты тензоров деформаций и напряжений. Причем необратимый процесс разгружения среды по интенсивности напряжений σ_i согласно [10], принимается зависящим только от ε_i по линейному закону с модулем Юнга E_i. Кроме того, рассмотрен случай, когда $\sigma_i = \sigma_i(\sigma)$.

Функции $\sigma(\varepsilon)$ и $\sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i)$ в процессе нагружения среды представляются в виде [10]

$$\sigma(\varepsilon) = (\alpha_1 - \alpha_2\varepsilon)\varepsilon, \quad \sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i) = \sigma_i^H(\varepsilon_i) - \\ - \frac{(\sigma(\varepsilon) + 25)}{15}[\sigma_i^b(\varepsilon_i) - \sigma_i^H(\varepsilon_i)], \quad (1)$$

при $\varepsilon < 0$,

$$\sigma(\varepsilon) = (\alpha_1 + \alpha_2\varepsilon)\varepsilon, \quad \sigma_i(\varepsilon, \varepsilon_i) = \sigma_i^H(\varepsilon_i) + \\ - \frac{(\sigma(\varepsilon) + 25)}{15}[\sigma_i^b(\varepsilon_i) - \sigma_i^H(\varepsilon_i)] \quad (2)$$

при $\varepsilon > 0$,

$$\sigma_i^b(\varepsilon_i) = \frac{(\varepsilon_i - 0{,}03)}{0{,}02}\frac{(\varepsilon_i - 0{,}04)}{0{,}03} \cdot 20{,}04 - \\ - \frac{(\varepsilon_i - 0{,}01)}{0{,}02}\frac{(\varepsilon_i - 0{,}04)}{0{,}01} \cdot 27{,}18 + \\ + \frac{(\varepsilon_i - 0{,}01)}{0{,}03}\frac{(\varepsilon_i - 0{,}03)}{0{,}01} \cdot 28{,}54 \quad (3)$$

$$\sigma_i^H(\varepsilon_i) = \frac{(\varepsilon_i - 0{,}03)}{0{,}02}\frac{(\varepsilon_i - 0{,}04)}{0{,}03} \cdot 12{,}84 - \\ - \frac{(\varepsilon_i - 0{,}01)}{0{,}02}\frac{(\varepsilon_i - 0{,}04)}{0{,}01} \cdot 17{,}23 + \\ + \frac{(\varepsilon_i - 0{,}01)}{0{,}03}\frac{(\varepsilon_i - 0{,}03)}{0{,}01} \cdot 18{,}84$$

при $0{,}01 \le \varepsilon_i \le 0{,}03$,

$$\sigma_i^b(\varepsilon_i) = 27{,}69 + 170{,}2108(\varepsilon_i - 0{,}033) \\ \sigma_i^H(\varepsilon_i) = 17{,}7 + 170{,}2108(\varepsilon_i - 0{,}033) \quad (4)$$

при $\varepsilon_i > 0{,}033$,

где α_1, α_2 – заданные положительные постоянные коэффициенты.

Для решения задачи применяется аналитический подход, который отличается от используемых в работах [1, 9] методов и позволяет свести задачу к решению интегродифференциального уравнения относительно скорости фронта ударной волны $\dot{R}(t)$. Решение задачи построено для заданной произвольно убывающей нагрузки $\sigma_0(t)$.

На основе получаемых аналитических формул проводятся расчеты параметров среды на фронте ударной волны (УВ) на ЭВМ и сопоставления напряжений, массовой скорости пластической и упругопластической сред при малых и конечных деформациях, а также при $\varepsilon^*(r) = \varepsilon_0^*$.

Пусть на первоначальную границу сферической каверны $r = r_0$ приложена интенсивная, монотонно убывающая нагрузка $\sigma_0(t)$.

В случае рассмотрения задачи в рамках модели «пластического газа» при выполнении первого уравнения (1) с учетом $\sigma(\varepsilon) = \sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{\varphi\varphi} = P$, $\varepsilon(1 - \rho_0/\rho) > 0$, ($P$ – давление, ρ_0 – начальная плотность среды) в грунте будет распространяться сферическая УВ $r = R(t)$, на фронте которой грунт мгновенно нагружается нелинейным образом, а за ним в области возмущения происходит необратимая жесткая разгрузка среды, и деформация ε зависит только от координаты r и не зависит от времени, т.е. $\varepsilon = \varepsilon^*(r)$.

Уравнения движения, неразрывности, состояния среды, соотношения на фронте $r = R(t)$ и граничное условие (начальные условия нулевые) в переменных Лагранжа имеют вид [9]

$$\rho_0 \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\left(\frac{r+u}{r}\right)^2 \frac{\partial P}{\partial R}, \quad \frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial t}(r+u)^3 = \frac{\rho_0}{\rho} r^2, \\ \varepsilon = 1 - \frac{\rho_0}{\rho} = \varepsilon^*(r) > 0, \quad (5)$$

$$\dot{u}^*(t) = \dot{R}(t)\varepsilon^*, \; P^* = \rho_0 \dot{u}^*(t)\dot{R}(t), \\ P^* = \alpha_1\varepsilon^* + \alpha_2\varepsilon^{*2}, \; \left(\dot{R}(t) = \frac{\partial R}{\partial t}\right) \quad (6)$$

при $r = R(t)$,

$$P(r,t) = \sigma_0(t), \text{ при } r = r_0, \; t \ge 0, \quad (7)$$

где u – перемещение, ρ – плотность, P – давление; параметры среды, относящиеся к фронте, обозначены сверху звездочкой.

Подставляя третье уравнение (5) во второе и интегрируя по r, получим

$$u(r,t) = \left\{3\int_{r_0}^{r}[1 - \varepsilon^*(r)]r^2 dr + c(t)\right\}^{1/3} - r. \quad (8)$$

Интегрирование первого уравнения (5) по r от $r = r_0$ до $r = R(t)$ с учетом (7) и (8) дает

$$P^*(t)-\sigma_0(t)=$$

$$\rho_0\left\{\frac{2}{9}\left[\dot{c}(t)\right]^2\int_{r_0}^{R(t)}r^2\left\{3\int_{r_0}^{r}\left[1-\varepsilon(r)\right]r^2dr+c(t)\right\}^{-\frac{7}{3}}dr-\right. \quad (9)$$

$$\left.-\frac{\ddot{c}(t)}{3}\int_{r_0}^{R(T)}r^2\left\{3\int[1-\varepsilon^*(r)]r^2dr+c(t)\right\}^{-\frac{4}{3}}dr\right\},$$

где штрих сверху означает производную по аргументу.

Учитывая, что на фронте волны $r=R(t)$ перемещение $u(r,t)\equiv 0$, из (8) имеем

$$c(t)=R^3(t)-3\int_{r_0}^{R(t)}[1-\varepsilon^*(r)]r^2dr. \quad (10)$$

Тогда (9) с учетом (10) принимает вид

$$\frac{d\dot{R}(t)}{dt}=$$

$$=\frac{\{-\frac{P^*(t)-\sigma_0(t)}{\rho_0}+2R^4(t)\dot{R}(t)\varepsilon^{*2}(t)*}{R^2(t)(\varepsilon^*(t)+\dot{R}(t)\frac{\partial\varepsilon^*}{\partial\dot{R}})\int_{r_0}^{R(t)}r^2\{R^3(t)-}$$

$$\frac{*\int_{r_0}^{R(t)}r^2\{R^3(t)-3\int_{r_0}^{R(t)}[1-\varepsilon^*(r)]r^2dr\}^{-7/3}dr}{-3\int_{r_0}^{R(t)}[1-\varepsilon^*(r)]r^2dr\}^{-4/3}dr}-$$

$$-\frac{2R(t)\dot{R}^2(t)\varepsilon^*(t)\int_{r_0}^{R(t)}r^2\{R^3(t)-3\int_{r_0}^{R(t)}[1-}{R^2(t)(\varepsilon^*(t)+\dot{R}(t)\frac{\partial\varepsilon^*}{\partial\dot{R}})\int_{r_0}^{R(t)}r^2\{R^3(t)-}$$

$$\frac{-\varepsilon^*(r)]r^2dr\}^{-4/3}dr}{-3\int_{r_0}^{R(t)}[1-\varepsilon^*(r)]r^2dr\}^{-4/3}dr}. \quad (11)$$

Из (6) после некоторых преобразований имеем

$$\varepsilon^*(t)=\frac{1}{\alpha_2}[\rho_0\dot{R}^2(t)-\alpha_1]. \quad (12)$$

Для того, чтобы подставить (12) в правую часть (11), вместо подынтегральной функции $\varepsilon^*(t)$, поверхность сферической волны $r=R(t)$ в первом приближении представляется уравнением

$$r=R(t)\approx r_0+\dot{R}(0)t. \quad (13)$$

Справедливость данного приближения (13) подтверждена в [11] расчетами аналогичной задачи в случае малой деформации грунта и результатами предлагаемой работы.

Кроме того, при необходимости выражение (13) может быть уточнено с помощью метода последовательных приближений.

Таким образом, из (11) с учетом третьего уравнения (6), (12), (13) и считая, что $\varepsilon^*(r_0+\dot{R}(0)t)=\varepsilon^*(t)$, получим интегро-дифференциальное уравнение вида

$$\frac{d\dot{R}(t)}{dt}=$$

$$=\frac{\{-\frac{\alpha_1\varepsilon^*(t)+\alpha_2\varepsilon^{*2}(t)-\sigma_0(t)}{\rho_0}+}{R^2(t)(\varepsilon^*(t)+\dot{R}(t)\frac{\partial\varepsilon^*}{\partial\dot{R}})\int_{r_0}^{R(t)}r^2\{R^3(t)-}$$

$$\frac{2R^4(t)\dot{R}(t)\varepsilon^{*2}(t)\int_{r_0}^{R(t)}r^2\{R^3(t)-3\dot{R}(0)*}{-3\dot{R}(0)\int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)}[1-\varepsilon^*(t)](r_0+}$$

$$\frac{*\int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)}[1-\varepsilon^*(t)](r_0+\dot{R}(0)t)^2dt\}^{-7/3}dr}{+\dot{R}(0)t)^2dt\}^{-4/3}dr}-$$

$$-\frac{2R(t)\dot{R}^2(t)\varepsilon^*(t)\int_{r_0}^{R(t)}r^2\{R^3(t)-}{R^2(t)(\varepsilon^*(t)+\dot{R}(t)\frac{\partial\varepsilon^*}{\partial\dot{R}})\int_{r_0}^{R(t)}r^2\{R^3(t)-}$$

$$\frac{-3\dot{R}(0)\int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)}[1-\varepsilon^*(t)](r_0+}{-3\dot{R}(0)\int_{(r-r_0)/\dot{R}(0)}^{(R(t)-r_0)/\dot{R}(0)}[1-\varepsilon^*(t)](r_0+} \quad (14)$$

$$\frac{+\dot{R}(0)t)^2dt\}^{-4/3}dr}{+\dot{R}(0)t)^2dt\}^{-4/3}dr}.$$

Уравнение (14) решается численно на ЭВМ методом Кутта–Мерсона при выполнении начальных условий

$$R(0) = r_0,\ \dot{R}(0) = \dot{R}_0,$$

где $\dot{R}_0$ определяется из соотношения (6) с учетом (7) при $t = 0$.

Если предположить в (6) α_2, что соответствует распространению в грунте сферической волны с постоянной скоростью $\dot{R}(t) = a_0 = \sqrt{\alpha_1 / \rho_0}$, то из (9) после некоторых преобразований имеем интегродифференциальное уравнение относительно $\varepsilon^*(t)$, которое также решается численно.

В случае $\varepsilon^*(t) = \varepsilon_0^* = const$ уравнение (11), в отличие от предыдущего случая, вырождается в обыкновенное дифференциальное уравнение.

После вычисления координаты $R(t)$ и скорости $\dot{R}(t)$ фронта волны в зависимости от времени t, из соотношений (6) определяются $\dot{u}^*(t)$, $\varepsilon^*(t)$ и $P^*(t)$ на фронте сферической ударной волны. Далее с использованием (8) и (10) находится перемещение $u(r,t)$, а с учетом первого уравнения (5) – давление $P(r,t)$ среды в области возмущения.

Аналогичные исследования проведены в случае, когда уравнение состояния среды при нагружении представляется в виде полинома четвертой степени относительно $\varepsilon^*(t)$.

БИБЛИГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рахматуллин Х.А., Степанова Л.И. О распространении ударной волны взрыва в грунтах. //Вопросы теории разрушения пород действием взрыва. – М.: Издательство АН СССР, 1958.
2. Лунц Я.Л. Распространение сферических упругопластических волн //ПММ, Т. 13, № 1.
3. Зволинский Н.В. Об излучении упругой волны при сферическом взрыве в грунте //ПММ, 1960, – Т. 24, № 1.
4. Григорян С.С., Пачевский Я.А. О действии сильного подземного взрыва в плотной горной породе //ДАН СССР. – 1973, – Т. 212, № 2.
5. Механический эффект подземного взрыва //под ред. М.А. Садовского. – М., 1971.
6. Коротков П.Ф., Просвирнина Б.М. Численное исследование взрыва в упругопластической среде и некоторые вопросы моделирования //ДАН СССР, 1976, – Т.228, № 1.
7. Якупов Р.Г. Сферическая взрывная волна в грунтах //ФГВ, 1976, Т.12, № 5.
8. Сагомонян А.Н., Гарбер П.М. Взрыв сферического слоя заряда в пластически сжимаемой среде //Вестник МГУ. Серия 1. Математика и механика, 1974. № 3.
9. Рахматуллин Х.А., Сагомонян А.Я., Алексеев Н.А. Вопросы Динамики грунтов. – М.: Изд-во МГУ, 1964.
10. Ломизе Г.М., Крыжановский А.Л., Петрянин В.Ф. Исследование закономерностей развития напряженно-деформированного состояния песчаного основания при плоской деформации //Основания, фундаменты и механика грунтов, 1972, № 1.
11. Атабаев К., Абдужалилов Ш.Г., Тураев Н.М. О распространении одномерных волн в среде с нелинейной разгрузкой //ДАН Уз.ССР. – 1988, – № 9.
12. Броуд Г.Л. Расчеты взрывов на ЭВМ. Подземные взрывы. – М.: Изд-во МИР, 1975.

УДК 624.046.5

Дудина Ирина Васильевна,
к.т.н., доцент каф. «Строительные конструкции», Братский государственный университет
тел.: 8(3953)32-53-50, 8(3953)37-93-05
Чевская Елена Альбертовна,
к.т.н., доцент каф. «Строительные конструкции», Братский государственный университет
тел.: 8(3953)33-84-83, e-mail: chevskay_e@mail.ru
Жердева Светлана Александровна,
ассистент каф. «Строительные конструкции», Братский государственный университет
тел.: 8(3953)33-84-83, e-mail: magfmp@mail.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ПО РАЗНЫМ РАСЧЕТНЫМ МОДЕЛЯМ

I.V. Dudina, E.A. Chevskaya, S.A. Zherdeva

INVESTIGATION OF THE STRESS-STRAIN STATE OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES IN DIFFERENT COMPUTATIONAL MODELS

Аннотация. *Проведен анализ целесообразности оценки напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций, испытывающих сложное напряженное состояние по деформационной модели, позволяющей выполнять расчет с учетом физической и геометрической нелинейности конструктивных железобетонных систем в целом и их отдельных элементов. Приведены результаты исследования по разным методикам расчета, которые согласуются с экспериментальными данными.*

Ключевые слова: *сложное напряженное состояние, нелинейно-деформационная модель, адекватность расчетной модели.*

Abstract. *The analysis of the feasibility evaluation of the stress-strain state of reinforced concrete structures that undergo a complex stress state on deformation model, which allows to perform the calculation, taking into account physical and geometric nonlinearity of structural concrete systems in general and their individual elements. The results of studies on different methods of calculation are consistent with experimental data.*

Keywords: *complex stress state, nonlinear deformation model, the adequacy of the computational model.*

В практике строительства как в нашей стране, так и за рубежом доминирующее положение занимает железобетон. В России в 50-60-е гг. XX века была создана высокотехнологическая промышленность сборного железобетона с производительностью до $200\ млн\,м^3/год$, а наибольшее развитие и использование получил сборный железобетон. Поэтому с уверенностью можно утверждать, что сборный железобетон сохранит доминирующее положение в массовом строительстве жилых, промышленных и общественных зданий, а также в изготовлении несущих элементов. Однако сложность конструктивных форм и размеры зданий и сооружений с каждым годом растут, и соответственно повышается ответственность несущих конструкций, разрушение которых может приводить к большим потерям. Поэтому основной задачей для обеспечения надежности и рационального использования материалов в железобетонных конструкциях является выбор их оптимальной расчетной (математической) модели, на которую непосредственно влияют специфические особенности железобетона как упруго-пластического материала.

В настоящее время статические и конструктивные расчеты железобетонных конструкций, заложенные в действующих нормах проектирования, основаны на упрощенных подходах, рассматривающих конструкции с использованием линейно-упругих или простейших нелинейных законов

деформирования материалов, а также с большим количеством эмпирических зависимостей и коэффициентов. Это далеко не в полной мере отражает реальное поведение железобетонного элемента под нагрузкой. Поэтому важно для более точной оценки напряженно-деформированного состояния конструкций учитывать физическую нелинейность материалов, т.е. их реальное поведение под нагрузкой.

Таким образом, на сегодняшний день недостаточное развитие методов расчета конструкций существенно ограничивает возможности рационального проектирования зданий и сооружений.

С введением в действие новых нормативных документов (СНиП 52-01-2003, СП 52-101-2003) к расчетным методикам добавлена нелинейно-деформационная модель, которая позволяет выполнять расчет с учетом физической и геометрической нелинейности конструктивных железобетонных систем в целом и их отдельных элементов по прочности, устойчивости, деформативности и трещиностойкости. При этом деформационная модель позволяет на единой методологической основе производить расчет железобетонных конструктивных систем и элементов различной конфигурации и состава, а также учитывать накопление повреждений, предысторию нагружения эксплуатируемых железобетонных конструкций.

Расчет по нелинейно-деформационной модели более рационально использовать при сложном напряженном состоянии конструкции, т.к. в настоящее время значительная часть зданий, сооружений и объектов жилого и промышленного фонда находится в изношенном состоянии.

Для адекватной оценки напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций следует правильно выбрать математическую модель работы конструкции при статическом или динамическом нагружении. Необходимо также учитывать, что железобетон – упруго-пластический материал, который обладает в стадии, близкой к разрушению, пластическими деформациями. Из теоретических и экспериментальных исследований установлено, что оценить фактическое напряженно-деформированное состояние железобетонных конструкций можно с помощью математической модели, учитывающей нелинейность характера поведения конструкции, в частности, физическую нелинейность материалов.

Согласно [1] уравнению линейной теории упругости, построенные на ее основе уравнения теории пластичности являются теоретической основой прочностного и деформационного расчета строительных конструкций, выполненных из того или иного материала. Бетон, вообще говоря, не удовлетворяет ни одному из допущений линейной теории упругости. Отсюда следует, что в основе расчета строительных конструкций, выполненных из бетона и железобетона, должна лежать общая (нелинейная) теория напряжений и деформаций.

Сущность расчета внецентренно сжатых железобетонных конструкций по нелинейно-деформационной модели заключается в следующем: сечение разбивается на n элементарных участков бетона с площадями A_{bn} и k элементарных участков арматуры с площадями A_{sk} в соответствии с рис. 1. Число участков бетона целесообразно принимать не более 100, а число участков арматуры будет равно числу стержней в сечении.

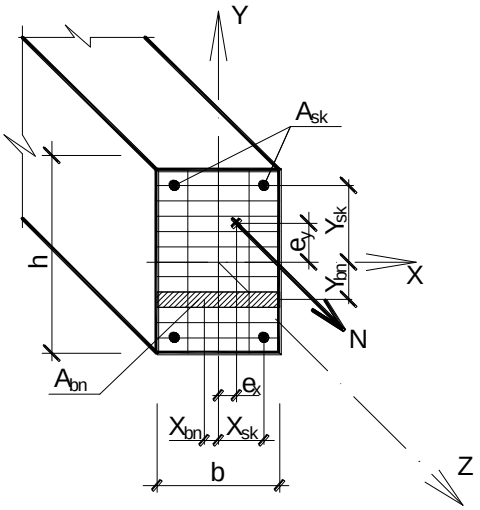


Рис. 1. Разбивка сечения внецентренно сжатого железобетонного элемента на дискретные участки при расчете по нелинейно-деформационной модели

Выбираются произвольно координатные оси. Предположим, Z – продольная ось элемента; Y – вертикальная ось, X – горизонтальная ось с положительным направлением слева направо. Целесообразно совмещать координатные оси с осями симметрии, если они имеются, для упрощения разбивки на элементарные площадки. Данный метод позволяет учитывать влияние эксцентриситетов относительно обеих осей (e_x, e_y), т.е. рассматривать косое внецентренное сжатие (косой изгиб).

При расчете по данной модели учет физической нелинейности работы конструкций производится с помощью математического описания диаграмм деформирования арматуры и бетона и применения шагово-итерационного метода, реализующего способ упругих решений. Идея метода состоит в том, что решение нелинейной задачи [1, 2] получается в виде последовательности решений линейных задач, сходящихся к результату.

Данная методика расчета внецентренно сжатых железобетонных элементов позволяет выполнять расчеты прочности, устойчивости и деформативности с использованием полных диаграмм деформирования бетона и арматуры, а также более точно оценить напряженно-деформированное состояние конструкции. Учет нелинейности при расчете внецентренно сжатых железобетонных элементов позволяет приблизить теоретические прогнозы к фактическому состоянию конструкции и выявить резервы снижения материалоемкости. Блок-схема расчета железобетонных конструкций по нелинейно-деформационной модели представлена на рис. 2.

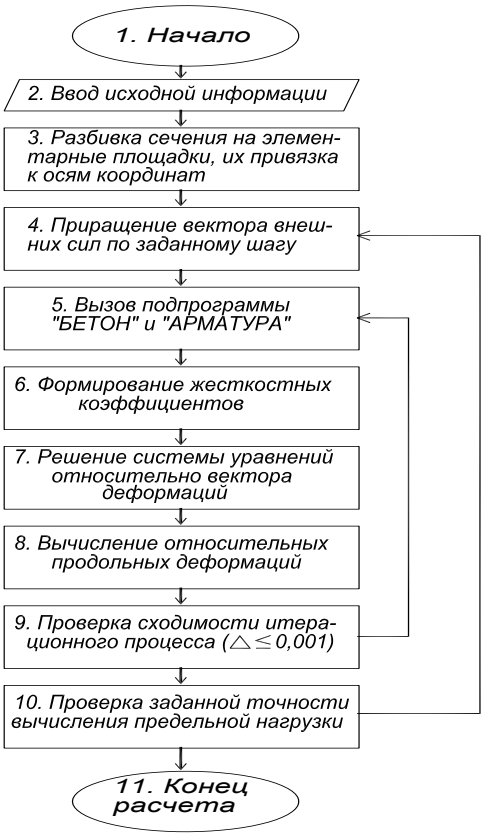


Рис. 2. Блок-схема программы расчета внецентренно сжатых железобетонных элементов по нелинейно-деформационной модели

Необходимым условием для того, чтобы достаточно точно сблизить расчетную и физическую модель исследуемых конструкций, оптимальными математическими моделями для железобетонных конструкций, в том числе, при сложном характере нагружения конструкции, являются модели, учитывающие нелинейный характер деформирования материалов под нагрузкой.

На основании выполненных теоретических и экспериментальных исследований был сделан вывод, что наиболее удовлетворительно производится аппроксимация реальных диаграмм деформирования с помощью сплайн-функций или по способу переменных секущих модулей [3]. При выполнении данного расчета, основанного на дискретной модели, для описания нелинейных зависимостей $\sigma - \varepsilon$ бетона и арматуры используется способ переменных секущих модулей по предложению Н.И. Карпенко [2]. Это дает возможность единообразно описать диаграммы деформирования материалов.

Проверка адекватности выбранной математической модели по исследованию сложного напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций осуществляется путем сопоставления экспериментальных данных с учетом их изменчивости и границ доверительного интервала, построенной для данной модели на основе вероятностного алгоритма.

Исходя из вышесказанного, вероятностные модели позволяют оценить адекватность выбранной математической модели по исследованию напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций и получить показатели надежности конструкции, по которым оценивается эксплуатационная пригодность конструкций на разных этапах жизненного цикла: стадии проектирования, изготовления и эксплуатации.

Основными критериями при оценке надежности железобетонных конструкций при косом внецентренном сжатии принимают следующие показатели:

а) начальная надежность по прочности конструкции:

$$H_0 = 0{,}5 + 0{,}5\Phi\left(\frac{N_u - N}{S_{Nu}}\right) \geq [H_0], \qquad (1)$$

где Φ – интеграл Лапласа;

N_u – предельное усилие, воспринимаемое сечением элемента;

N – расчетное усилие от нагрузок;

S_{Nu} – среднеквадратическое отклонение N_u;

$[H_0]$ – требуемый уровень начальной надежности.

б) надежность конструкции в стадии эксплуатации:

$$H_1 = 0{,}5 + 0{,}5\Phi\left(\frac{N_u - N}{\sqrt{S_{Nu}^2 + S_N^2}}\right) \geq [H_1], \qquad (2)$$

где N – действующая эксплуатационная нагрузка;

S_N – среднеквадратическое отклонение N;

[H_1] – требуемый уровень надежности в стадии эксплуатации.

в) надежность по трещиностойкости:

$$H_2 = 0{,}5 + 0{,}5\Phi\left(\frac{a_o - a}{S_a}\right) \geq [H_2], \qquad (3)$$

где a – ширина раскрытия трещин, определяемая по физической модели;

a_o – контрольное (при испытаниях) значение ширины раскрытия трещин;

S_a – среднеквадратическое отклонение величины a, которое определяется вероятностным расчетом с учетом изменчивости основных технологических параметров;

[H_2] – требуемый уровень надежности по трещиностойкости.

Важным вопросом является назначение величин H_0, H_1, H_2, определяющих материалоемкость исследуемых конструкций.

Численное значение случайной величины заранее предсказать невозможно, но, тем не менее, практически важно знать, какое из возможных численных значений и с какой вероятностью может принять случайная величина в результате случайного события.

При выполнении вероятностного расчета, связанного с оценкой начальной надежности, случайными принимаются следующие величины:

-прочностные и деформативные характеристики бетона и арматуры (R_b, E_b, R_s, E_s);

- геометрические размеры сечения колонны;

- площадь арматуры.

Коэффициенты вариации для нагрузки и геометрических параметров сечений несущих конструкций принимались из следующих соображений:

- для действующей нагрузки коэффициенты вариации задавались согласованно;

- для геометрических параметров сечения и площади арматуры коэффициенты вариации приняты на основании экспериментальных исследований, выполненных на комбинате «Братскжелезобетон».

Для статистической обработки и построения плотностей распределения прочности бетона и арматуры был использован математический пакет *Mathcad 2001 Professional*. Каждая характеристика, при своем коэффициенте вариации, разыгрывалась по *200000* раз. Для более наглядного представления о плотности распределения прочности бетона и арматуры при различных коэффициентах вариации (соответственно для бетона – $V = 10\%$, $V = 13{,}5\%$, $V = 17\%$ и арматуры – $V = 5\%$, $V = 7\%$, $V = 10\%$). Среднее значение прочности бетона составляет $\overline{R_b} = 23{,}76 МПа$, среднее значение прочности арматуры $\overline{R_s} = 440{,}58 МПа$.

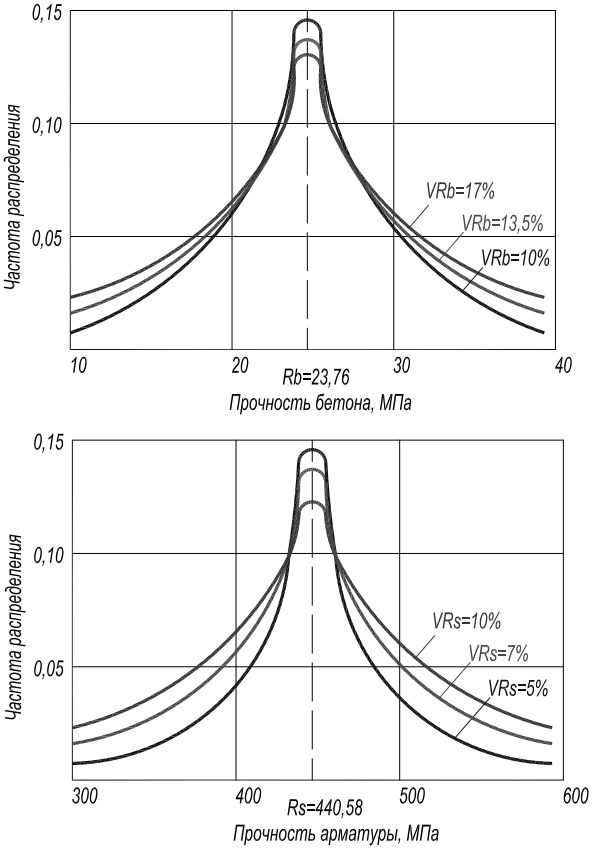


Рис. 3. Плотности распределения прочности бетона и арматуры при различных коэффициентах вариации

Таким образом, можно отметить, что значения статистических характеристик, полученных по результатам численного моделирования, достаточно близки к теоретическим значениям. Графики плотностей распределения прочности бетона и арматуры показывают, что случайные числа действительно подчиняются закону нормального распределения (закону Гаусса).

В настоящем исследовании проверка адекватности принятых расчетных моделей по исследованию напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций со сложным напряженным состоянием осуществлялась на основе компьютерного моделирования железобетонных конструкций при косом изгибе. К таким конструкциям относятся несущие стеновые панели, работающие на совместное действие вертикальных и горизонтальных нагрузок, колонны как при простом, так и при косом внецентренном сжатии.

Графическая интерпретация результатов моделирования зависимости несущей способности

колонны от эксцентриситета приложения нагрузки и прочности бетона представлена на рис. 4 и 5.

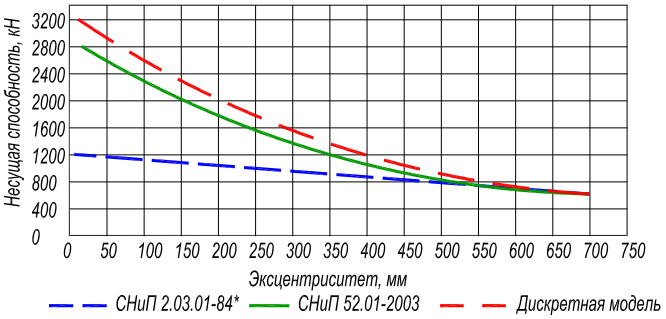


Рис. 4. Влияние эксцентриситета e_y на несущую способность железобетонной колонны

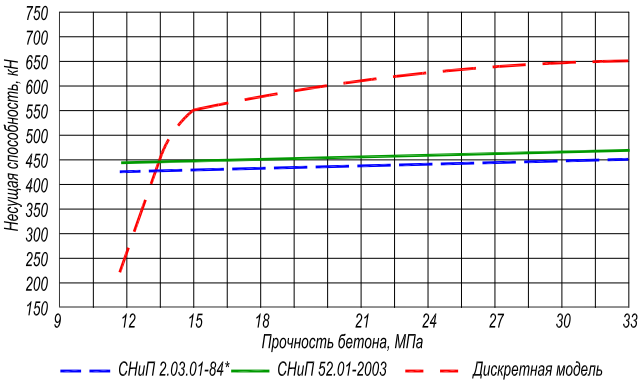


Рис. 5. Влияние прочности бетона на несущую способность внецентренносжатых колонн

Непосредственное влияние на несущую способность железобетонных колонн оказывают такие параметры, как площадь арматуры и высота сечения элемента. Поэтому также и для этих параметров было выполнено моделирование исследуемой железобетонной колонны по разным расчетным моделям.

Выполнив анализ данных графиков, можно сделать вывод, что с повышением площади арматуры и высоты сечения колонн несущая способность, как и ожидалось, увеличивается. Но при одних и тех же данных, несущая способность, вычисленная по нелинейно-деформационной модели, оказалась выше, чем несущая способность, рассчитанная по нормативным документам. Достаточно заниженный результат дает СНиП 2.03.01-84*. Это объясняется тем, что расчет по СНиП 2.03.01-84* содержит много эмпирических зависимостей, и при этом остаются неучтенными нелинейные свойства материалов, а нелинейно-деформационная модель учитывает упруго-пластический характер деформирования железобетонных колонн

Одним из основных преимуществ расчета по нелинейно-деформационной модели по сравнению с расчетом по нормативным документам является то, что появилась возможность учитывать изменение прогибов и трещин на любом этапе загружения конструкции, что особенно важно и актуально при расчете конструкций со сложным напряженным состоянием. Численное моделирование прогибов и трещин осуществлялось при различных эксцентриситетах приложения нагрузки, таких как $e_y = 250\,мм$, $e_y = 430\,мм$, $e_y = 500\,мм$.

Графики развития прогибов и трещин представлены соответственно на рис. 6 и 7.

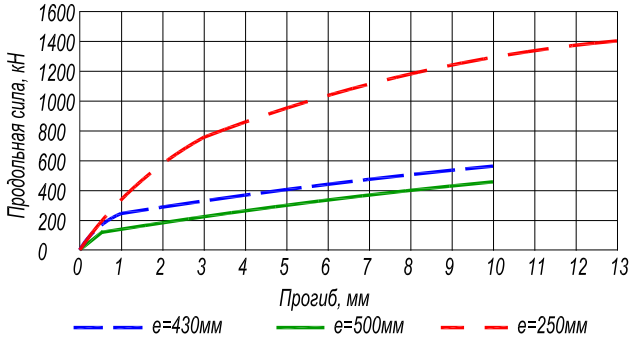


Рис. 6. Развитие прогибов внецентренно сжатых железобетонных колонн при расчете по нелинейно-деформационной модели

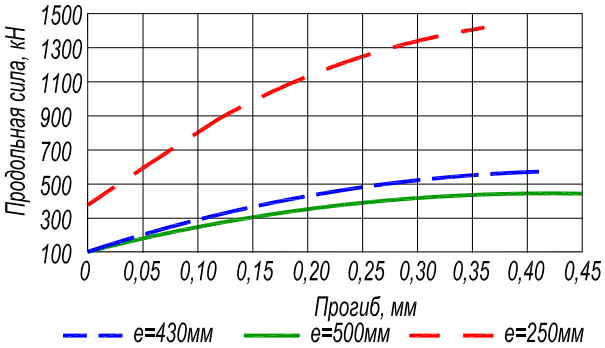


Рис. 7. Развитие трещин при расчете железобетонных колонн по нелинейно-деформационной модели

Более объективная оценка напряженно-деформированного состояния железобетонных колонн при косом внецентренном сжатии получается также путем численного моделирования с учетом эксцентриситетов относительно двух осей, т.е. учета приведенного эксцентриситета (4):

$$e_{np} = \sqrt{e_x^2 + e_y^2}\,, \qquad (4)$$

где e_x, e_y – эксцентриситеты приложения усилия относительно осей x и y.

В процессе численного эксперимента определялись напряжения в элементарных участках бетона и влияние приведенного эксцентриситета

e_{np}, в результате чего было выявлено положение нейтральной оси элемента (рис. 8).

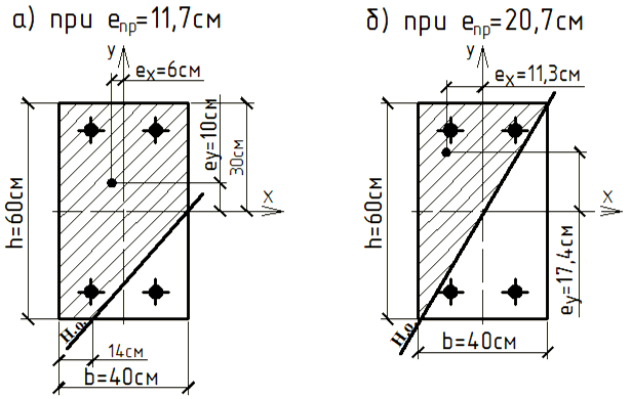


Рис. 8. Изменение сжатой зоны бетона при косом внецентренном сжатии железобетонной колонны

Таким образом, нелинейно-деформационная модель дает наиболее четкое представление о напряженно-деформированном состоянии железобетонных конструкций как при простом, так и при сложном характере деформирования на любом этапе нагружения и позволяет с заданной точностью просчитать разрушающее усилие, что соответствует требованиям современного подхода к расчету конструкций.

Дополнительно с помощью программ по вероятностному расчету железобетонных колонн производилось численное моделирование зависимостей начальной надежности колонны от коэффициентов вариации прочности бетона и арматуры.

На основании проведенного анализа можно сделать следующий вывод: увеличение коэффициента вариации прочностных показателей материалов приводит к снижению начальной надежности конструкции вследствие большого разброса показателей прочности бетона и арматуры на кривой нормального распределения; на показатель начальной надежности колонн влияют не только прочностные характеристики бетона и арматуры, но и такие показатели, как площадь арматуры и высота сечения колонны; с увеличением коэффициента вариации площади арматуры и высоты сечения показатель начальной надежности колонны уменьшается.

На основании анализа результатов численного моделирования по оценке влияния изменчивости нагрузки на эксплуатационную надежность колонн можно сделать следующие вывод: эксплуатационная надежность существенным образом зависит от коэффициента вариации нагрузки. Причем показатель эксплуатационной надежности, полученный по СНиП 2.03.01-84* $H_2 = 0{,}9999$, оказался выше требуемого уровня $H_T = 0{,}9986$. Это связано с тем, что несущая способность, полученная по СНиП 2.03.01-84*, завышает результаты по сравнению со СНиП 52-01-2003 и нелинейно-деформационной модели.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бакушев С.В. Геометрически нелинейный вариант деформационной теории пластичности бетона // Бетон и железобетон, 2004. – № 2. – С. 19-23.
2. Карпенко Н.И. К построению методики расчета стержневых элементов на основе диаграмм деформирования материалов / Н.И. Карпенко, Т.А. Мухамедиев, М.И. Сапожников // Совершенствование методов расчета статически неопределимых железобетонных конструкций. – М.: НИИЖБ, 1987. – С. 4-24.
3. Лемыш Л.Л. Расчет железобетонных конструкций с использованием полных диаграмм бетона и арматуры / Л.Л. Лемыш // Бетон и железобетон. – 1997. – № 7. – С. 21-23.
4. Изотов Ю.Л. Расчет внецентренно сжатых элементов прямоугольного сечения при малых эксцентриситетах // Бетон и железобетон, 2006. – № 1. – С. 14-18.

УДК 62-531

Ахмадеева Алла Абдулваровна,
аспирант ИрГУПС,
тел.: 8914-951-60-21, e-mail: vgozbenko@yandex.ru
Гозбенко Валерий Ерофеевич,
д.т.н., профессор, кафедра «Высшая математика», ИрГУПС,
тел.: 8914-951-60-21, e-mail: vgozbenko@yandex.ru

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВАГОНА С ДВУХСТУПЕНЧАТЫМ РЕССОРНЫМ ПОДВЕШИВАНИЕМ

A.A. Akhmadeeva, V.E. Gozbenko

DYNAMIC PROPERTIES OF RAIL WAY CAR WITH TWO-LEVEL SPRING SUSPENSION

Аннотация. *В статье рассматриваются динамические характеристики вагона с двухступенчатым рессорным подвешиванием. Исследованы системы с симметричными и несимметричными массо-инерционными характеристиками. Из расчетов следует, что амплитуды колебаний при несимметричных характеристиках увеличились. Рассмотрены главные формы колебаний. Аналогичные исследования проведены для подобных систем с демпфированием.*

Ключевые слова: *свободные колебания, демпфер, главные колебания, симметричная механическая система, несимметричная механическая система.*

Abstract. *Dynamic characteristics of rail car with two-level spring suspension are considered in the article. Systems with symmetric and asymmetrical masso-inertial characteristics are investigated. Amplitudes of vibration at asymmetrical characteristics have increased, that follows from calculation. The main forms of vibrations are considered. Similar researches are spent for similar systems with демпфированием.*

Keywords: *Free vibrations, the shock-absorber, main fluctuations, symmetric mechanical system, asymmetrical mechanical system.*

Введение

Значение железных дорог для экономики и мирового экономического развития очевидно. Железные дороги все еще являются наиболее эффективными в энергетическом отношении сухопутными средствами транспортировки тяжелых грузов [5]. Тем не менее, существует ряд проблем эксплуатации и текущего содержания железных дорог. Дело в том, что колебания железнодорожных колес и экипажей определяются сложным взаимодействием контактных сил, геометрическими параметрами, системами рессорного подвешивания, массой экипажа и, наконец, коэффициентами жесткости и демпфирования.

Для того чтобы провести моделирование динамического поведения грузового вагона, будем исходить из требования, которое заключается в том, чтобы эта модель обладала динамическими характеристиками реальной вагонной тележки. Системы рессорного подвешивания также должны быть смоделированы с помощью эквивалентных элементов подвеса. Так как точность результатов расчета с помощью модели зависит от представления элементов системы вертикального, поперечного и продольного рессорного подвешивания вагонной тележки, следует смоделировать эти элементы для отражения их истинного вклада в динамическую систему экипажа.

Рассмотрим колебания четырехосного вагона, имеющего двойное рессорное подвешивание (рис. 1).

В связи с тем, что наша цель – изучить колебания подпрыгивания и галопирования кузова, подпрыгивания и галопирования тележек экипажа, принимаем, что кузов и каждая из тележек обладают двумя степенями свободы. Общее число степеней свободы модели равно шести.

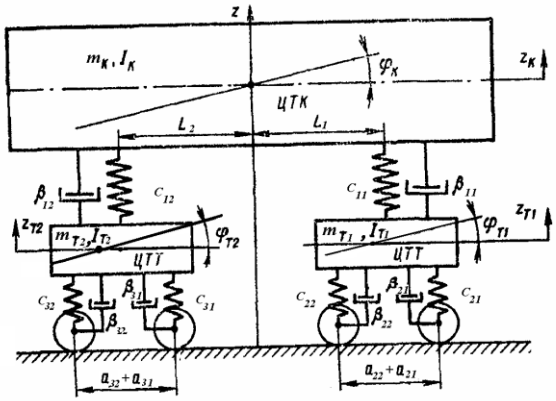


Рис. 1. Расчетная схема колебаний вагона с двухступенчатым рессорным подвешиванием

Для исследования свободных колебаний подрессоренных частей вагона приняты обозначения:

$m_К$, $m_{Т1}$, $m_{Т2}$ – масса кузова и тележек соответственно;

$I_К$ – момент инерции кузова при галопировании;

c_{11}, c_{12} – вертикальная жесткость центрального подвешивания тележки;

c_{21}, c_{22}, c_{31}, c_{32} – вертикальная жесткость буксового подвешивания колесной пары;

β_{11}, β_{12} – сопротивление демпферов центрального подвешивания первой и второй тележки;

β_{21}, β_{22}, β_{31}, β_{32} – сопротивление демпферов комплектов буксового подвешивания колесной пары;

$z_К$, $z_{Т1}$, $z_{Т2}$ – текущие вертикальные перемещения центра тяжести соответственно кузова, первой и второй тележек;

$\varphi_К$, $\varphi_{Т1}$, $\varphi_{Т2}$ – текущие угловые перемещения кузова, первой и второй тележек соответственно;

$L_1 + L_2$ – база кузова.

Используя уравнения Лагранжа II рода, получим систему дифференциальных уравнений.

Без учета сил трения

Дифференциальные уравнения колебаний подпрыгивания и галопирования кузова, подпрыгивания и галопирования тележек экипажа описываются системой шести дифференциальных уравнений второго порядка (1).

В качестве примера возьмем следующие параметры системы:

$m_К = 3,6300$ тс$\cdot$с^2/м, $m_{Т1} = 0,3896$ тс$\cdot$с^2/м,

$m_{Т2} = 0,3896$ тс$\cdot$с^2/м, $I_К = 102,95$тс$\cdot$с^2/м,

$c_{11} = 121,7$ тс/м, $c_{12} = 121,7$ тс/м, $c_{21} = 243,4$тс/м,

$c_{22} = 243,4$тс/м, $c_{31} = 243,4$тс/м, $c_{32} = 243,4$тс/м,

$L_1 = 6,3$ м, $L_2 = 6,3$ м, $a_{21} = 0,5$ м, $a_{22} = 0,5$ м,

$a_{31} = 0,5$ м, $a_{32} = 0,5$ м, $\beta_{11} = \beta_{12} = \beta_{21} = \beta_{22} = \beta_{31} = \beta_{32} = 0$.

Расчет зависимости бокового перемещения кузова $z_К$, первой $z_{Т1}$ и второй $z_{Т2}$ тележек и угла поворота кузова $\varphi_К$ и тележек $\varphi_{Т1}$, $\varphi_{Т2}$ от времени получены с помощью функции rkfixed $(y, 0, 500, 50000)$, производящей вычисления согласно методу Руге-Кутта 4-го порядка, где $y = (0; 0,2; 0; 0,1; 0; 0,1; 0; 0,1; \quad 0; 0,01; 0; 0,01)^T$ – вектор начальных условий; $t_0 = 0$ – начальная точка для переменной; $t_1 = 500$ – конечная точка расчета; $n = 50000$ – число фиксированных точек, в которых ищется приближенное решение; $F(t, y)$ – вектор-функция, содержащая правые части приведенного уравнения (1).

$$
\begin{cases}
m_К \ddot{z}_К + (c_{11} + c_{12}) z_К + (c_{11}L_1 - c_{12}L_2)\varphi_К - c_{11}z_{Т1} + \\
+c_{11}(a_{21} - a_{22})\varphi_{Т1} - c_{12}z_{Т2} - c_{12}(a_{32} - a_{31})\varphi_{Т2} = 0; \\
I_К \ddot{\varphi}_К + (c_{11}L_1^2 + c_{12}L_2^2)\varphi_К + (c_{11}L_1 - c_{12}L_2) z_К - c_{11}L_1 z_{Т1} + \\
+c_{11}L_1(a_{21} - a_{22})\varphi_{Т1} + c_{12}L_2 z_{Т2} + c_{12}L_2(a_{32} - a_{31})\varphi_{Т2} = 0; \\
m_{Т1}\ddot{z}_{Т1} + (c_{11} + c_{21} + c_{22}) z_{Т1} - [c_{11}(a_{21} - a_{22}) - \\
-c_{21}a_{21} + c_{22}a_{22}]\varphi_{Т1} - c_{11}z_К - c_{11}L_1\varphi_К = 0; \\
I_{Т1}\ddot{\varphi}_{Т1} + [c_{11}(a_{21} - a_{22})^2 + c_{21}a_{21}^2 + c_{22}a_{22}^2]\varphi_{Т1} - \\
-[c_{11}(a_{21} - a_{22}) - c_{21}a_{21} + c_{22}a_{22}] z_{Т1} + c_{11}(a_{21} - a_{22}) z_К + \\
+c_{11}L_1(a_{21} - a_{22})\varphi_к = 0; \\
m_{Т2}\ddot{z}_{Т2} + (c_{12} + c_{31} + c_{32}) z_{Т2} + [c_{12}(a_{32} - a_{31}) + \\
+c_{31}a_{31} - c_{32}a_{32}]\varphi_{Т2} - c_{12}z_К + c_{12}L_2\varphi_К = 0; \\
I_{Т2}\ddot{\varphi}_{Т2} + [c_{12}(a_{32} - a_{31})^2 + c_{31}a_{31}^2 + c_{32}a_{32}^2]\varphi_{Т2} + \\
+[c_{12}(a_{32} - a_{31}) + c_{31}a_{31} - c_{32}a_{32}] z_{Т2} - \\
-c_{12}(a_{32} - a_{31}) z_К + c_{12}L_2(a_{32} - a_{31})\varphi_к = 0.
\end{cases}
\tag{1}
$$

Полученные в результате расчетов зависимости бокового перемещения кузова $z_К$, первой $z_{Т1}$ и второй $z_{Т2}$ тележек и угла поворота кузова $\varphi_К$ и тележек $\varphi_{Т1}$, $\varphi_{Т2}$ от времени указывают на то, что собственные колебания масс кузова и тележки, представляющие собой сумму двух гармонических колебаний, являются незатухающими, так как при решении задачи мы пренебрегали действием сил сопротивления.

В случае отсутствия демпфирования в системе собственные колебания ее не затухают, а период, амплитуда и частота колебаний подпрыги-

вания кузова будут равны $T_1 \approx 0.70\ (сек)$, $\lambda_1 \approx 0,228\ (м)$ и $n_1 \approx 1.350\ (гц)$ соответственно.

Характеристики собственных колебаний галопирования кузова, исходя из полученного решения следующие: $T_2 \approx 0.66\ (сек)$, $\lambda_2 \approx 0,009\ (м)$, $n_2 \approx 1.505\ (гц)$,

Поскольку периоды колебаний подпрыгивания и галопирования кузова мало различаются $T_1 \approx 0.7\ (сек)$, $T_2 \approx 0.66\ (сек)$, то колебания тележек z_{T1} и z_{T2} имеют вид биений с периодом $T_3 = T_4 \approx 0.60\ (сек)$ и амплитудой $\lambda_3 = \lambda_4 \approx 0,0429\ (м)$.

При симметричных массо-инерционных характеристиках колебания по всем шести степеням свободы имеют вид гармонических колебаний. Угловые колебания первой и второй тележки имеют характер биений. Максимальные амплитуды колебаний составили:

а) для кузова – линейное колебание 0,028 м (рис. 2), угловое – $0,69^0$ (рис. 3);

б) первая и вторая тележки – линейное колебание имеет характер биений с максимальной амплитудой 0,022 м, минимум – 0,012 (рис. 4–5), угловое – $0,05^0$ (рис. 6–7).

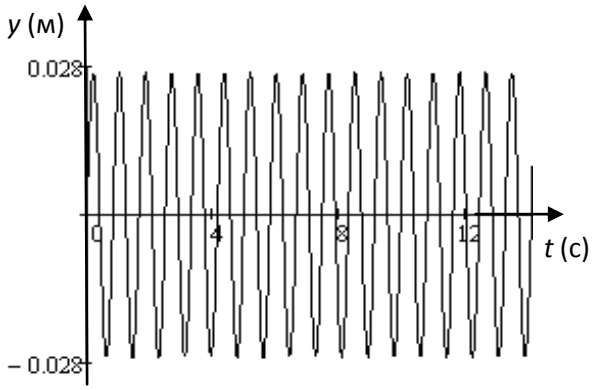


Рис. 2. Перемещение кузова

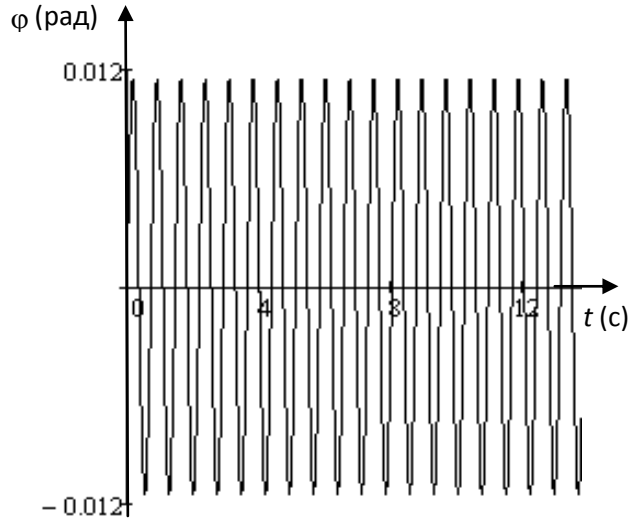


Рис. 3. Угловое перемещение кузова

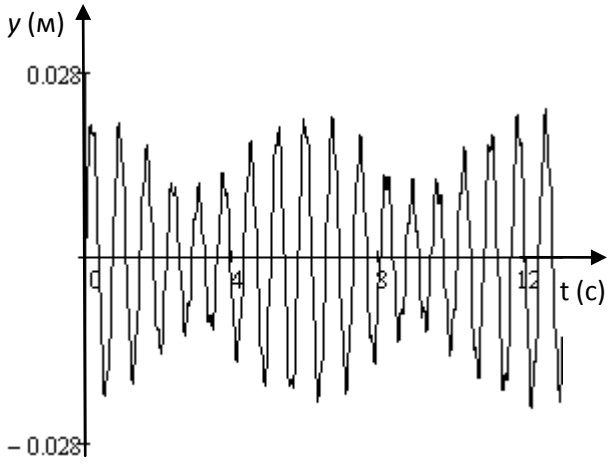


Рис. 4. Перемещение первой тележки

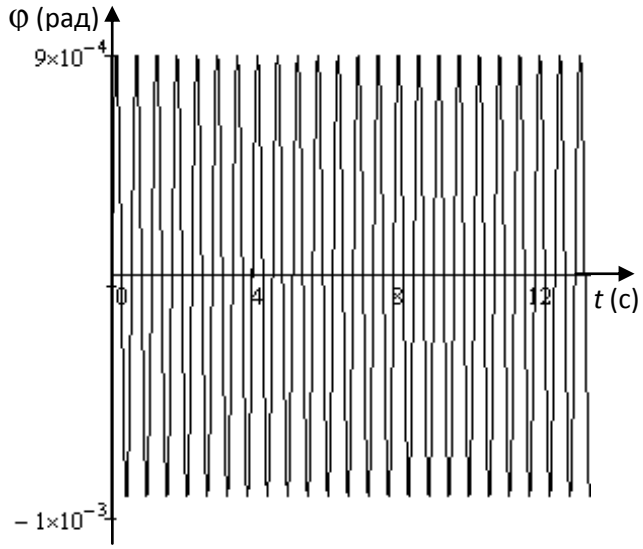


Рис. 5. Угловое перемещение первой тележки

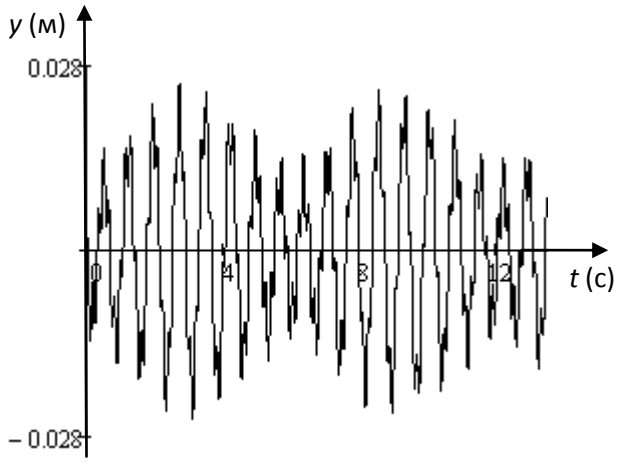


Рис. 6. Перемещение второй тележки

При нарушении симметрии центр масс кузова сместили на 0,316 м вперед по ходу движения. Момент инерции относительно оси *OY* увеличился и стал равен $I_К = 103,282$ тс$\cdot$с^2/м. Характер колебаний кузова изменился: максимальная амплитуда колебаний составляет 0,26 м, угловое – $0,74^0$ (рис. 8–9). Амплитуда колебаний первой и второй тележек увеличилась (рис. 10–13). Движение стало носить характер биений.

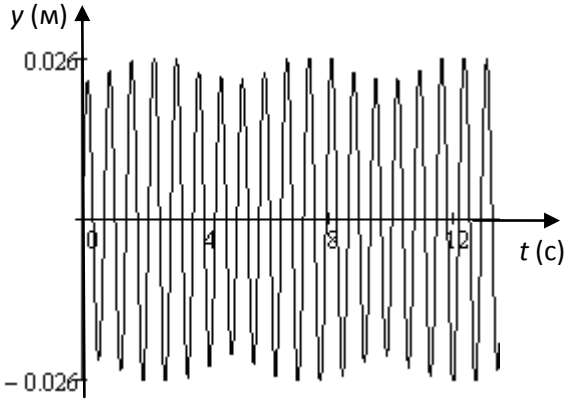


Рис. 8. Перемещение кузова

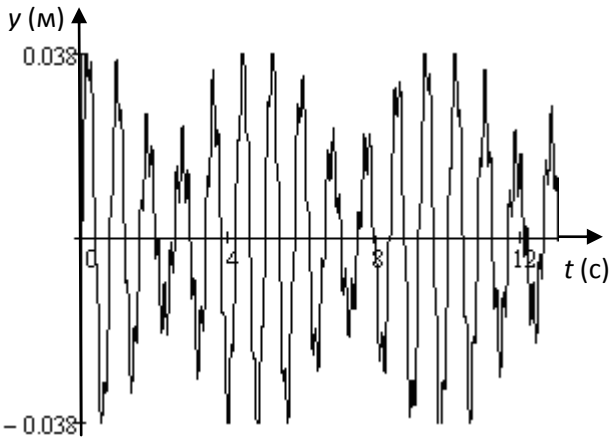


Рис. 10. Перемещение первой тележки

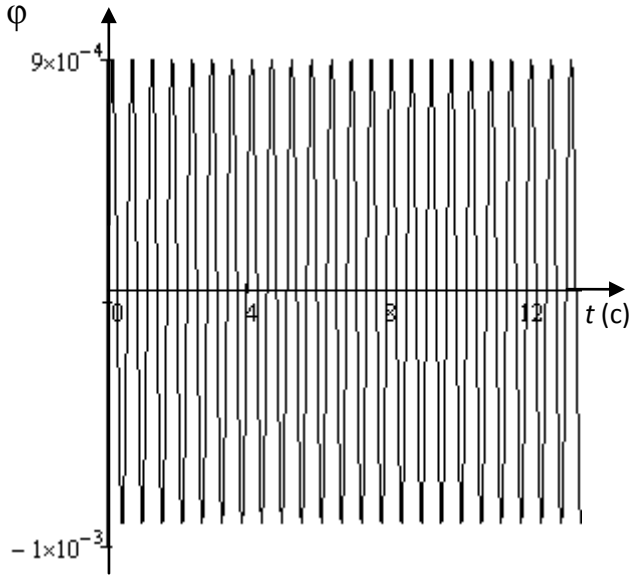


Рис. 7. Угловое перемещение второй тележки

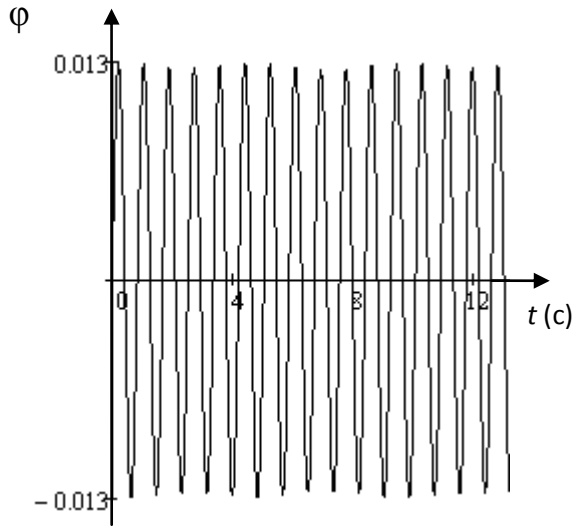


Рис. 9. Угловое перемещение кузова

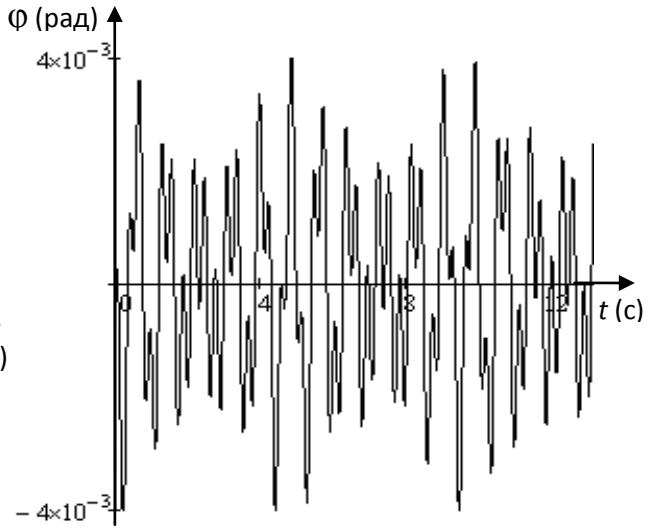


Рис. 11. Угловое перемещение первой тележки

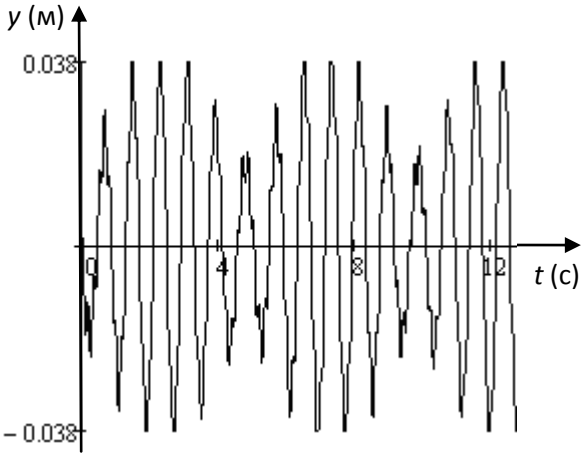


Рис. 12. Перемещение второй тележки

Из уравнения частот определим частоты свободных колебаний $k_1 = 57.3755$, $k_2 = 73.7959$, $k_3 = 121.6480$, $k_4 = 121.7362$, $k_5 = 1534.0870$, $k_6 = 1626.5658$. Найдем формы главных колебаний.

$$A_{11}(k) = (-1)^{1+1}\begin{vmatrix} b_{22}-I_K k^2 & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \\ b_{32} & b_{33}-m_{T1}k^2 & b_{34} & 0 & 0 \\ b_{42} & b_{43} & b_{44}-I_{T1}k^2 & 0 & 0 \\ b_{52} & 0 & 0 & b_{55}-m_{T2}k^2 & b_{56} \\ b_{62} & 0 & 0 & b_{65} & b_{66}-I_{T2}k^2 \end{vmatrix},$$

$$A_{12}(k) = (-1)^{1+2}\begin{vmatrix} b_{21} & b_{23} & b_{24} & b_{25} & b_{26} \\ b_{31} & b_{33}-m_{T1}k^2 & b_{34} & 0 & 0 \\ b_{41} & b_{43} & b_{44}-I_{T1}k^2 & 0 & 0 \\ b_{51} & 0 & 0 & b_{55}-m_{T2}k^2 & b_{56} \\ b_{61} & 0 & 0 & b_{65} & b_{66}-I_{T2}k^2 \end{vmatrix},$$

$$A_{13}(k) = (-1)^{1+3}\begin{vmatrix} b_{21} & b_{22}-I_K k^2 & b_{24} & b_{25} & b_{26} \\ b_{31} & b_{32} & b_{34} & 0 & 0 \\ b_{41} & b_{42} & b_{44}-I_{T1}k^2 & 0 & 0 \\ b_{51} & b_{52} & 0 & b_{55}-m_{T2}k^2 & b_{56} \\ b_{61} & b_{62} & 0 & b_{65} & b_{66}-I_{T2}k^2 \end{vmatrix},$$

$$A_{14}(k) = (-1)^{1+4}\begin{vmatrix} b_{21} & b_{22}-I_K k^2 & b_{23} & b_{25} & b_{26} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33}-m_{T1}k^2 & 0 & 0 \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & 0 & 0 \\ b_{51} & b_{52} & 0 & b_{55}-m_{T2}k^2 & b_{56} \\ b_{61} & b_{62} & 0 & b_{65} & b_{66}-I_{T2}k^2 \end{vmatrix},$$

$$A_{15}(k) = (-1)^{1+5}\begin{vmatrix} b_{21} & b_{22}-I_K k^2 & b_{23} & b_{24} & b_{26} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33}-m_{T1}k^2 & b_{34} & 0 \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44}-I_{T1}k^2 & 0 \\ b_{51} & b_{52} & 0 & 0 & b_{56} \\ b_{61} & b_{62} & 0 & 0 & b_{66}-I_{T2}k^2 \end{vmatrix},$$

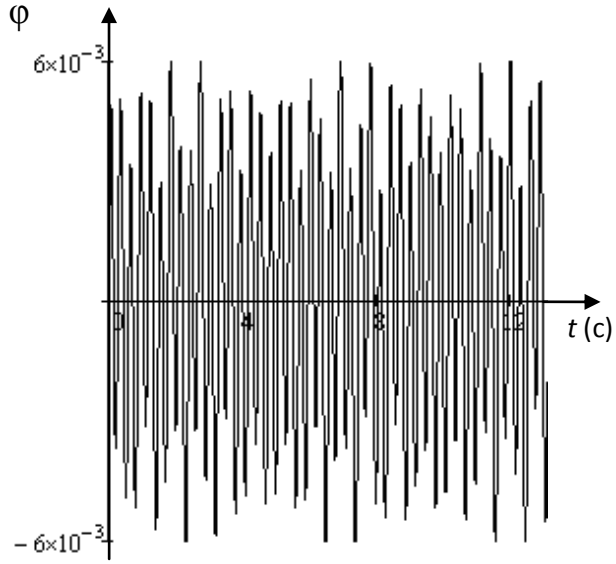


Рис. 13. Угловое перемещение второй тележки

$$A_{16}(k) = (-1)^{1+6}\begin{vmatrix} b_{21} & b_{22}-I_K k^2 & b_{23} & b_{24} & b_{25} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33}-m_{T1}k^2 & b_{34} & 0 \\ b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44}-I_{T1}k^2 & 0 \\ b_{51} & b_{52} & 0 & 0 & b_{55}-m_{T2}k^2 \\ b_{61} & b_{62} & 0 & 0 & b_{65} \end{vmatrix}, \quad (2)$$

где $b_{21} = c_{11}L_1 - c_{12}L_2$, $b_{31} = -c_{11}$, $b_{41} = c_{11}(a_{21} - a_{22})$, $b_{51} = -c_{12}$, $b_{61} = -c_{12}(a_{32} - a_{31})$, $b_{22} = (c_{11}L_1^2 + c_{12}L_2^2)$, $b_{23} = b_{32} = -c_{11}L$, $b_{24} = b_{42} = c_{11}L_1(a_{21} - a_{22})$, $b_{25} = b_{52} = c_{12}L_2$, $b_{26} = b_{62} = c_{12}L_2(a_{32} - a_{31})$,

$b_{33} = c_{11} + c_{21} + c_{22}$,

$b_{34} = b_{43} = c_{11}(a_{21} - a_{22}) - c_{21}a_{21} + c_{22}a_{22}$,

$b_{44} = c_{11}(a_{21} - a_{22})^2 + c_{21}a_{21}^2 + c_{22}a_{22}^2$,

$b_{56} = b_{65} = c_{12}(a_{32} - a_{31}) + c_{31}a_{31} - c_{32}a_{32}$,

$b_{55} = c_{12} + c_{31} + c_{32}$,

$b_{66} = c_{12}(a_{32} - a_{31})^2 + c_{31}a_{31}^2 + c_{32}a_{32}^2$.

Подставляя последовательно все корни в (2), находим коэффициенты распределения:

1) $k_1 = 57.3755$, $A_{11} = -6.9848$, $A_{12} = -6.5708$, $A_{13} = -5.7660$, $A_{14} = 1.004$, $A_{15} = 1.2358$, $A_{16} = 2.8103$;

2) $k_2 = 73.7959$, $A_{11} = -9.9065$, $A_{12} = -7.0398$, $A_{13} = -4.5015$, $A_{14} = 1.7345$, $A_{15} = 5.3111$, $A_{16} = 6.9729$;

3) $k_3 = 121.6480$, $A_{11} = -5.7276$, $A_{12} = -1.9708$, $A_{13} = -1.1831$, $A_{14} = 1.5685$, $A_{15} = 2.7305$, $A_{16} = 16.2186$;

4) $k_4 = 121.7362$, $A_{11} = -5.8888$, $A_{12} = 2.4038$,

$A_{13} = 2.8137$, $A_{14} = 3.2265$,
$A_{15} = 4.7595$, $A_{16} = 66.3403$;

5) $k_5 = 1534.0870$, $A_{11} = -7.8585$, $A_{12} = -7.8585$,
$A_{13} = -1.5699$, $A_{14} = 6.4697$,
$A_{15} = 7.8585$, $A_{16} = 7.8585$;

6) $k_6 = 1626.5658$, $A_{11} = -9.344$, $A_{12} = -3.6979$,
$A_{13} = -3.3238$, $A_{14} = 2.0355$,
$A_{15} = 1.9900$, $A_{16} = 9.8344$.

Согласно вычисленным коэффициентам распределения, представим формы первых трех главных колебаний в графическом виде (рис. 14).

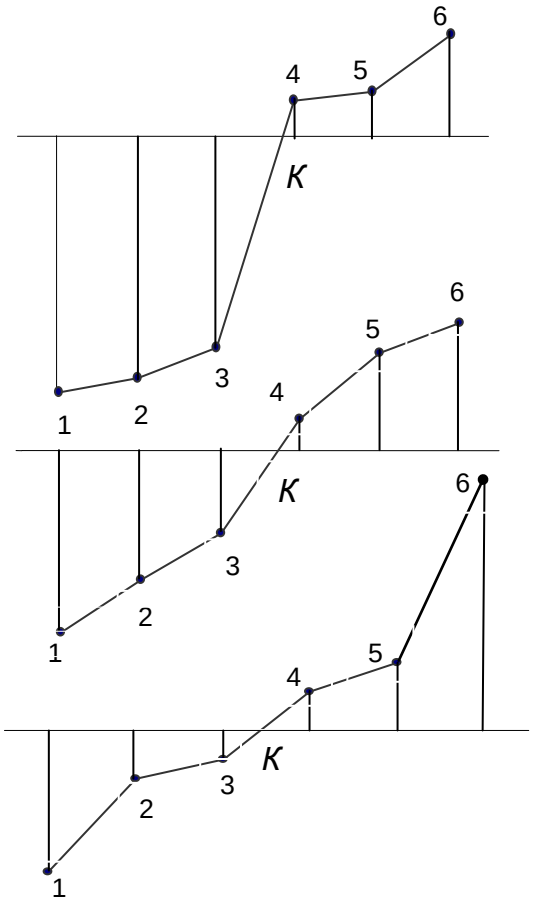


Рис. 14. Формы главных колебаний

Ординаты точек этих графиков изображают в условном масштабе амплитуды колебаний. Буквой *K* отмечены узлы, т.е. такие точки в системе, которые в данном колебании все время остаются неподвижными.

По результатам исследования получено, что для несимметричной системы колебания по всем координатам принимают характер биения в отличие от симметричной системы.

С учетом сил трения

В продолжение развития исследования по детализации представлений о динамических свойствах рассмотрим модель грузового вагона, представленную на рис. 1. Параллельно пружинным комплектам установлены демпферы, создающие сопротивление. Уравнения колебаний подпрыгивания и галопирования кузова, подпрыгивания и галопирования тележек экипажа описываются системой дифференциальных уравнений (3).

$$
\begin{cases}
m_К \ddot{z}_К + (\beta_{11} + \beta_{12})\dot{z}_К + (c_{11} + c_{12}) z_К + (\beta_{11} L_1 - \beta_{12} L_2)\dot{\varphi}_К + \\
+ (c_{11} L_1 - c_{12} L_2)\varphi_К - \beta_{11}\dot{z}_{Т1} - c_{11} z_{Т1} + \beta_{11}(a_{21} - a_{22})\dot{\varphi}_{Т1} + \\
+ c_{11}(a_{21} - a_{22})\varphi_{Т1} - \beta_{12}\dot{z}_{Т2} - c_{12} z_{Т2} - \beta_{12}(a_{32} - a_{31})\dot{\varphi}_{Т2} - \\
- c_{12}(a_{32} - a_{31})\varphi_{Т2} = 0; \\
I_К \ddot{\varphi}_К + (\beta_{11} L_1^2 + \beta_{12} L_2^2)\dot{\varphi}_К + (c_{11} L_1^2 + c_{12} L_2^2)\varphi_К + \\
+ (\beta_{11} L_1 - \beta_{12} L_2)\dot{z}_К + (c_{11} L_1 - c_{12} L_2) z_К - \beta_{11} L_1 \dot{z}_{Т1} - \\
- c_{11} L_1 z_{Т1} + \beta_{11} L_1 (a_{21} - a_{22})\dot{\varphi}_{Т1} + c_{11} L_1 (a_{21} - a_{22})\varphi_{Т1} + \\
+ \beta_{12} L_2 \dot{z}_{Т2} + c_{12} L_2 z_{Т2} + \beta_{12} L_2 (a_{32} - a_{31})\dot{\varphi}_{Т2} + \\
+ c_{12} L_2 (a_{32} - a_{31})\varphi_{Т2} = 0; \\
m_{Т1} \ddot{z}_{Т1} + (\beta_{11} + \beta_{21} + \beta_{22})\dot{z}_{Т1} + (c_{11} + c_{21} + c_{22}) z_{Т1} - \\
- \left[\beta_{11}(a_{21} - a_{22}) - \beta_{21} a_{21} + \beta_{22} a_{22}\right]\dot{\varphi}_{Т1} - \\
- \left[c_{11}(a_{21} - a_{22}) - c_{21} a_{21} + c_{22} a_{22}\right]\varphi_{Т1} - \\
- \beta_{11}\dot{z}_К - c_{11} z_К - \beta_{11} L_1 \dot{\varphi}_К - c_{11} L_1 \varphi_К = 0; \\
I_{Т1} \ddot{\varphi}_{Т1} + \left[\beta_{11}(a_{21} - a_{22})^2 + \beta_{21} a_{21}^2 + \beta_{22} a_{22}^2\right]\dot{\varphi}_{Т1} + \\
+ \left[c_{11}(a_{21} - a_{22})^2 + c_{21} a_{21}^2 + c_{22} a_{22}^2\right]\varphi_{Т1} - \\
- \left[\beta_{11}(a_{21} - a_{22}) - \beta_{21} a_{21} + \beta_{22} a_{22}\right]\dot{z}_{Т1} - \\
- \left[c_{11}(a_{21} - a_{22}) - c_{21} a_{21} + c_{22} a_{22}\right] z_{Т1} + \\
+ \beta_{11}(a_{21} - a_{22})\dot{z}_К + c_{11}(a_{21} - a_{22}) z_К + \\
+ \beta_{11} L_1 (a_{21} - a_{22})\dot{\varphi}_К + c_{11} L_1 (a_{21} - a_{22})\varphi_К = 0; \\
m_{Т2} \ddot{z}_{Т2} + (\beta_{12} + \beta_{31} + \beta_{32})\dot{z}_{Т2} + (c_{12} + c_{31} + c_{32}) z_{Т2} + \\
+ \left[\beta_{12}(a_{32} - a_{31}) + \beta_{31} a_{31} - \beta_{32} a_{32}\right]\dot{\varphi}_{Т2} + \left[c_{12}(a_{32} - a_{31}) + \right. \\
\left. + c_{31} a_{31} - c_{32} a_{32}\right]\varphi_{Т2} - \beta_{12}\dot{z}_К - c_{12} z_К + \beta_{12} L_2 \dot{\varphi}_К + c_{12} L_2 \varphi_К = 0; \\
I_{Т2} \ddot{\varphi}_{Т2} + \left[\beta_{12}(a_{32} - a_{31})^2 + \beta_{31} a_{31}^2 + \beta_{32} a_{32}^2\right]\dot{\varphi}_{Т2} + \\
+ \left[c_{12}(a_{32} - a_{31})^2 + c_{31} a_{31}^2 + c_{32} a_{32}^2\right]\varphi_{Т2} + \\
+ \left[\beta_{12}(a_{32} - a_{31}) + \beta_{31} a_{31} - \beta_{32} a_{32}\right]\dot{z}_{Т2} + \\
+ \left[c_{12}(a_{32} - a_{31}) + c_{31} a_{31} - c_{32} a_{32}\right] z_{Т2} - \beta_{12}(a_{32} - a_{31})\dot{z}_К - \\
- c_{12}(a_{32} - a_{31}) z_К + \beta_{12} L_2 (a_{32} - a_{31})\dot{\varphi}_К + c_{12} L_2 (a_{32} - a_{31})\varphi_К = 0.
\end{cases}
\tag{3}
$$

Возьмем следующие параметры системы:
$m_К = 3,6300$ тс$\cdot$с^2/м, $m_{Т1} = 0,3896$ тс$\cdot$с^2/м,
$m_{Т2} = 0,3896$ тс$\cdot$с^2/м, $I_К = 102,95$тс$\cdot$с^2/м,
$c_{11} = 121,7$ тс/м, $c_{12} = 121,7$ тс/м, $c_{21} = 243,4$тс/м,
$c_{22} = 243,4$тс/м, $c_{31} = 243,4$тс/м, $c_{32} = 243,4$тс/м,
$L_1 = 6,3$ м, $L_2 = 6,3$ м, $a_{21} = 0,5$ м, $a_{22} = 0,5$ м,

$a_{31} = 0{,}5$ м, $a_{32} = 0{,}5$ м, $\beta_{11} = \beta_{12} = 10$ тс·с/м, $\beta_{21} = \beta_{22} = \beta_{31} = \beta_{32} = 6{,}3$ тс·с/м.

Полученные в результате расчетов зависимости бокового перемещения кузова z_K, первой z_{T1} и второй z_{T2} тележек и угла поворота кузова φ_K и тележек φ_{T1}, φ_{T2} от времени, как и следовало ожидать, указывают на то, что собственные колебания являются затухающими.

При симметричных массо-инерционных параметрах полученные колебания имеют затухающий характер (рис. 16-21) по всем шести степеням свободы. Максимальные амплитуды колебаний составили:

а) для кузова – линейное колебание 0,018 м, угловое – $0{,}57^0$;

б) для первой тележки – линейное колебание 0,030 м, угловое – $0{,}16^0$;

в) для второй тележки – линейное колебание 0,015 м, угловое – $0{,}16^0$.

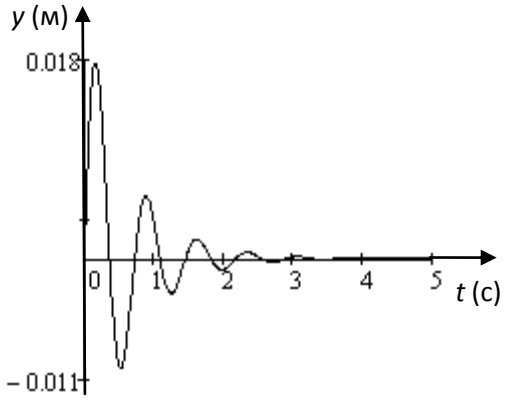


Рис. 16. Перемещение кузова

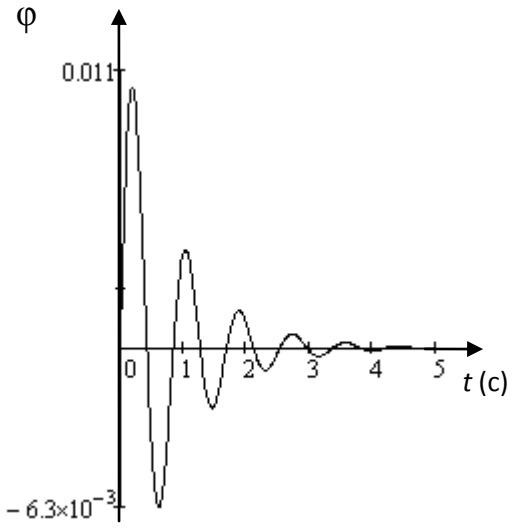


Рис. 17. Угловое перемещение кузова

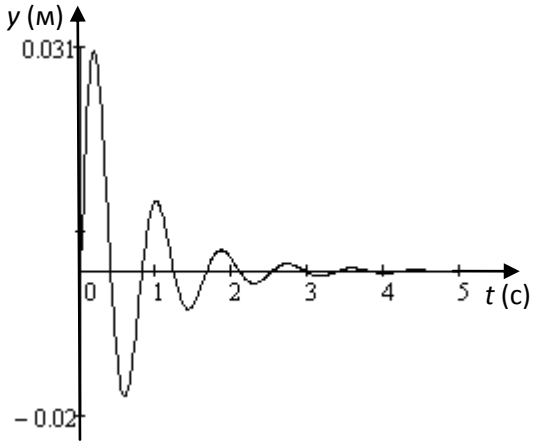


Рис. 18. Перемещение первой тележки

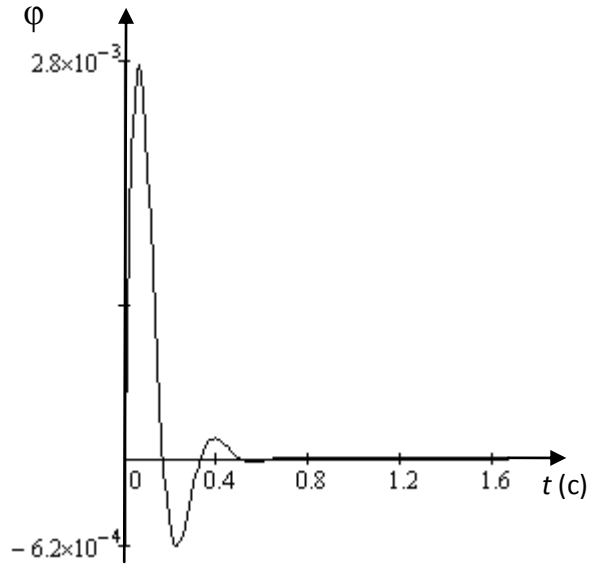


Рис. 19. Угловое перемещение первой тележки

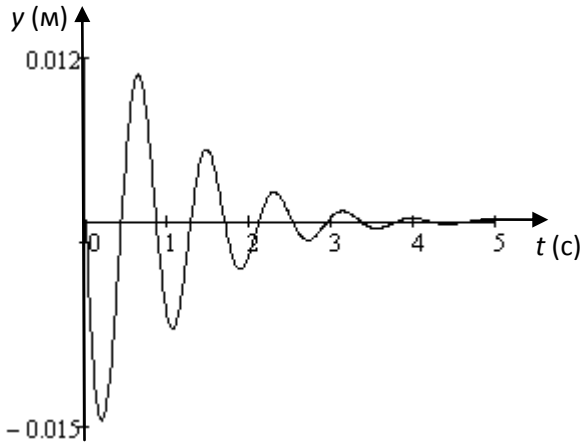


Рис. 20. Перемещение второй тележки

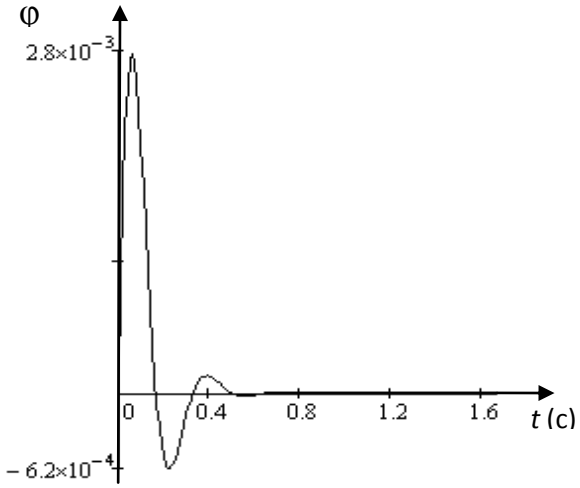


Рис. 21. Угловое перемещение второй тележки

Темп затухания определим как отношение амплитуд, взятых на расстоянии одного периода, он равен:

а) для кузова – 1,636 с, угла поворота кузова – 1,746 с;

б) для первой тележки – 1,765 с, угла поворота первой тележки – 4,494 с;

в) для второй тележки – 1,355 с, угла поворота второй тележки – 4,494 с.

Если параметры системы изменить и коэффициенты демпфирования принять равными $\beta_{11} = 10,2$ тс·с/м, $\beta_{12} = 9,8$ тс·с/м, $\beta_{21} = 6,5$ тс·с/м, $\beta_{22} = 6,1$ тс·с/м, $\beta_{31} = 6,4$ тс·с/м, $\beta_{32} = 6,2$ тс·с/м, то колебания будут иметь затухающий характер. Максимальные амплитуды колебаний и темп затухания для кузова и второй тележки не изменились. У первой тележки максимальная амплитуда колебаний при угловом перемещении уменьшилась и составляет $0,15^0$; темп затухания уменьшился и стал равным 3,714 с (рис. 22–27).

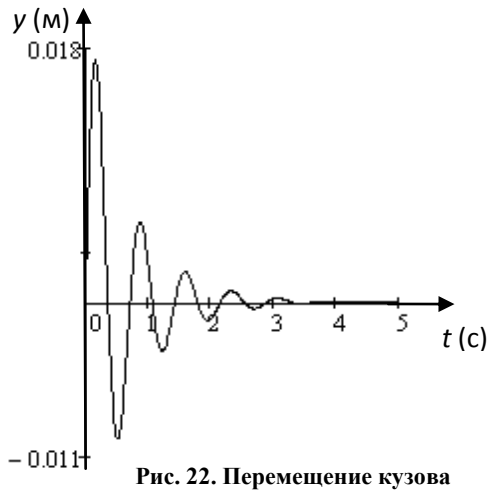


Рис. 22. Перемещение кузова

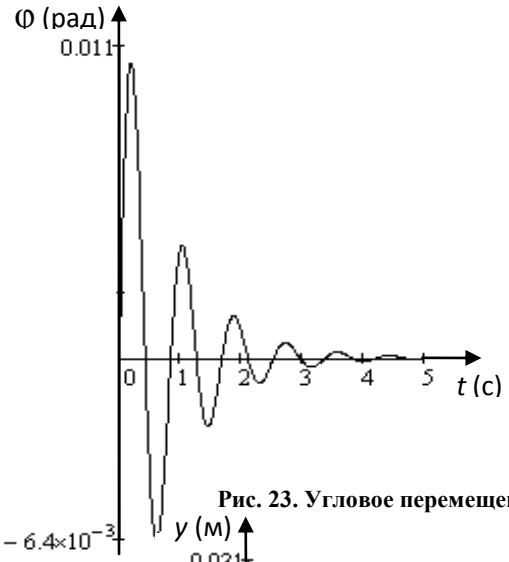


Рис. 23. Угловое перемещение кузова

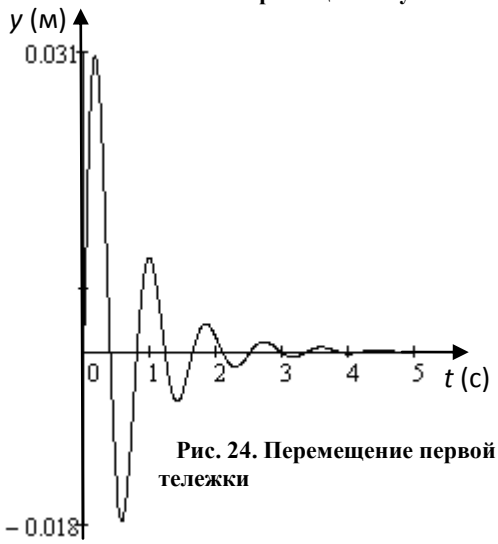


Рис. 24. Перемещение первой тележки

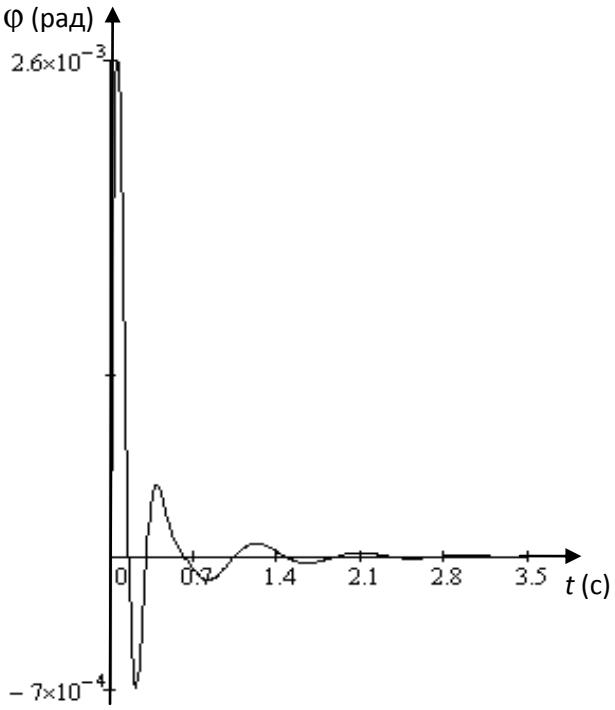


Рис. 25. Угловое перемещение первой тележки

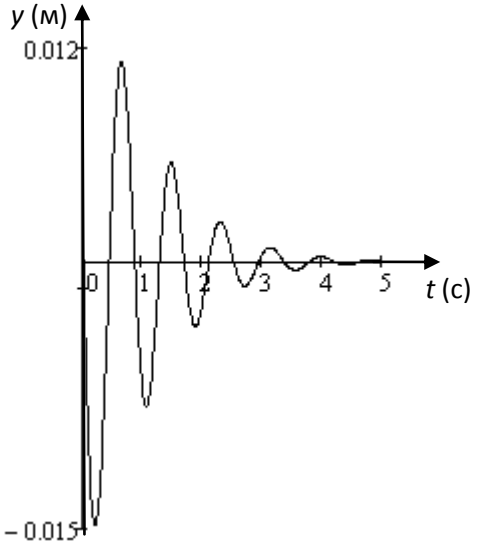


Рис. 26. Перемещение второй тележки

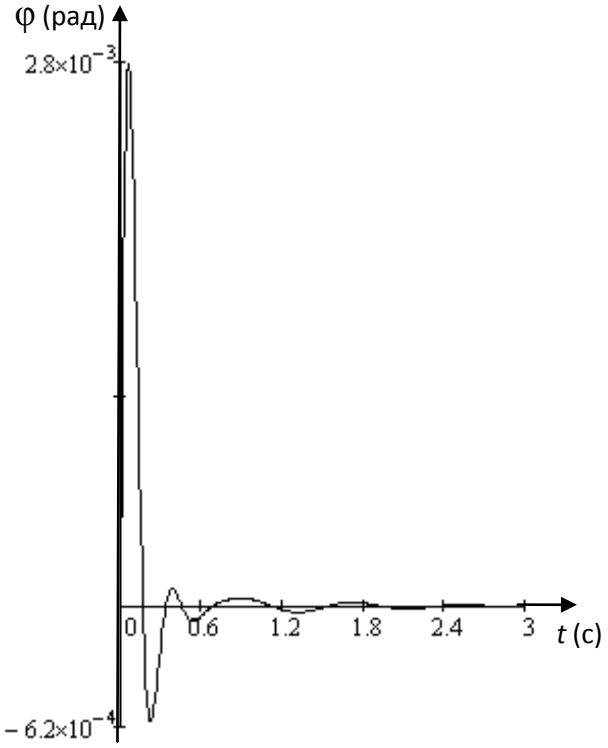


Рис. 27. Угловое перемещение второй тележки

При всех несимметричных параметрах системы изменения произошли при угловом перемещении первой и второй тележки:

а) уменьшились максимальная амплитуда колебаний у первой тележки до $0{,}12^0$ и темп затухания до 1,319 с (рис. 28);

б) у второй тележки максимальная амплитуда колебаний увеличилась и стала равной $0{,}20^0$, а темп затухания уменьшился до 1,205 с (рис. 29).

Колебания не изменились и носят затухающий характер.

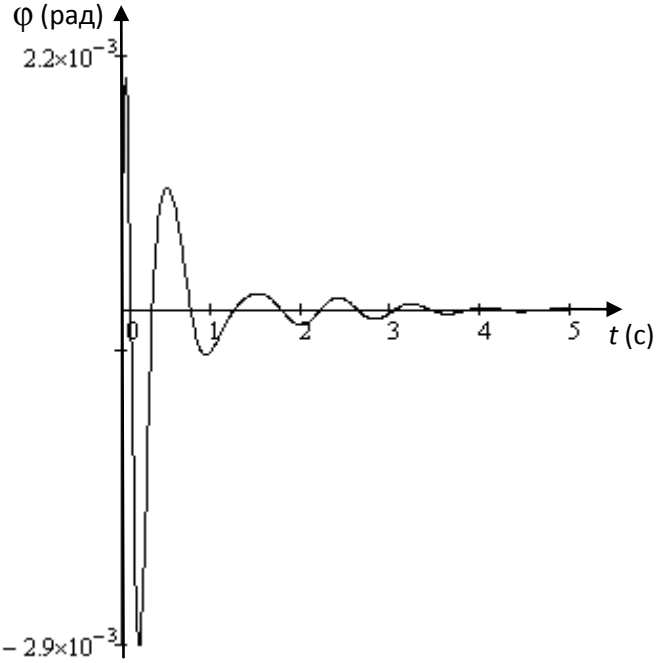


Рис. 28. Угловое перемещение первой тележки

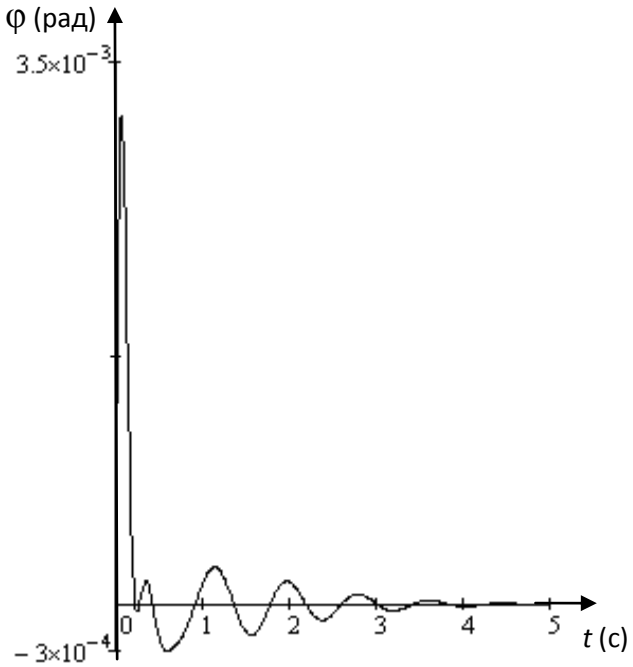


Рис. 29. Угловое перемещение второй тележки

Вывод

Рассмотрена модель грузового вагона, обладающая шестью степенями свободы. Модель предназначена для исследования свободных колебаний подпрыгивания и галопирования кузова, подпрыгивания и галопирования тележек экипажа на прямолинейном участке пути. С помощью уравнений Лагранжа второго рода для данной динамической системы выведены уравнения колебаний. В результате исследования колебаний систе-

мы с симметричными и несимметричными массо-инерционными характеристиками следует, что амплитуды колебаний при несимметричных характеристиках увеличились. Таким образом, на динамическое поведение железнодорожного экипажа значительное влияние оказывают массо-инерционные параметры системы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Берже. Геометрия [Текст] / Берже. – М.: Мир, 1984, ч. 1–5.
2. Булгаков Б.В. Колебания [Текст] / Б.В. Булгаков. – М.: Гостехиздат, 1954. – 891 с.
3. Вериго М.Ф. Динамика вагонов. Конспект лекций [Текст] / М.Ф. Вериго. – М.: Транспорт, 1988. – 174 с.
4. Вершинский С.В. Динамика вагона [Текст] / С.В. Вершинский, В.Н. Данилов, В.Д. Хусидов. – М.: Транспорт, 1991. – 360 с.
5. Гарг В.К. Динамика подвижного состава [Текст] / Пер. с англ. / В.К. Гарг, Р.В. Дуккипати. – М.: Транспорт, 1988. – 391 с.
6. Исаев И.П. Вычислительная техника в инженерных и экономических расчетах. Учебное пособие для вузов ж.-д. транспорта [Текст] / И.П. Исаев, А.А. Перова, А.П. Матвеевичев, И.В. Бирюков. – М.: Транспорт, 1977. – 295 с.
7. Яблонский А.А. Курс теории колебаний [Текст] / А.А. Яблонский, С.С. Норейко. – М. : Высшая школа, 1975. – 250 с.
8. MATHCAD 6.0 PLUS. Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде Windows 95 [Текст] /перевод с англ. – М.: Информационно-издательский дом «Филин», 1996. – 712 с.

УДК 629.4

Ильиных Виктор Анатольевич,
к.т.н., доцент, зав. кафедрой «ПМиИГ» ЗабИЖТ, тел.: 89144555640
Линейцев Владимир Юрьевич,
к.т.н., доцент кафедры «СЖД» ЗабИЖТ, тел.: 89144925894
Рожкова Елена Александровна,
аспирант Иркутского государственного университета путей сообщения, ассистент кафедры «ВиВХ» ЗабИЖТ, тел.: 89243846617, e-mail: helenuys@rambler.ru

РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СТУПИЦЫ С РК-ПРОФИЛЬНЫМ ОТВЕРСТИЕМ

V.A. Iliinyh, V.YU. Lineycev, E.A. Rozhkova

CALCULATION OF THE TENSE DEFORMED CONDITION OF THE HUB WITH RK-PROFILE HOLE

Аннотация. *Суть данной работы состоит в решении следующей задачи: определение законов распределения внедрения натягов, а также определение погонной нагрузки действующей по контуру, в случае, когда ступица насаживается с натягом на вал, а затем проводится несколько аналогичных друг другу опытов, в которых прикладывается крутящий момент различной величины (начиная от минимального значения по нарастающей).*

Ключевые слова: *РК-профильное отверстие, погонная нагрузка, натяг.*

Abstract. *Essence given work consists in decision of the following problem: determination of the laws of the sharing the introduction difference diameter, as well as determination of the waited load acting on sidebar when hub is pinned with натягом on gross, but is then conducted several similar to each other experience, in which is put turning moment of the different value (commencing from minimum importance on growing).*

Keywords: *RK- profile hole, waited load, difference diameter.*

Профильные бесшпоночные соединения применяются вместо шпоночных и шлицевых соединений в конструкциях машин и узлов для передачи крутящего момента. Профильное соединение – это подвижное или неподвижное соединение двух соосных деталей, контактная поверхность

которых в поперечном сечении имеет форму плавной замкнутой кривой, отличной от окружности. Эти соединения могут быть с гарантированными зазором или натягом, а также с переходными посадками [1]. Актуальностью их исследования является то, что в отличие от традиционных моментопередающих соединений профильные соединения имеют ряд эксплуатационных и технологических преимуществ:

- усталостная прочность профильных валов до 5-ти раз выше шлицевых;

- приработочный износ в 2,5…3 раза, а интенсивность установившегося износа в 1,8…2,4 раза меньше у РК-профильных соединений, чем у шлицевых [11, 2, 3]. При этом крутильная жесткость первых выше в 1,3…1,6 раза;

- износ эвольвентой поверхности зубьев зубчатых колес с РК-3 профильным соединением в редукторах [3] до 30% меньше, чем у шлицевых;

- шумовые характеристики коробок скоростей с РК-3 профильными соединениями в 3..5 раза меньше, чем у серийных шлицевых коробок горизонтально-фрезерного станка;

- весовая характеристика коробок скоростей и других узлов с профильными соединениями в некоторых случаях может быть уменьшена на 20% и более;

- профильные соединения типа РК-3 обладают свойством автоматического центрирования под передаваемой нагрузкой, что способствует уменьшению как дисбаланса и шумовых характеристик вращающихся узлов, так и их износа;

В инструментальном производстве применение в дисковых, червячных, цилиндрических, торцевых фрезах и других инструментах профильного соединения взамен шпоночного не только увеличивает прочность фрез, но и повышает их стойкость до 50% [2].

К достоинствам профильных соединений можно также отнести возможность применения упрочняющей технологии наклепа, раскатки, а также поверхностного напыления износостойких материалов на профильные поверхности валов и ступиц с последующей обработкой.

К недостаткам профильных соединений можно отнести наличие распорных усилий. В связи с их наличием не рекомендуется применять профильные соединения типа РК и КК с малым количеством граней в тех случаях когда:

- крутящий момент передается при одновременном осевом перемещении зубчатого колеса (в этом случае рекомендуется применять профильные соединения типа РКс и ККс);

- зубчатое колесо имеет тонкостенную ступицу.

Область применения таких соединений широка. Профильные соединения в практике машиностроения известны еще с XIV века [1]. В машиностроении зарубежных стран профильные соединения используются в коробках скоростей и гитарах токарных полуавтоматов, выпускаемых фирмой «Pitller», в двигателях строительных машин «Volvo», кузнечнопрессовом оборудовании и других механизмах и машинах.

Профильные соединения могут быть использованы как в силовых механизмах для передачи большого крутящего момента, так и кинематических для точной передачи вращательного движения при относительно небольших значениях крутящего момента, а также в реверсивных механизмах [2].

Существует множество разновидностей профильных соединений. Кривые профильных соединений можно разделить на два вида:

первый – непрерывные;

второй – прерывные (срезанные).

В свою очередь каждый из этих видов кривых профильных соединений делится на два подвида.

Первый подвид:

- профильные кривые с равноосным контуром, т. е. с нечетным количеством граней (РК – профиль: РК-1, РК-3, РК-5, РК-7 и т. д., где 1, 3, 5, 7 и т. д. – количество граней (кратность) профильной кривой);

- профильные кривые с криволинейным контуром, т. е. с четным количеством граней – КК-профиль (КК-2, КК-4, КК-6, КК-8 и т. д.).

Второй подвид:

- профильные кривые с равноосным контуром, у которых контурная кривая имеет срезанный по вершинам вид – РКс-профиль (РКс-1, РКс-3, РКс-5, РКс-7 и т. д.).

- профильные кривые с криволинейным контуром, у которых контурная кривая имеет срезанный по вершинам вид – ККс-профиль (ККс-2, ККс-4, ККс-6, ККс-8 и т. д.).

В машиностроении наиболее часто применяются следующие профильные соединения: с тремя гранями (РК-3); с тремя срезанными (РКс-3); с четырьмя срезанными (ККс-4) и с пятью гранями (РК-5 и РКс-5).

Предметом исследования являются РК-профильные соединения с числом граней, равным трем (РК-3). РК-3 профильное соединение обладает свойством равноосности (РК – равноосный кон-

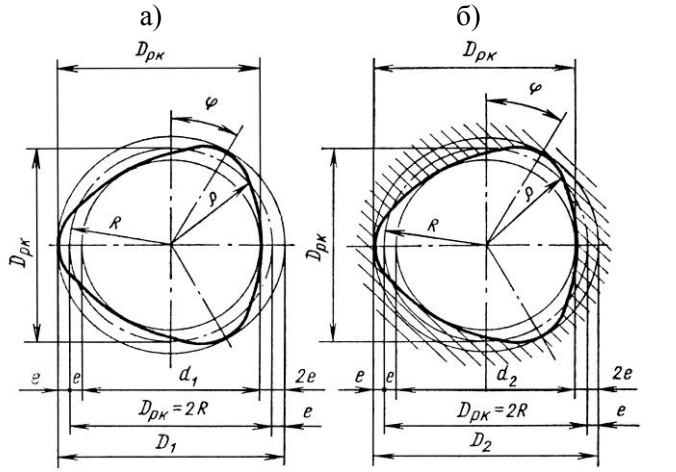
тур), что значит неизменность расстояния между двумя параллельными касательными.

Из литературных источников следует, что широкие исследования проводились для профильных соединений с равноосным контуром с гарантированным зазором. Установлено, что данный вид соединений может применяться для разборных неподвижных нереверсивных моментопередающих соединений.

В то же время научный интерес представляет исследование РК – профильных соединений с гарантированным натягом, которые могут применяться в качестве неразборных неподвижных реверсивных соединений в различных узлах станков и машин. Как показал литературный обзор, сведения о расчетах данного вида соединений не приведены или просто отсутствуют.

Целью исследования является разработка методов расчета и конструирования «РК-3» – профильных соединений с гарантированным натягом.

Пример РК-3 профильного вала и отверстия ступицы, а также их геометрические характеристики представлены на рис. 1.



	а) вал	б) отверстие
- диаметр вписанной окружности	d_1	d_2
- диаметр средней окружности (R – её радиус)	$D_{рк}=2R$	$D_{рк}=2R$
-диаметр описанной окружности	D_1	D_2
- диаметр срезанной окружности	$D_{рк}$	$D_{рк}$
- эксцентриситет профиля	e	e
- радиус-вектор профиля	ρ	ρ
- угловой параметр профиля	φ	φ

Рис. 1. РК–3 профильные детали

Для каждого соединения предусмотрена своя посадка, т.е. характер соединения сопрягаемых деталей, определяемый зазором или натягом, а именно разностью их размеров до сборки в соответствии с назначенным допуском. Посадки с гарантированным натягом применяют для получения неподвижных неразъёмных соединений, причём относительная неподвижность сопрягаемых деталей обеспечивается благодаря упругим деформациям, возникающим при соединении вала с отверстием ступицы. При этом наибольший предельный размер отверстия меньше наименьшего предельного размера вала или равен ему.

В то время как для цилиндрических соединений вала и ступицы в основном применяют посадки с натягом, типа: $\frac{H7}{p6}$, $\frac{H7}{r6}$, $\frac{H7}{s6}$, $\frac{H7}{t6}$ в системе отверстия, посадки с натягом в профильных соединениях типа РК слабо изучены.

Суть данной работы состоит в решении следующей задачи, а именно: определение законов распределения геометрических натягов, а также определение закона изменения погонной нагрузки, действующей по контуру профильной кривой, в случае, когда ступица насаживается с натягом на вал. Расчётная схема, поясняющая поставленную задачу, представлена на рис. 2.

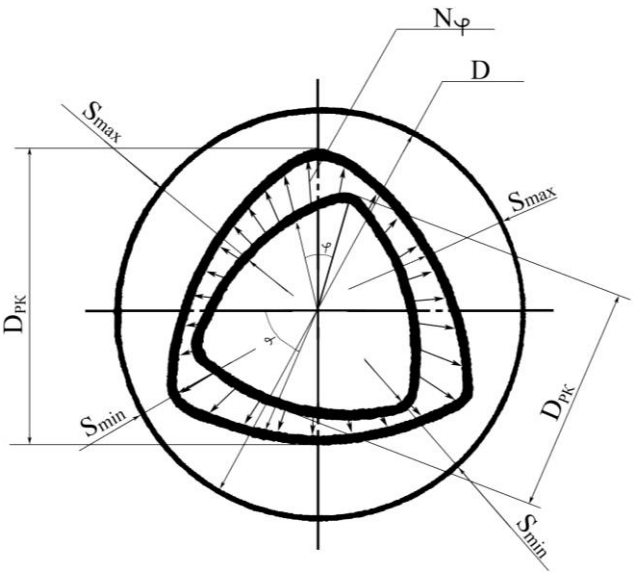


Рис. 2. Расчётная схема к определению напряжённо-деформированного состояния РК–3 профильного соединения вал–ступица

Для решения данной задачи доцентом, кандидатом технических наук Забайкальского института железнодорожного транспорта В.Ю. Линейцевым была разработана оригинальная программа, основанная на базе MathCAD. Алгоритм программы состоит из следующих процедур действий. На

основе диссертационных исследований доцента В.А. Ильиных [4] была получена зависимость контактного давления $P_к$ от крутящего момента $M_{кр}$ при расчёте РК–профильного соединения с зазором. Для аналитического отображения производилась «оцифровка» данной графической зависимости. Был получен массив данных. Затем производилась аппроксимация графиков по методу наименьших квадратов (МНК) при помощи подобранных математических функций. Далее по основным параметрам равноосного контура (расчётный диаметр, равный 50 мм, эксцентриситет, равный 1,8 мм, количество граней (кратность) равное трём, и угловой параметр профиля $\phi = 0,001..2\pi(рад.)$) выводились уравнения РК–3 профильной кривой в параметрическом виде в координатах *XY*, а затем в полярных координатах *ρ(φ)*. После расчета РК–3 профильной кривой проверялось построение контура РК-профиля. Задавались параметрические матрицы вышеуказанных посадок с натягом РК–профильного соединения диаметром 50 мм и определялись радиальный и нормальный натяги (мкм) в соединении при нагрузке. Была получена зависимость нормального натяга в соединении от крутящего момента, прикладываемого к РК-3 профильному соединению. Аппроксимировался график натяга по методу наименьших квадратов для интервала значений крутящего момента: 5 Н·м, 40 Н·м, 80 Н·м, 120 Н·м, 160 Н·м, 200 Н·м. После вышепроделанных процедур формировалась полная матрица результатов (см. табл. 1).

Как показал анализ результатов, геометрический нормальный натяг изменяется по гармоническому закону вида:

$$N_\varphi = A_{ni} \cdot \cos(3 \cdot \varphi + \psi_i) + N_r,$$

где A_{ni} – амплитуда аппроксимации натяга в мкм,

N_r – геометрический нормальный натяг в соединении, до приложения нагрузки, мкм;

ψ_i – фаза аппроксимации натяга в радианах,

$\phi = 0,001..2\pi(рад.)$ – угловой параметр профиля.

В соответствии с матрицей итоговых расчётных результатов, приведённых в программе, изменяя номер посадки и тип отклонения (натяг), получили табл. 1 с данными зависимости постоянной нагрузки и параметрами вышеприведенного уравнения.

Таблица 1

Числовые значения параметров от постоянной нагрузки и типа посадки

Тип посадки	Тип отклонения (натяг)	N_r, мкм	Крутящий момент M_i, Н·м					
			M_1= 5	M_2= 40	M_3= 80	M_4= 120	M_5= 160	M_6= 200
$\frac{H_7}{p_6}$	min	0,5	A_{n1}=1,2579 ψ_1=1,57105	A_{n2}=2,46597 ψ_2=1,5713	A_{n3}=3,1988 ψ_3=1,57144	A_{n4}=3,97553 ψ_4=1,5716	A_{n5}=4,6562 ψ_5=1,57174	A_{n6}=5,24442 ψ_6=1,57186
	max	21	A_{n1}=1,25796 ψ_1=1,57116	A_{n2}=2,46608 ψ_2=1,57135	A_{n3}=3,19895 ψ_3=1,57149	A_{n4}=3,97571 ψ_4=1,57164	A_{n5}=4,65641 ψ_5=1,57177	A_{n6}=5,24466 ψ_6=1,57188
$\frac{H_7}{r_6}$	min	4,5	A_{n1}=1,2579 ψ_1=1,57108	A_{n2}=2,46597 ψ_2=1,57131	A_{n3}=3,1988 ψ_3=1,57146	A_{n4}=3,97553 ψ_4=1,57161	A_{n5}=4,6562 ψ_5=1,57175	A_{n6}=5,24442 ψ_6=1,57186
	max	25	A_{n1}=1,25796 ψ_1=1,57121	A_{n2}=2,46608 ψ_2=1,57137	A_{n3}=3,19895 ψ_3=1,5715	A_{n4}=3,97571 ψ_4=1,57165	A_{n5}=4,65641 ψ_5=1,57178	A_{n6}=5,24466 ψ_6=1,57189
$\frac{H_7}{s_6}$	min	9	A_{n1}=1,2579 ψ_1=1,57113	A_{n2}=2,46597 ψ_2=1,57133	A_{n3}=3,1988 ψ_3=1,57147	A_{n4}=3,97553 ψ_4=1,57162	A_{n5}=4,6562 ψ_5=1,57176	A_{n6}=5,24442 ψ_6=1,57187
	max	29,5	A_{n1}=1,25796 ψ_1=1,57127	A_{n2}=2,46608 ψ_2=1,57141	A_{n3}=3,19895 ψ_3=1,57153	A_{n4}=3,97571 ψ_4=1,57167	A_{n5}=4,65641 ψ_5=1,5718	A_{n6}=5,24466 ψ_6=1,57191
$\frac{H_7}{t_6}$	min	14,5	A_{n1}=1,2579 ψ_1=1,57119	A_{n2}=2,46597 ψ_2=1,57137	A_{n3}=3,1988 ψ_3=1,5715	A_{n4}=3,97553 ψ_4=1,57164	A_{n5}=4,6562 ψ_5=1,57178	A_{n6}=5,24442 ψ_6=1,57189
	max	35	A_{n1}=1,25796 ψ_1=1,57136	A_{n2}=2,46608 ψ_2=1,57145	A_{n3}=3,19895 ψ_3=1,57156	A_{n4}=3,97571 ψ_4=1,57169	A_{n5}=4,65641 ψ_5=1,57182	A_{n6}=5,24466 ψ_6=1,57193

Используя числовые значения параметров табл. 1, можно вычислить, задав тип посадки, тип натяга (*max* или *min*) и величину нагрузки, значе-

ние интересующей нас функции N_φ в зависимости от угла внедрения φ профиля вала.

Примерный вид РК-3 профильного соединения под действием нагрузки и без нагрузки представлен на рис. 3.

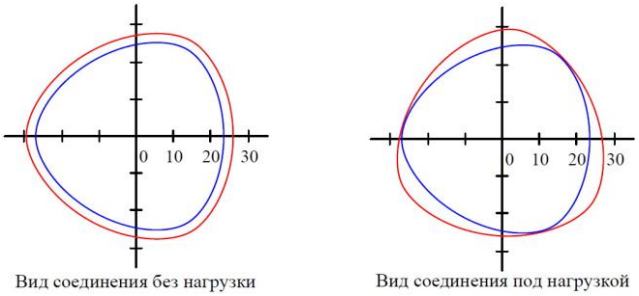


Рис. 3. РК–3 профильное соединение под действием нагрузки и без нагрузки

По результатам работы можно сделать следующие выводы:

- определен аналитический вид изменения геометрического нормального натяга в РК-профильном соединении. Установлен гармонический вид его изменения;

- получены числовые результаты параметров уравнения геометрического нормального натяга в РК-профильном соединении для различных посадок с натягом от внешней нагрузки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Моргунов А.П. Разработка и обеспечение прочности профильных неподвижных неразъемных соединений. Автореферат дис. на соиск. ученой степени докт. техн. наук, Омск, Ом ГТУ, 1998 – 38 с.
2. Тимченко А.И. РК-профильные соединения и их применение в различных отраслях промышленности // СТИН.- 1993.– № 2. – С. 13-18.
3. Индаков Н.С. Технологическое управление эксплутационными свойствами РК-профильных соединений. – Автореферат. Брянский институт транспортного машиностроения, 1979, с. 21.
4. Ильиных В.А. Расчет и выбор конструктивных параметров профильных соединений с равноосным контуром. Автореферат дис. на соиск. ученой степени канд. техн. наук. – М.: МВТУ, 1987. – 16 с.
5. Косов М. Г. Автореферат дис. на соиск. ученой степени канд. техн. наук. – М.: Станкин, 1986 – 24 с.
6. Лашнев С.И., Борисов А.Н., Емельянов С.Г. Геометрическая теория формирования поверхностей режущими инструментами: Монография/ Курск. гос. техн. ун-т. – Курск, 1997. – 391 с.

УДК 629.46

Налабордин Денис Геннадьевич,

ассистент кафедры «ВиВХ» ЗабИЖТ, тел.: 89144356571

ОЦЕНКА ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОЙ ЭКСПЛУАТАЦИИ ГРУЗОВЫХ ВАГОНОВ

D.G. Nalabordin

ASSESSMENT OF SAFE OPERATION OF FREIGHT CARS

Аннотация. *В статье рассмотрены вопросы безопасной эксплуатации грузовых вагонов и значимость факторов, определяющих степень риска транспортного происшествия при существующем уровне качества выполнения плановых ремонтов.*

Ключевые слова: *безопасность движения поездов, риск транспортного происшествия.*

Abstract. *The article discusses the safe operation of freight cars and the importance of factors determining the risk of accident at the existing level of quality of performance of planned repairs.*

Keywords: *traffic safety, the of accident.*

Для обеспечения безопасности движения в условиях перехода на новую систему планово-предупредительного ремонта и увеличения межремонтного ресурса грузовых вагонов необходимо не просто устранять причины допущенных нарушений безопасности, но и создать эффективную систему предупреждения на основе глубокого анализа статистической информации об отказах. Это необходимо для того, чтобы принять все меры и, по возможности, исключить в дальнейшем вероятность нарушения безопасности.

Подобный подход необходим для создания управленческих инструментов и механизмов, которые позволят своевременно принять меры по выявлению возможных рисков и воздействовать на них до наступления отказа.

Известно, что до 40% всех нарушений безопасности движения приходится на вагонное и путевое хозяйства. При этом по числу браков в работе вагонное хозяйство лидирует. Так, по данным ОАО «РЖД», каждый третий случай брака от общего их числа на сети дорог происходит по вине вагонного хозяйства, каждый третий сход подвижного состава в организованных поездах – из-за технической неисправности вагонов.

Транспортное происшествие, приводящее к нарушению безопасности движения в поездной и маневровой работе, на железных дорогах классифицируется на следующие виды:

- крушение;
- авария;
- особые случаи брака в работе;
- случаи брака в работе.

Любое из мероприятий, направленных на устранение причин транспортных происшествий, для своей реализации требует определенных ресурсов – материальных, трудовых, финансовых – и затрат времени. Поэтому необходимо учитывать эффективность мероприятий, которые обычно включаются в отраслевые программы обеспечения безопасности. Перед транспортной наукой стоит задача создания методологической основы для оценок эффективности мероприятий по обеспечению безопасности движения.

Для решения этой непростой задачи нужен системный подход, в основе которого должна лежать концепция обеспечения безопасности движения, в качестве которой уместна известная в теории надежности идея глубокого эшелонирования защиты рассматриваемого объекта (вагона) от аварий.

Как известно, не существует абсолютной безопасности в любой деятельности, и особенно это касается атомной энергетики, химического производства, железнодорожного, автомобильного и авиационного транспорта. Поэтому цель системы обеспечения безопасности движения должна состоять в достижении допустимого ее уровня.

В соответствии с ГОСТ Р 22.2.08-96 [1] под безопасностью по параметрам движения поезда технического средства понимается свойство технического средства железнодорожной транспортной системы не иметь опасных по параметрам движения поезда отказов за расчетное время. В свою очередь под опасным по параметрам движения поезда отказом технического средства подразумевается отказ технического средства железнодорожной транспортной системы, в результате воздействия которого движение поезда переходит в опасное состояние.

Под опасным отказом вагона следует понимать событие, состоящее в переходе его в аварийное состояние – состояние, которое при наложении на него рокового сочетания обстоятельств может немедленно привести к транспортному происшествию с весьма тяжелыми последствиями – к аварии или крушению поезда. Переход конструкций, в том числе вагонных, в это состояние происходит из-за недостаточной прочности или ее исчерпании в процессе эксплуатации, низкого качества и несвоевременности ремонта и так далее.

Часть из подобных причин являются объективными. Так, пока не существует технических средств контроля процесса накопления усталостных повреждений в материале конструкции, следовательно, не существует и фиксации предпредельного состояния. В результате наступает момент, случайный, для обслуживающего персонала, когда вследствие цикличности нагружения запас прочности в материале будет исчерпан – материал переходит в хрупкое состояние, разрушение в этом смысле может наступить в любой момент времени при напряжениях ниже допускаемых.

К тому же вагонные конструкции имеют один существенный недостаток – ограниченную контролепригодность некоторых ответственных несущих узлов в условиях эксплуатации относительно повреждений, имеющих внешние признаки. Для грузовых вагонов упомянутый недостаток особенно опасен из-за специфической формы их эксплуатации – обезличенной.

Вследствие указанных выше причин, присутствие брака в работе осмотрщиков и определенной живучести конструкции вполне реальна ситуация, когда вагон какое-то время находится в так называемом скрытом (для всех) аварийном состоянии, но используется в перевозочном процессе как исправный.

Пребывание вагона в скрытом аварийном состоянии может завершиться либо постановкой его в плановый ремонт (просто пришло время), либо обнаружением опасного повреждения узла вагона с последующей отцепкой вагона в текущий ремонт, либо переходом собственно вагона в очевидное для всех состояние полной потери работоспособности (сход с рельсов, разрыв автосцепки и др.) с соответствующими последствиями той или иной тяжести. При этом для выявления причины транспортного происшествия (какая деталь отка-

зала, почему и по чьей вине) нередко требуются достаточно сложные разбирательства с привлечением экспертов.

Для грузового вагона под риском аварии наиболее естественно понимать вероятность потери информации о его техническом состоянии. При разработке модели эксплуатационной безопасности вагона (в соответствии с [4]) выделяется три основных этапа получения показателя риска аварии.

Первый этап – получение данных о наработках грузовых вагонов в скрытом аварийном состоянии в условиях нормальной их эксплуатации на сети железных дорог.

Второй этап – обоснование типа порождающего закона распределения вероятностей, то есть функции, с помощью которой следует аппроксимировать полученные наработки вагонов соответствующему закону распределения.

Третий этап – получение точечных оценок параметров функции распределения.

В ОАО «РЖД» намечены практические шаги по повышению надежности грузовых вагонов и готовности их к перевозкам, основным из которых является полный переход от плановой системы деповского ремонта грузовых вагонов по календарному сроку к ремонту вагонов по объему выполненной работы (рис. 1).

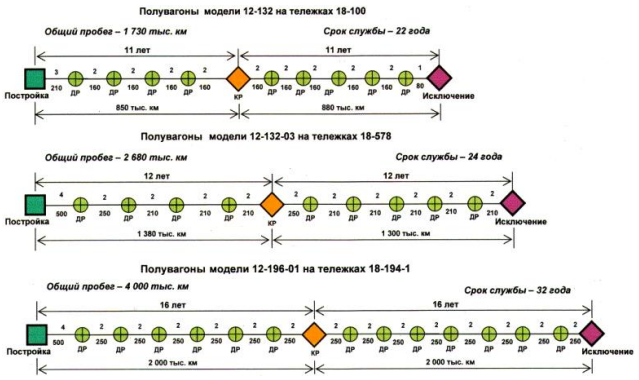


Рис. 1. Существующая и планируемая системы ремонта полувагонов

Ремонты подвижного состава будут оптимизированы за счет:

- сбора и систематизации информации о техническом состоянии оборудования и узлов с использованием результатов их диагностирования и учета конкретных условий эксплуатации подвижного состава;

- анализ статистических данных показателей долговечности и безотказности оборудования, деталей и узлов агрегатов;

- интегральной оценки изменения технического состояния с определением оптимальной структуры ремонтного цикла для каждого типа подвижного состава.

Однако, по данным ОАО «РЖД», в настоящее время на дорогах России каждый грузовой вагон рабочего парка в среднем 2-3 раза в год поступает в текущий ремонт. Так, в среднем за год отцепляется 1 250 тыс. вагонов. При этом основной причиной отцепок грузовых вагонов в межремонтном периоде является низкое качество выполнения их планово-предупредительных (деповских, капитальных) ремонтов.

В настоящей статье рассмотрена модель безопасности грузового вагона для случаев, когда вагон после планового ремонта сдается в эксплуатацию в неисправном состоянии. То есть переход в неисправное состояние заложен при плановом ремонте или, другими словами, не обеспечено полное восстановление объекта в соответствии с требованиями нормативно-технической и конструкторской документации.

Графически модель представлена на рис. 2, при этом считается, что время появления опасного повреждения совпадает со временем сдачи вагона в эксплуатацию после планового ремонта. Другими словами, первая отцепка грузового вагона в текущий ремонт для рассматриваемого случая будет являться производственным отказом.

Напомним, что в соответствие с ГОСТ 27.002 – 89 [2] под производственным отказом понимается отказ, возникший в результате несовершенства или нарушения установленного процесса изготовления или ремонта объекта, выполнявшегося на ремонтном предприятии.

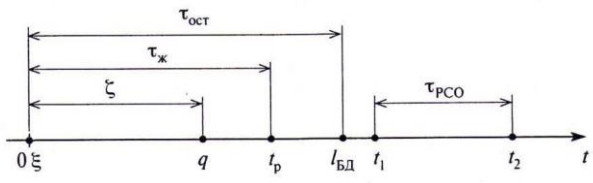


Рис. 2. Вариант выхода вагона из САС

На рисунке приняты следующие обозначения: ξ и q – наработка вагона до появления и обнаружения опасного повреждения соответственно; $l_{БД}$ – заранее планируемый момент постановки вагона в глубокую диагностику (или в ремонт); t_P – момент полной потери работоспособности вагона; t_1 и t_2 – соответственно момент начала и окончания действия РСО; $\tau_{ж}$ – живучесть конструкции; $\tau_{ост} = l_{БД} - \xi$ – наработка аварийного вагона до ближайшего планового ремонта (деповского или

капитального) или глубокой диагностики; ζ – промежуток времени между моментами появления и обнаружения опасного отказа *($\zeta = q - \xi$)*; $\tau_{PCO} = t_1 - t_2$ – продолжительность действия РСО.

Понятно, что величины ζ, q, ξ, $\tau_{ж}$, $\tau_{ост}$, t_p, t_1, t_2, являются случайными, а на рис. 2 показаны их конкретные реализации.

Для получения массива данных по наработкам грузовых вагонов до первого производственного отказа в течение 2009 года в эксплуатационных вагонных депо Забайкальской железной дороге проводилось техническое обследование грузовых вагонов. По каждому грузовому вагону заполнялся контрольный листок его технического состояния, в котором регистрировались все необходимые параметры и давалось комиссионное заключение о причине отказа. На все вагоны, отцепленные по производственной причине, оформлялись акты-рекламации по форме ВУ-41М. При этом учитывалась только та номенклатура повреждений, вследствие которых при переходе вагона в неработоспособное состояние существует наибольшая вероятность риска исхода транспортного происшествия. В качестве основных причин отцепок рассматривались отцепки, связанные с обнаружением трещин несущих элементов кузова (обрыв сварных швов стоек, поперечных промежуточных, шкворневых балок, трещины в хребтовой балке), ходовых частей (тележек и колесных пар), автосцепного устройства, неисправности поглощающих аппаратов и т. п.

В данном случае, согласно ГОСТ 27.002-89, план наблюдений за объектами соответствует плану испытаний на надежность [NUN], по которому одновременно испытывают N объектов. Отказавшие во время испытания объекты не восстанавливают и не заменяют, испытания прекращают, когда число отказавших объектов достигло r (N = r).

В соответствии с ГОСТ 27.502-83 «Система сбора и обработки информации. Планирование наблюдений» [3] достаточный объем выборочной совокупности объектов для плана испытаний [NUN] при доверительной вероятности 0,99 и предельной относительной ошибке не более 0,05 – 100 объектов (вагонов).

Фрагмент выборочной совокупности грузовых вагонов представлен в табл. 1.

В табл. 2 представлен фрагмент статистического ряда эмпирических значений наработок грузовых вагонов.

Таблица 1

Фрагмент выборочной совокупности наработок грузовых вагонов до первого производственного отказа

№	Номер вагона	Наработка до первого отказа, км	Причина отказа
1	65051021	13560	Неисправность поглощающего аппарата
2	61977559	9375	Обрыв сварного шва стойки кузова вагона
3	64373434	32780	Обрыв балок по сварке, разрыв накладок
4	61425526	5677	Трещина боковой рамы тележки
5	61564803	10560	Трещина или излом надрессорной балки
6	63449771	25678	Трещина или излом надрессорной балки
7	61898441	2545	Обрыв сварного шва стойки кузова вагона
8	61840641	4565	Трещина корпуса поглощающего аппарата
9	61849261	11720	Трещина боковой рамы тележки
10	63634729	3476	Трещина корпуса автосцепки
11	65523649	23655	Повреждение обвязочных брусьев
12	63524235	7355	Повреждение крепления двери
13	61797379	14575	Трещина корпуса поглощающего аппарата
…	…	…	…
100	67241174	21343	Обрыв балок по сварке, разрыв накладок

Таблица 2

Фрагмент статистического распределения наработок выборочной совокупности грузовых вагонов до первого производственного отказа

	(0; 10)	(10; 20)	(20; 30)	(30; 40)	….	(80; 90)
m_i	12	31	24	14	….	1

Аппроксимация эмпирических частот закону гамма-распределения выполнена с помощью программного комплекса Statistica 6.0. Порядок выравнивания эмпирических частот теоретическим значениям приведен в табл. 3.

Эмпирическое среднее значение случайной величины, дисперсии и среднего квадратичного отклонения равны соответственно:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i m_i}{N} = \frac{450}{9} = 50$$

$$D(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{n} m_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{63200}{450} = 140{,}44$$

$$\sigma(x) = \sqrt{D(x)} = \sqrt{140{,}44} = 11{,}85.$$

Определены параметры распределения:

$$\lambda = \frac{\bar{x}}{D(x)} = \frac{50}{140{,}44} = 0{,}36.$$

$$\eta = \lambda \bar{x} = 0{,}36 \cdot 50 = 18.$$

Таблица 3

Выравнивание эмпирических данных – наработок грузовых вагонов закону гамма-распределения

№	x_i	m_i	$t_i = 2\lambda x_i$	$f(x)$	m_i'	$\frac{(m_i - m_i')^2}{m_i'}$
1	2	3	4	5	6	7
1	10	12	7,2	0,01130	11,30	0,15
2	20	31	14,4	0,02864	28,64	0,19
3	30	24	21,6	0,02588	25,88	0,71
4	40	14	28,8	0,01671	16,71	0,44
5	50	8	36,0	0,00916	9,16	0,15
6	60	5	43,2	0,00455	4,55	0,04
7	70	3	50,4	0,00212	2,12	0,37
8	80	2	57,6	0,00095	0,95	1,16
9	90	1	64,8	0,00070	0,70	0,13
∑	450	100	---	---	100,01	3,34

В качестве согласованности эмпирических частот теоретическому закону распределения был использован критерий Пирсона, согласно которому (при значении критерия χ^2 = 3,34 вероятность равна P = 0,7639) можно считать, что закон гамма-распределения достаточно удовлетворительно воспроизводит заданное статистическое распределение.

Гистограмма распределения частот наработок грузовых вагонов до первого производственного отказа в сравнении с кривой плотности гамма-распределения представлена на рис. 3.

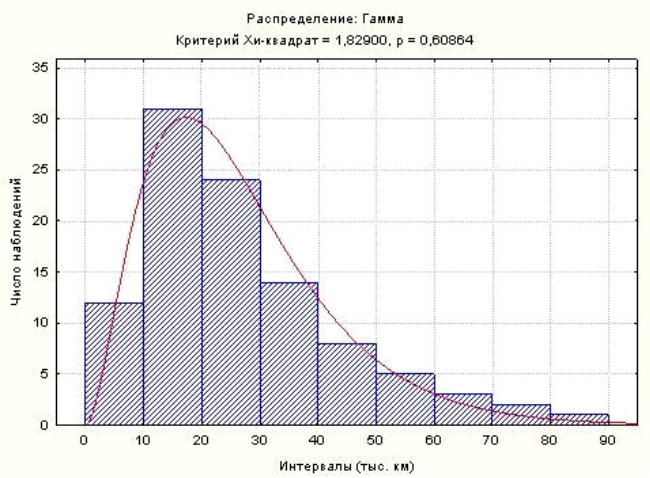


Рис. 3. Гистограмма частот наработок грузовых вагонов до первого производственного отказа

Таким образом, в результате проведенного исследования получен закон распределения риска транспортного происшествия для случаев, когда первая причина отказа грузового вагона в эксплуатации является производственной. При этом случайная величина – наработка вагона до первого отказа – подчиняется закону гамма-распределения с плотностью вероятностей

$$\varphi(t) = \frac{1}{2^{\eta}(\eta - 1)!} t^{\eta - 1} e^{-\frac{t}{2}}, \text{ при } t = 2\lambda x.$$

Стоит также отметить, что переход на новую систему планово-предупредительного ремонта по фактически исполненному пробегу в условиях повышения межремонтного ресурса грузовых вагонов с обеспечением надлежащей (гарантированной) безопасности движения возможен только с одновременным внедрением мероприятий, направленных на повышение качества ремонта и технического обслуживания вагонов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Безопасность в чрезвычайных ситуациях. Безопасность движения поездов. Термины и определения. ГОСТ 22.2.08.-96. – М.: Изд-во стандартов, 1997. – 25 с.
2. Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения. ГОСТ 27.002-89. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 37 с.
3. Надежность в технике. Система сбора и обработки информации. Планирование наблюдений. ГОСТ 27.502-89. – М.: Изд-во стандартов, 1990. – 23 с.
4. Вагонное хозяйство: учебник для вузов ж.-д. транспорта / П.А. Устич, И.И. Хаба, В.А. Ива-

шов и др.; под ред. П.А. Устича. – М.: Маршрут, 2003. – 560 с.
5. Статистические методы обработки эмпирических данных. ВНИИНМАШ – М.: Изд-во стандартов, 1978. – 230 с.
6. Ивановский Р.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Основы, прикладные аспекты с примерами и задачами в среде MathCAD. Учебное пособие. «БХВ – Петербург». – 2008 г. – 528 с.
7. Халафян А.А. Statistica 6. Статистический анализ данных. 3-е изд. Учебник – М.: ООО «Бином-Пресс», 2007. – 512 с.

УДК 614.841.3

Полянский Иван Сергеевич,
преподаватель кафедры Математики и информатики
ФГОУ ВПО Восточно-Сибирский институт МВД РФ,тел.: (3952) 41-11-17, e-mail: ipolanskiy@mail.ru
Аршинский Леонид Вадимович,
д.т.н., доцент, начальник факультета послевузовского профессионального образования
ФГОУ ВПО Восточно-Сибирский институт МВД РФ, тел.: (3952) 41-07-49, e-mail: larsh@mail.ru

ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМЫ ПРОТИВОПОЖАРНОЙ ЗАЩИТЫ ОБЪЕКТОВ ВОСТОЧНО-СИБИРСКОЙ ЖЕЛЕЗНОЙ ДОРОГИ (ПО МАТЕРИАЛАМ 2003-2008 гг.)

I.S. Polyanskiy, L.A. Arshinskiy

EVALUATING THE EFFECTIVENESS OF FIRE PROTECTION FACILITIES OF THE EAST-SIBERIAN RAILWAY (BASED ON 2003-2008)

Аннотация. *В статье проанализированы пожары на объектах Восточно-Сибирской железной дороги за период с 2003 по 2008 гг. На основе рассмотренных данных оценены риски пожаров на стационарных объектах и подвижном составе дороги за рассматриваемый период. Оценки выполнялись с помощью качественных и количественных показателей рисковых событий и матрицы качественно-количественных характеристик риска.*

Ключевые слова: *пожар, пожарные риски, управление рисками.*

Abstract. *The article analyzes the fires at the facilities of the East-Siberian railway for the period from 2003 to 2008. Based on its review of data assessed the risks of fires in fixed installations and rolling stock of the road during the period. Ratings were carried out using qualitative and quantitative indicators of risk events and matrix of qualitative and quantitative characteristics of risk.*

Keywords: *fire, fire risk, risk management.*

В настоящее время на железнодорожный транспорт приходится 70% от всех перевозок, осуществляемых в России различными видами транспорта. Большая напряженность работы железнодорожного транспорта предъявляет высокие требования к качеству обслуживания, своевременную доставку пассажиров и грузов. Одной из таких помех этому могут служить аварии различного характера, в том числе приводящие к пожарам. Исключением не является и Восточно-Сибирская железная дорога (далее ВСЖД). За период с 2003 по 2008 гг. на ней произошло 87 пожаров. При этом, как показывает анализ, основное их количество 46 (53%) произошло на стационарных объектах (на январь 2009 года – 2 933 объекта) и 41 (47%) на подвижном составе (на январь 2009 года – 2 931 объекта) [2]. Классификация пожаров по местам возникновения представлена на рис. 1.

Рис. 1. Места возникновения пожаров на ВСЖД

Ущерб от пожаров на стационарных объектах составил более 17 млн руб., что достаточно много. Еще большим оказался ущерб от пожаров на подвижном составе – более 37 млн. руб. Более подробно распределение пожаров по местам их возникновения за рассматриваемый период и ущерб от них представлены в табл. 1.

Таблица 1

Места возникновения пожаров на объектах ВСЖД в 2003-2008 гг.

Год	Пожары на ВСЖД		Всего	Ущерб, руб.
	на подвижном составе	на стационарных объектах		
	Кол-во	Кол-во	Кол-во	
2003	6	12	**18**	10462060
2004	5	9	**14**	11195568
2005	8	7	**15**	11672919
2006	9	5	**14**	4609155
2007	3	5	**8**	1785781
2008	10	8	**18**	15 450 692
Итого	**41**	**46**	**87**	**55176175**

Практический интерес представляет также классификация пожаров по их причинам (рис. 2).

Видно, что основными причинами возникновения пожаров на ВСЖД за этот период (в порядке убывания) явились:

- техническая неисправность;
- неосторожное обращение с огнем;
- нарушение правил пожарной безопасности;
- поджоги;
- халатность обслуживающего персонала.

Достаточно много пожаров вошло в раздел «Прочие».

Как видно из рис. 2, основными причинами возникновения пожаров стали техническая неисправность оборудования – 31 пожар (35,63 %), неосторожное обращение огнем – 18 пожаров (20,68%), нарушение правил пожарной безопасности – 12 пожаров (13,79 %).

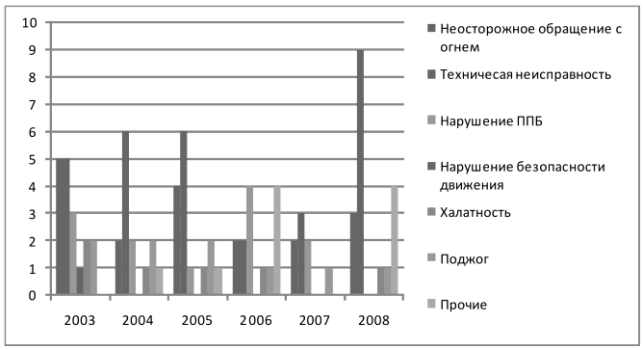


Рис. 2. Причины возникновения пожаров

В целом с 2003 по 2008 гг. на ВСЖД из-за отказа оборудования произошло 35 пожаров – 40 % от их общего количества. В то же время по вине человека произошло 52 пожара, или 60 %.

Интересна динамика числа пожаров за рассматриваемый период и ущерб от них, представленные на рис. 3, рис. 4.

Рис. 3. Общее количество пожаров по годам на ВСЖД

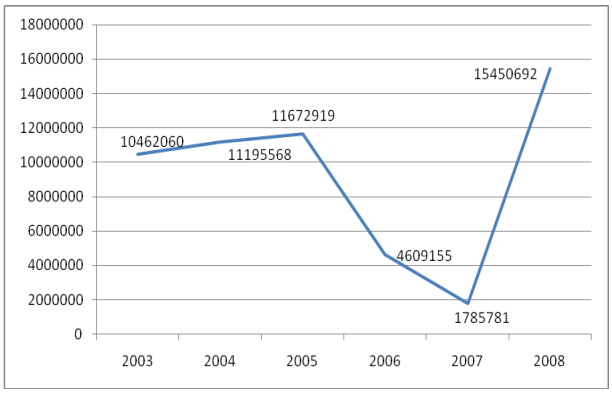


Рис. 4. Общий ущерб от пожаров на ВСЖД, руб.

Видно, что с 2003 по 2007 гг. наблюдалась устойчивая тенденция к снижению числа пожаров и сокращение ущерба от них, что связано с усилением контроля со стороны руководства ВСЖД за правилами безопасности при обращении с огнем, а также с внедрением новейших систем автоматической пожарной сигнализации и пожаротушения на подвижном составе. Однако, несмотря на это в 2008 году произошло несколько крупных пожаров на тяговом составе, нанесших крупный материальный ущерб, что и отобразилось на графиках.

Современный подход к оценке эффективности системы пожарной безопасности опирается на понятие риска. Согласно общепринятой методике [3], риск деструктивного события (в нашем случае пожара) определяется как:

$$R = PU, \qquad (1)$$

где P – вероятность наступления деструктивного события; U – среднее значение ущерба от него.

Под вероятностью подразумевается какая-либо частотная характеристика наступления неблагоприятного события.

Опираясь на это определение и привлекая имеющуюся статистику, оценим риски возникновения пожара на стационарных объектах и подвижном составе ВСЖД.

За величину P в (1) обычно принимают выражение [3]:

$$R_{\text{п}} = \frac{N_{\text{об}}^{\text{пож}}}{N_{\text{об}} \cdot T} \quad \left[\frac{\text{пожар}}{\text{объект·год}}\right], \qquad (2)$$

где $N_{\text{об}}^{\text{пож}}$ – общее количество пожаров на объектах заданного типа за T лет, $N_{\text{об}}$ – число таких объектов.

Средний ущерб от одного пожара вычисляется по формуле:

$$\overline{C_{\text{у}}} = \frac{C_{\text{у}}^{\text{пож}}}{N_{\text{пож}}^{\text{об}}} \quad \left[\frac{\text{рублей}}{\text{пожар}}\right], \qquad (3)$$

где $C_{\text{у}}^{\text{пож}}$ – суммарный ущерб от пожаров на объектах заданного типа за рассматриваемый период.

Тогда риск возникновения пожара на одном объекте данного типа за год будет равен:

$$R^{\text{у}} = \frac{N_{\text{об}}^{\text{пож}}}{N_{\text{об}} \cdot T} \cdot \frac{C_{\text{у}}^{\text{пож}}}{N_{\text{об}}^{\text{пож}}} = \frac{C_{\text{у}}^{\text{пож}}}{N_{\text{об}} \cdot T} \quad \left[\frac{\text{рублей}}{\text{объект·год}}\right]. \qquad (4)$$

В частности рассчитывая по (2) вероятность возникновения пожара на подвижном составе ВСЖД, принимая во внимание табл. 2, получаем:

$$R_{\text{подв}} = \frac{41}{2931 \cdot 6} = 0{,}0023 \quad \left[\frac{\text{пожар}}{\text{объект·год}}\right]. \qquad (5)$$

Аналогично вероятность возникновения пожара на стационарных объектах ВСЖД составляет:

$$R_{\text{стац}} = \frac{46}{2931 \cdot 6} = 0{,}0026 \quad \left[\frac{\text{пожар}}{\text{объект·год}}\right]. \qquad (6)$$

Средний ущерб от одного пожара на подвижном составе и на стационарных объектах составляет:

$$\overline{C_{\text{у}}} = \frac{38101571}{41} = 929307 \quad \left[\frac{\text{рублей}}{\text{пожар}}\right] \qquad (7)$$

на подвижном составе и

$$\overline{C_{\text{у}}} = \frac{17074604}{46} = 371187 \quad \left[\frac{\text{рублей}}{\text{пожар}}\right], \qquad (8)$$

на стационарных объектах.

Учитывая (2)-(8), получаем следующие значения риска:

– на подвижном составе R = 0,0023 · 929307 = 2137 руб./объект в год.;

– на стационарных объектах R = 0,0026 · 371187 = 965,8 руб./объект в год..

В теории рисков для обеспечения сравнимости степени риска для различных сфер деятельности используется система таблиц, связывающих количественные и качественные показатели рисков (табл. 3-6) [4].

Таблица 3

Качественное описание характеристик последствий происшествий

Уровень последствий	Степень последствий	Описание последствий	Соответствующая количественная оценка ущерба долл./авария
1	Незначительные	Отсутствие травм, незначительные повреждения, выбросы, сбросы	<1000
2	Малые	Малые повреждения, незначительные травмы, быстрая ликвидация последствий собственными силами	1000…10000
3	Умеренные	Повреждения средней тяжести, несущественные нарушения функций объекта, травмы с временной потерей трудоспособности, наличие аварийных сбросов, выбросов	10000…100000
4	Значительные	Несчастные случаи с длительной потерей трудоспособности, небольшие разрушения, существенные нарушения функций объекта, значительные аварийные сбросы, выбросы	100000...1000000

Окончание табл. 3

5	Катастрофические	Смертельные случаи, значительные разрушения, полное нарушение функций объекта, ликвидация последствий требует значительных ресурсов	>1000000

Таблица 4

Качественное описание характеристик реализуемости события

Уровень реализуемости	Степень реализуемости	Описание реализуемости	Соответствующая количественная оценка вероятности события, 1/год
1	Невероятно	Событие может произойти только в исключительных обстоятельствах. Можно полагать, что оно не произойдет за все время существования системы	<0,001
2	Маловероятно	Событие может случиться, но весьма редко, т.е вряд ли произойдет за время существования системы, но его нельзя исключать из рассмотрения	0,001…0,01
3	Вероятно	Может произойти в некоторых случаях (происходит в среднем один раз на протяжении времени существования системы)	0,01…0,1
4	Весьма вероятно	Вероятно будет происходить в большинстве обстоятельств (происходит несколько раз на протяжении времени существования системы)	0,1…0,5
5	Почти наверняка	Ожидается, что событие будет происходить при всех обстоятельствах. Для системы происходит достаточно часто на протяжении времени ее существования	>0.5

Основываясь на результатах из табл. 3 и 4 с помощью табл. 5 определяют еще одну характеристику риска *R*.

После чего, принимая во внимание полученную из табл. 5 величину *R*, с помощью табл. 6 окончательно получают его качественную, агрегированную характеристику.

Таблица 5

Матрица качественно-количественных характеристик риска *R*

Последствия (из табл. 4) / Реализуемость (из табл. 5)	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20
5	5	10	15	20	25

Таблица 6

Качественная характеристика риска

Категория риска	R	Характеристика	Приемлемость
Экстремальный	>20	Необходимы немедленные действия	Недопустимый
Высокий	16-20	Необходимо повышенное внимание высшего руководства и ответственных лиц	
Средний	11-15	Необходимо определение ответственных лиц	Ограниченно допустимый
Низкий	5-10	Применяются обычные процедуры управления	
Пренебрежимый	<5		Безусловно допустимый

Используя табл. 3-6, а также принимая во внимание приведенные выше статистические данные, выполним необходимые оценки. При этом, учитывая, что за рассматриваемый период (2003–2008 гг.) курс доллара, по данным ЦБ РФ, колебался от 24 до 30 рублей за один доллар, примем среднее значение этого курса 27 рублей за 1 доллар.

По статистическим сведениям, средний ущерб от пожаров на подвижном составе ВСЖД в рассматриваемый период составил 929 307 рублей, что приравнивается к 34 418 долларам. В то же время частота возникновения пожара на одном объекте составила 0,0023 пожаров в год. На основе указанных таблиц получаем, что риск пожара на подвижном составе, по данным 2003-2008 гг., является низким (*ограниченно допустимым)*.

Аналогично, средний ущерб от пожаров на стационарных объектах составил 371 187 рублей, что соответствует 13 747 долларам. Частота возникновения пожара – 0,0026 пожаров в год. Согласно табл. 3–6, *риск* пожара на стационарных объектах также получился низким (*ограниченно допустимым)*.

Произведенные расчеты показывают, что несмотря на относительный рост числа пожаров на ВСЖД в 2008 г., в целом уровень пожарного риска на ней является низким и ограниченно-допустимым (показатель *R* в обоих случаях равен 6, т.е. риск близок к пренебрежимому). Это позитивный момент и его следует принимать во внимание при принятии решений по противопожарному страхованию объектов дороги. Тем не менее риск все же не является пренебрежимым, и если не принять необходимых мер и неблагоприятные тенденции 2008 г. сохранятся, он вполне может перейти в категорию недопустимого.

Попутно отметим, что во многих странах мира, в том числе и в России, существует понятие «крупный пожар». Основным определяющим фактором таких пожаров является нанесенный материальный ущерб. В РФ рубеж, от которого пожар считается крупным, в настоящее время составляет 2 052 тыс. руб. [5]. Представленные данные [2] показывают, что на ВСЖД такие пожары могут возникать ежегодно.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гольдин С.Л. Правовые основы управления в сфере безопасности на железнодорожном транспорте. Национальный журнал-каталог «Транспортная безопасность и технологии», № 4 (5), 206 с., стр. 80.
2. Книга учета пожаров на стационарных объектах и подвижном составе ВСЖД – филиала ОАО «РЖД».
3. Пожарные риски. Вып.1 Основные понятия / Под ред. Н.Н. Брушлинского. – М.: ФГУ ВНИИПО МЧС России, 2004. – 57 с.
4. Риски в природе, техносфере, обществе и экономике / В.А. Акимов, В.В. Лесных, Н.Н. Радаев; МЧС России. – М: Деловой экспресс, 2004. – 32 с.
5. Пожарные риски. Вып.3 Прогнозирование динамики пожарных рисков / под ред. Н.Н. Брушлинского. – М.: ФГУ ВНИИПО МЧС России, 2004. – 64 с.

УДК 62.53

Ешенко Анатолий Андреевич,
к.т.н., профессор кафедры электропривода и электрического транспорта ИрГТУ,
тел.: (3952) 405-128, (3952) 42-71-96, e-mail: eshenkoaa@yandex.ru

ИНВАРИАНТНОСТЬ ДВУМЕРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ТЕПЛОЭНЕРГОТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

A.A. Eshenko

INVARIANCY OF TWO-DIMENSIONAL HEAT-AND-POWER PROCESSES CONTROL SYSTEMS

Аннотация. *Рассмотрены вопросы синтеза перекрестных связей двумерных систем управления, основанные на принципе инвариантности.*

Ключевые слова: *инвариантность, автономность, двумерные системы, перекрестные связи.*

Abstract. *Questions of synthesis of cross communications of the two-dimensional control systems based on an invariancy principle are considered.*

Keywords: *invariancy, autonomy, two-dimensional systems, cross communications.*

Системы управления парогенераторами, технологическими тепловыми печами, крупными установками химико-технологических производств являются классическими примерами многосвязных систем с несколькими регулируемыми величинами (давление, температура, уровень…). Наличие перекрестных связей между отдельными

каналами регулирования относится к наиболее существенным чертам таких систем. От характера этих связей, которые могут быть прямыми и обратными, положительными или отрицательными, в сильной степени зависят свойства системы в целом.

Большинство объектов управления теплоэнерготехнологическими процессами можно рассматривать как двусвязные с перекрестными связями между регулируемыми величинами. В системах управления такими объектами по каждой из регулируемых величин создается свой контур, причем связь между ними имеет место через объект [1].

Наличие нескольких регулируемых координат повышает порядок дифференциальных уравнений, описывающих динамику таких двусвязных систем. Это затрудняет использование классических методов синтеза двусвязных регуляторов, разработанных для односвязных систем. Приходиться прибегать к специальным приемам, упрощающим процедуру синтеза многосвязных управляющих устройств.

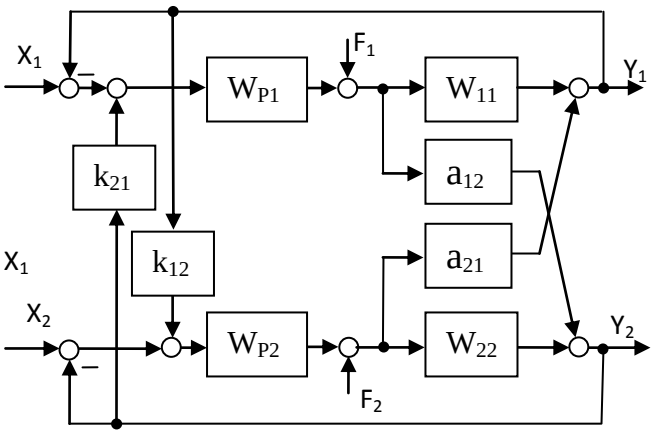
На практике структура и параметры основных регуляторов сепаратных контуров заданы или могут быть определены классическими методами. При синтезе многосвязного автоматического устройства управления требуется найти параметры перекрестных искусственных связей, обеспечивающих заданное протекание процессов регулирования [2].

В этом случае решающее значение приобретает выполнение принципов автономности, обеспечивающих развязывание каналов по собственным движениям, и инвариантность регулируемых величин от задающих и возмущающих воздействий.

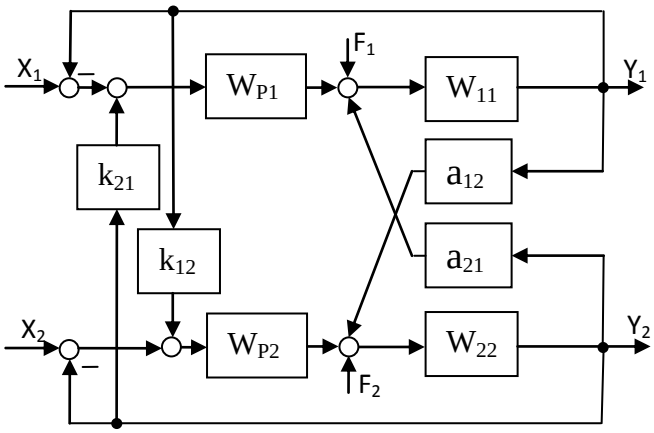
Для придания системе желаемых свойств между отдельными каналами целесообразно вводить корректирующие перекрестные связи, характеризующиеся операторами перекрестных связей K_{ij}. Существует большое число вариантов наложения таких корректирующих связей. В табл. 1 приведены структурные схемы возможных вариантов наложения перекрестных связей в двусвязных системах.

Предполагается синтезировать автоматические управляющие устройства, используя принципы двухканальности. Рассмотрены варианты наложения различных корректирующих связей на объекты с прямыми и обратными естественными перекрестными связями (табл. 1).

Методику синтеза приведем на примерах наложения корректирующих связей на входы регуляторов по несобственным управляемым величинам (рис. 1).



а)



б)

Рис. 1. Структурные схемы двусвязных систем

Уравнения динамики для системы двусвязного управления, когда объект имеет прямые естественные связи, с учетом возмущений записанные в операторной форме, имеют вид (рис. 1, а):

$$\left.\begin{aligned} Y_1 &= W_{11}\left[F_1 + W_{p1}(X_1 - Y_1 + K_{21}Y_2)\right] + \\ &+a_{21}\left[F_2 + W_{p2}(X_2 - Y_2 + K_{12}Y_1)\right]; \\ Y_2 &= W_{22}\left[F_2 + W_{p2}(X_2 - Y_2 + K_{12}Y_1)\right] + \\ &+a_{12}\left[F_1 + W_{p1}(X_1 - Y_1 + K_{21}Y_2)\right]. \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

В системе (1) приняты обозначения:

Y – управляемые величины;

X – задающие величины;

F – внешние воздействия;

W – передаточные функции сепаратных регуляторов и основных каналов;

a – передаточные функции естественных связей объекта;

$i, j = 1, 2; i \neq j$.

Запишем уравнения (1) в векторно-матричной форме:

$$\left.\begin{aligned} Y_{11}Y_1 + Y_{12}Y_2 &= Y_{13}X_1 + Y_{14}X_2 + Y_{15}F_1 + Y_{16}F_2; \\ Y_{21}Y_1 + Y_{22}Y_2 &= Y_{23}X_1 + Y_{24}X_2 + Y_{25}F_1 + Y_{26}F_2, \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

где $Y_{11} = 1 + W_{11}W_{p1} - a_{21}K_{12}W_{p2};$

$Y_{12} = a_{21}W_{p2} - K_{21}W_{11}W_{p1};$

$Y_{13} = W_{11}W_{p1};$

$Y_{14} = a_{21}W_{p2};$

$Y_{15} = W_{11};$

$Y_{16} = a_{21};$

$Y_{21} = a_{12}W_{p1} - W_{22}W_{p2}K_{12};$

$Y_{22} = 1 + W_{22}W_{p2} - a_{12}K_{21}W_{p1};$

$Y_{23} = a_{12}W_{p1};$

$Y_{24} = W_{22}W_{p2};$

$Y_{25} = a_{12};$

$Y_{26} = W_{22}.$

Развяжем каналы регулирования по собственным движениям, для чего найдем уравнения свободных колебаний всей системы в целом:

$$\left.\begin{aligned} Y_{11}Y_1 + Y_{12}Y_2 &= 0; \\ Y_{21}Y_1 + Y_{22}Y_2 &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

Используем понятие матрицы преобразования, которая для системы (3) имеет вид:

$$A = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}.$$

Принцип автономности требует тождественного уничтожения адъюнкта, построенного из элементов матрицы

$$\Delta = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix} = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21} = 0.$$

Очевидно, что для автономности систем управления достаточно, чтобы выполнялись следующие условия:

$$\left.\begin{aligned} Y_{12} &= a_{21}W_{p2} - K_{21}W_{11}W_{p1} = 0; \\ Y_{21} &= a_{12}W_{p1} - W_{22}W_{p2}K_{12} = 0. \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

Из системы уравнений (4) определяются операторы корректирующих связей для структурной схемы двусвязной системы (рис. 1, а):

$$K_{12} = \frac{a_{12}W_{p1}}{W_{22}W_{p2}},\ K_{21} = \frac{a_{21}W_{p2}}{W_{11}W_{p1}}$$

или

$$K_{ij} = \frac{a_{ij}W_{pi}}{W_{jj}W_{pj}},\ K_{ji} = \frac{a_{ji}W_{pj}}{W_{ii}W_{pi}}, \quad (5)$$

обеспечивающие автономность, как частный случай инвариантности, управляемых величин по отношению друг к другу.

Для того чтобы найти условия инвариантности рассматриваемой системы относительно задающих сигналов и возмущающих воздействий, напишем уравнения для каждой из основных переменных:

$$\left.\begin{aligned} Y_1 = \frac{\begin{bmatrix} Y_{13} & Y_{12} \\ Y_{23} & Y_{22} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}} X_1 + \frac{\begin{bmatrix} Y_{14} & Y_{12} \\ Y_{24} & Y_{22} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}} X_2 + \\ + \frac{\begin{bmatrix} Y_{15} & Y_{12} \\ Y_{25} & Y_{22} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}} F_1 + \frac{\begin{bmatrix} Y_{16} & Y_{12} \\ Y_{26} & Y_{22} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}} F_2 = \\ = \frac{B_{23}(p)}{A(p)}X_1 + \frac{B_{24}(p)}{A(p)}X_2 + \frac{B_{25}(p)}{A(p)}F_1 + \frac{B_{26}(p)}{A(p)}F_2; \\ Y_2 = \frac{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{123} \\ Y_{21} & Y_{23} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}} X_1 + \frac{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{24} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}} X_2 + \\ + \frac{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{15} \\ Y_{21} & Y_{25} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}} F_1 + \frac{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{16} \\ Y_{21} & Y_{26} \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}} F_2 = \\ = \frac{B_{23}(p)}{A(p)}X_1 + \frac{B_{24}(p)}{A(p)}X_2 + \frac{B_{25}(p)}{A(p)}F_1 + \frac{B_{26}(p)}{A(p)}F_2. \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

Условия инвариантности определим наложением требований диагональности на передаточные матрицы системы по задающим и возмущающим воздействиям. В результате получим необходимое число уравнений для определения передаточных функций соответствующих перекрестных связей.

Условие неабсолютной инвариантности из системы уравнений

$$\frac{1}{A(p)} = \frac{1}{\begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{vmatrix}} \to 0$$

или

$$Y_{11}Y_{22} - Y_{21}Y_{12} = \left(1 + W_{11}W_{p1} - a_{21}K_{12}W_{p2}\right) * \\ * \left(1 + W_{22}W_{p2} - a_{12}K_{21}W_{p1}\right) - \\ -\left(a_{12}W_{p1} - W_{22}W_{p2}K_{12}\right) * \\ * \left(a_{21}W_{p2} - K_{21}W_{11}W_{p1}\right) \to \infty.$$

Изменение задания X_1 не влияет на переменную Y_2, если

$$b_{23}(p) = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{23} \end{vmatrix} = Y_{11}Y_{23} - Y_{21}Y_{13} = \\ = \left(1 + W_{11}W_{p1} - a_{21}K_{12}W_{p2}\right)a_{12}W_{p1} - \\ = \left(a_{12}W_{p1} - W_{22}W_{p2}K_{12}\right)W_{11}W_{p1} = 0;$$

Изменение задания X_2 не влияет на переменную Y_1, если

$$b_{14}(p) = \begin{vmatrix} Y_{14} & Y_{12} \\ Y_{24} & Y_{22} \end{vmatrix} = Y_{14}Y_{22} - Y_{24}Y_{12} = \\ = a_{21}W_{p2}\left(1 + W_{22}W_{p2} - a_{21}K_{12}W_{p2}\right) - \\ -W_{22}W_{p2}\left(a_{21}W_{p2} - K_{21}W_{11}W_{p1}\right) = 0,$$

откуда операторы корректирующих перекрестных связей, удовлетворяющих условиям инвариантности

$$K_{12} = \frac{a_{12}}{W_{p2}(a_{12}a_{21} - W_{11}W_{22})},$$

$$K_{21} = \frac{a_{21}}{W_{p1}(a_{12}a_{21} - W_{11}W_{22})} \quad (7)$$

Возмущения F_1 и F_2 не будут влиять соответственно на регулируемые величины Y_2, и Y_1, если

$$b_{16}(p)=0 \text{ или } \begin{vmatrix} Y_{16} & Y_{12} \\ Y_{26} & Y_{22} \end{vmatrix} = Y_{16}Y_{22}-Y_{26}Y_{12} = \\ = a_{21}\left(1+W_{22}W_{p2}-a_{12}K_{12}W_{p1}\right) - \\ -W_{22}\left(a_{21}W_{p2}-K_{21}W_{11}W_{p1}\right)=0;$$

$$b_{25}(p)=0 \text{ или } \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{15} \\ Y_{21} & Y_{25} \end{vmatrix} = Y_{11}Y_{25}-Y_{21}Y_{15} = \\ = \left(1+W_{11}W_{p1}-a_{21}K_{12}W_{p2}\right)a_{12} - \\ -\left(a_{12}W_{p1}-W_{22}W_{p2}K_{12}\right)a_{12}=0.$$

Возмущения F_1 и F_2 не будут влиять соответственно на регулируемые величины Y_1, и Y_2, если

$$b_{15}(p)=0 \text{ или } \begin{vmatrix} Y_{15} & Y_{12} \\ Y_{25} & Y_{22} \end{vmatrix} = Y_{15}Y_{22}-Y_{25}Y_{12} = \\ = W_{11}\left(1+W_{22}W_{p2}-a_{12}K_{12}W_{p1}\right) - \\ -a_{12}\left(a_{21}W_{p2}-K_{21}W_{11}W_{p1}\right)=0;$$

$$b_{26}(p)=0 \text{ или } \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{16} \\ Y_{21} & Y_{26} \end{vmatrix} = Y_{11}Y_{26}-Y_{21}Y_{16} = \\ = \left(1+W_{11}W_{p1}-a_{21}K_{12}W_{p2}\right)W_{22} - \\ -\left(a_{12}W_{p1}-W_{22}W_{p2}K_{12}\right)a_{21}=0.$$

Условия $b_{16}(p)=0$ и $b_{25}(p)=0$ выполняются, если выбрать

$$K_{12}=\frac{a_{12}}{W_{p2}(a_{12}a_{21}-W_{11}W_{22})},$$
$$K_{21}=\frac{a_{21}}{W_{p1}(a_{12}a_{21}-W_{11}W_{22})}. \quad (8)$$

Условия $b_{15}(p)=0$ и $b_{26}(p)=0$ могут быть получены путем выбора структуры и настроек сепаратных регуляторов:

$$W_{p2}=\frac{W_{11}}{a_{12}a_{21}-W_{11}W_{22}} \text{ и } W_{p1}=\frac{W_{22}}{a_{12}a_{21}-W_{11}W_{22}}. \quad (9)$$

В системе, соответствующей структуре (рис. 1, а), условия инвариантности по задающим сигналам и возмущающим воздействиям (7) и (8) совпадают.

Для системы двусвязного управления, объект которой имеет обратные естественные перекрестные связи (рис. 1, б), при той же структуре наложения корректирующих связей уравнения динамики имеют вид:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{Y_1} &= \mathrm{W_{11}}\left[\mathrm{F_1}+\mathrm{W_{p1}}(\mathrm{X_1}-\mathrm{Y_1}+\mathrm{K_{21}Y_2})+\mathrm{a_{21}Y_2}\right]; \\ Y_2 &= \mathrm{W_{22}}\left[\mathrm{F_2}+\mathrm{W_{p2}}(\mathrm{X_2}-\mathrm{Y_2}+\mathrm{K_{12}Y_1})+\mathrm{a_{12}Y}\right]. \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Систему уравнений (10) аналогично (1) представим в векторно-матричной форме, элементы которой:

$$Y_{11}=1+W_{11}W_{p1};$$
$$Y_{12}=\left(W_{11}W_{p1}K_{21}+W_{11}a_{21}\right);$$
$$Y_{13}=W_{11}W_{p1};$$
$$Y_{14}=0;$$
$$Y_{15}=W_{11};$$
$$Y_{16}=0;$$
$$Y_{21}=W_{22}W_{p2}K_{12}+W_{22}a_{12};$$
$$Y_{22}=1+W_{22}W_{p2};$$
$$Y_{23}=0;$$
$$Y_{24}=W_{22}W_{p2};$$
$$Y_{25}=0;$$
$$Y_{26}=W_{22}.$$

Определим условия автономности и инвариантности для этой структурной схемы.

По условиям автономности определяем оператор компенсирующих перекрестных связей:

$$\left.\begin{aligned} Y_{12}&=W_{11}W_{p2}K_{21}+W_{11}a_{21}=0; \\ Y_{21}&=W_{22}W_{p2}K_{12}+W_{22}a_{12}=0, \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

откуда $K_{12}=-\frac{a_{12}}{W_{p2}}$ и $K_{21}=-\frac{a_{21}}{W_{p1}}$.

Инвариантность системы по возмущению получаем из условий:

$$\left.\begin{aligned} b_{16}(p)&=Y_{16}Y_{22}-Y_{26}Y_{12}= \\ &=-W_{22}W_{p2}\left(W_{11}W_{p1}K_{21}+W_{11}a_{21}\right)=0; \\ b_{25}(p)&=Y_{11}Y_{25}-Y_{21}Y_{15}= \\ &=-W_{11}\left(W_{22}W_{p2}K_{12}+W_{22}a_{12}\right)=0. \end{aligned}\right\} \quad (12)$$

$K_{12}=-\frac{a_{12}}{W_{p2}}$ и $K_{21}=-\frac{a_{21}}{W_{p1}}$.

Инвариантность системы по задающим сигналам получается из условий

$$\left.\begin{aligned} b_{14}(p)&=Y_{14}Y_{22}-Y_{24}Y_{12}= \\ &=-W_{22}W_{p2}\left(W_{11}W_{p1}K_{21}+W_{11}a_{21}\right)=0; \\ b_{13}(p)&=Y_{11}Y_{23}-Y_{21}Y_{13}= \\ &=-W_{11}\left(W_{22}W_{p2}K_{12}+W_{22}a_{12}\right)=0, \end{aligned}\right\} \quad (13)$$

в виде

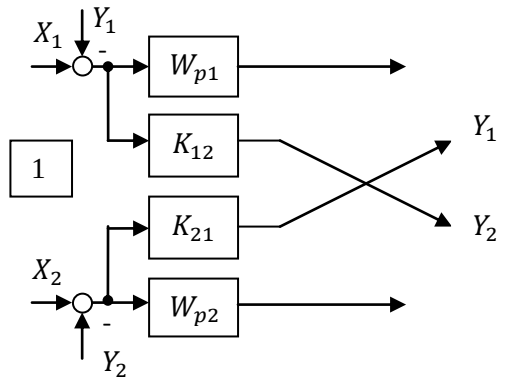
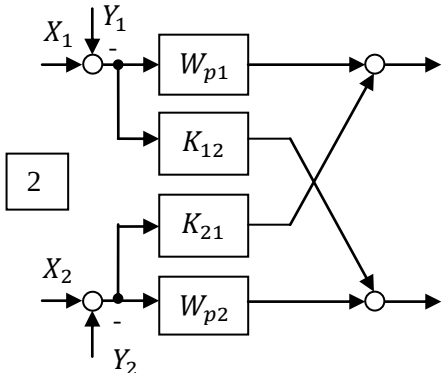
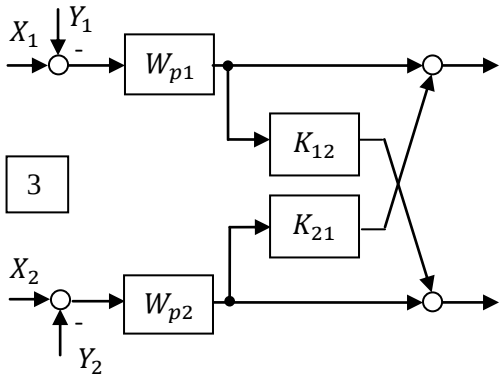
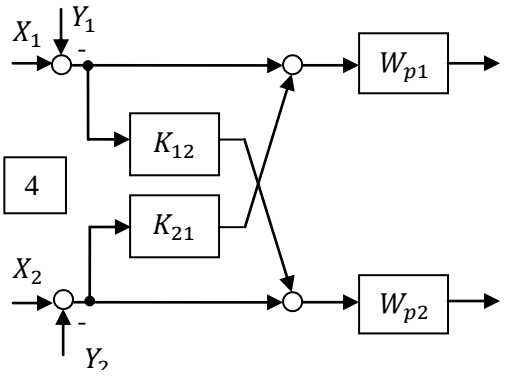
$$K_{12}=-\frac{a_{12}}{W_{p2}} \text{ и } K_{21}=-\frac{a_{21}}{W_{p1}}.$$

Для рассмотренной структурной схемы коррекции двусвязной системы с обратными естественными связями в объекте (рис. 1, б) условия автономности (11) совпадают с условиями инвариантности (12) и (13) по управляющим и возмущающим воздействиям.

С помощью приведенной выше методики найдены передаточные функции компенсирующих перекрестных связей для случаев автономности и инвариантности. Значения этих операторов для объектов с прямыми и обратными перекрестными

Таблица 1

Варианты наложения компенсирующих связей

Структурные схемы корректирующих перекрестных связей	Условия автономности	Условия инвариантности по заданию	Условия инвариантности по возмущению
	Объект с прямыми перекрестными связями $K_{ij} = a_{ij}W_{pi}$ $K_{ji} = a_{ji}W_{pj}$	 $K_{ij} = \frac{a_{ij}}{W_{ii}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ji}}{W_{jj}}$	 $K_{ij} = \frac{a_{ij}}{W_{jj}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ij}}{W_{jj}}$
	Объект с обратными перекрестными связями $K_{ij} = a_{ij}W_{jj}$ $K_{ji} = a_{ji}W_{ii}$	 $K_{ij} = W_{ii}W_{pi}a_{ij}$ $K_{ji} = W_{jj}W_{pj}a_{ji}$	 $K_{ij} = a_{ij}W_{jj}$ $K_{ji} = a_{ji}W_{ii}$
	Объект с прямыми перекрестными связями $K_{ij} = \frac{a_{ij}W_{pi}}{W_{jj}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ji}W_{pj}}{W_{ii}}$	 $K_{ij} = \frac{a_{ij}W_{pi}}{W_{jj}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ji}W_{pj}}{W_{ii}}$	 $K_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{ij}a_{ji} - W_{ii}W_{jj}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ij}}{a_{ji}a_{ij} - W_{ii}W_{jj}}$
	Объект с обратными перекрестными связями $K_{ij} = a_{ij}$ $K_{ji} = a_{ji}$	 $K_{ij} = W_{ii}W_{pi}a_{ij}$ $K_{ji} = W_{ii}W_{pj}a_{ji}$	 $K_{ij} = a_{ij}$ $K_{ji} = a_{ji}$
	Объект с прямыми перекрестными связями $K_{ij} = \frac{a_{ij}}{W_{jj}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ji}}{W_{ii}}$	 $K_{ij} = \frac{a_{ij}}{W_{ii}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ji}}{W_{jj}}$	 $K_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{ij}a_{ji} - W_{ii}W_{jj}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ij}}{a_{ji}a_{ij} - W_{jj}W_{ii}}$
	Объект с обратными перекрестными связями $K_{ij} = \frac{a_{ij}}{W_{pi}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ji}}{W_{pj}}$	 $K_{ij} = W_{ii}a_{ij}$ $K_{ji} = W_{jj}a_{ji}$	 $K_{ij} = \frac{a_{ij}}{W_{pi}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ji}}{W_{pj}}$
	Объект с прямыми перекрестными связями $K_{ij} = \frac{a_{ij}W_{pi}}{W_{ii}W_{pi}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ji}W_{pj}}{W_{jj}W_{pj}}$	 $K_{ij} = \frac{a_{ij}W_{pi}}{W_{jj}W_{pj}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ji}W_{pj}}{W_{ii}W_{pi}}$	 $K_{ij} = \frac{a_{ij}}{W_{pj}(a_{ij}a_{ji} - W_{ii}W_{jj})}$ $K_{ji} = \frac{a_{ij}}{W_{pi}(a_{ij}a_{ji} - W_{ii}W_{jj})}$
	Объект с обратными перекрестными связями $K_{ij} = \frac{a_{ij}}{W_{pj}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ji}}{W_{pj}}$	 $K_{ij} = \frac{W_{ii}W_{pi}a_{ij}}{W_{pj}}$ $K_{ji} = \frac{W_{jj}W_{pj}a_{ji}}{W_{pi}}$	 $K_{ij} = \frac{a_{ij}}{W_{pj}}$ $K_{ji} = \frac{a_{ji}}{W_{pi}}$

связями в зависимости от структурных схем наложения корректирующих связей приведены в табл. 1.

Данные табл. 1 могут быть применены при синтезе автономных двусвязных систем автоматического регулирования для определения передаточных функций компенсирующих связей. Найденные выражения для передаточных функций корректирующих перекрестных связей позволяют оценить возможность совместного обеспечения условий инвариантности и автономности, поскольку условия автономного управления не всегда совпадают с условиями инвариантности, составленными для всех возмущений, действующих на систему.

Выполнение предлагаемых условий инвариантности (табл. 1) находится в полном соответствии с признаком двухканальности.

Рассмотренные варианты наложения компенсирующих связей соответствуют условию структурной осуществимости, поскольку передаточные функции соответствующих корректирующих связей входят в условия инвариантности.

Практическая реализация полученных условий инвариантности может быть осуществлена для различных структурных вариантов наложения корректирующих перекрестных связей, при предварительной проверке условия физической реализуемости.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ешенко А.А. Синтез двумерной системы автоматического управления процессов выработки листового стекла // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование – 2009. – № 2 (22). – С. 158–162.
2. Морозовский В.Т. Многосвязные системы автоматического регулирования. – М. : Энергия, 1970. – 288 с.

УДК 621.771

Дементьев Валерий Петрович,
к.т.н., зав. лабораторией ЦКЛК, г. Новокузнецк, тел. (3843) 79-39-33
Корнева Лариса Викторовна,
к.т.н., ОАО «НКМК» г. Новокузнецк,
Хоменко Андрей Павлович,
д.т.н., профессор, ректор ИрГУПС, тел.: (3952) 63- 83- 11
Черняк Саул Самуилович,
д.т.н., профессор ИрГУПС, тел. (3952) 63-83-65
Тужилина Лариса Викторовна
к.т.н., доцент ИрГУПС, тел. (3952) 63-83-65
Алексеев Николай Терентьевич,
заместитель начальника ВСЖД, филиала ОАО «РЖД», тел. (3952) 64-46-91
Серпиянов Александр Иванович,
дорожный ревизор по безопасности ВСЖД, (3952) 63-83-65

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНЫХ РЕЛЬСОВ ДЛЯ СИБИРИ

V.P. Dementiev, L.V. Korneva, A.P. Homenko, S.S. Chernyak, L.V. Tuzhilina, N.T. Alekseev, A.I. Serpiyanov

PRODUCTION AND RESEARCH OF RAILS FOR SIBERIA

Аннотация. *В статье рассмотрены вопросы повышения эксплуатационной стойкости рельсов в результате корректировки технологического процесса производства стали.*

Ключевые слова: *износостойкость, углерод, сталь, вакуумирование, рельсы, механические свойства.*

Abstract. *In the article issues of increasing of the operational stability of the rails as a result of ad-*

justing the technological process of steel production are considered.

Keywords: *wear resistance, carbon, steel, vacuumization, rails, mechanical quality.*

Предварительно проведенное исследование рельсов с разным содержанием углерода показало, что повышение содержания углерода ближе к эвтектоидному приводит при объемной закалке к образованию «суперперлита» в микроструктуре рельсов, т.е. образованию перлита с малым выделением избыточного феррита. Указанная микроструктура достигается при содержании углерода более 0,76 %.

Сталь выплавляли в 100-т дуговой электропечи ДСП-100И7 с использованием жидкого чугуна по технологии «на болоте». Предварительное раскисление в печи проводили присадками ферроалюминия или ферросиликоалюминия. Выпуск металла осуществляли с полной отсечкой печного шлака. Для повышения степени десульфурации и необходимого рафинирования от неметаллических включений в ковш дополнительно давали твердую шлакообразную смесь, состоящую из извести и плавикового шпата. При этом в него присаживали необходимые кремний-, марганецсодержащие сплавы, обычный и азотированный феррованадий, силикокальций. Сталь была подвергнута обработке на вакууматоре. Разливку проводили на четырехручьевых радиальных МНЛЗ с сечением кристаллизаторов 300×330 мм. Нагрев и прокатку непрерывнолитых заготовок на рельсы Р65 осуществляли по действующей на комбинате технологии. Рельсы подвергали объемной закалке в масле и отпуску. Закалку проводили с более низкой температуры (800–8200 ^{o}C), чем это предусмотрено для рельсов серийного производства. Снижение температуры закалки позволило снизить коробление рельсов в процессе закалки. Отпуск проводили по обычному режиму. Исследование качества опытных рельсов показало наличие плотной макроструктуры металла с незначительным развитием в ней осевой химической неоднородности (1–2 балла), при этом точечная неоднородность и ликвационные полоски полностью отсутствовали. Применение технологии вакуумирования привело не только к снижению водорода, но и к повышению чистоты стали по неметаллическим включениям. В металле опытных плавок длина строчечных хрупкоразрушенных неметаллических включений не превышала 0,21 мм. Применение технологии микролегирования ванадием, вводимым совместно с азотом, привело к заметному измельчению величины действительного зерна микроструктуры после термической обработки. Величина зерна оценена номерами 10–11 по шкале ГОСТ 5639.

Применение суперперлитной стали позволило получить на опытных рельсах однородную перлитную структуру без выделения избыточного феррита по границам зерен. За счет образования мелкодисперсного перлита без выделений феррита термически упрочненные опытные рельсы показали преимущество по механическим свойствам и твердости по сравнению с рельсами серийного производства (табл. 1, 2).

Таблица 1

Химический состав опытных рельсов

№ п/п	Номер плавки	Шифр	Массовая доля химических элементов, %										
			C	Mn	Si	P	S	Cr	Ni	Cu	Al	V	H (ppm)
1	Л25920	Б4561	0,78	0,87	0,33	0,016	0,009	0,08	0,07	0,14	0,004	0,07	1,3
2	Л26097	Б4667	0,78	0,9	0,31	0,013	0,006	0,11	0,07	0,15	0,003	0,07	1,7
3	Л26088	Б4670	0,77	0,87	0,32	0,017	0,011	0,08	0,06	0,11	0,003	0,07	1,5

Таблица 2

Механические свойства и твердость опытных рельсов из суперперлитной стали

№ п/п	Номер плавки	шифр	Твердость рельса, НВ					σт	σв	δ5	ψ	KCU при ^{o}C	
			головка			шейка	подошва	кгс/мм^2		%		+20	-60
			ПКГ	10 мм	22 мм		1 2					кгс·м/см^2	
1	Л15756	Н4342	380	375	363	345	363 375	94	129	12,5	39	-	4,1 4,1
2	Л25693	Б4310	380	375	363	363	385 388	94	131	14,0	40	-	4,1 4,1

С целью повышения качества рельсов рельсовая сталь продувается аргоном для снижения загрязненности ее неметаллическими включениями. Далее вся рельсовая сталь обрабатывается в вакууматоре. За счет этого снижается количество водорода в рельсовой стали в 2,5 раза и в 2 раза – кислорода. За счет снижения кислорода сталь стала значительно чище по оксидным неметаллическим включениям, а снижение водорода до 1,5 ppm исключило образование флокенов в рельсах. Вакуумирование и внепечная обработка позволяют производить новые марки рельсовых сталей.

На экспериментальное кольцо было отгружено 40 объемнозакаленных рельсов типа Р65К длиной 25 м, отобранных от плавок Б475 и А548. Шифр партии К-23. Результаты проведенных полигонных испытаний рельсов при наработке 1000 млн т брутто подтвердили их высокие свойства. Не были зафиксированы контактно-усталостные дефекты.

Микрострура горячекатаных рельсов пл. Б475, исследованная на образцах, вырезанных из головки, шейки и подошвы, состоит из перлита и участков феррита по границам зерен. Величина действительного зерна в пере подошвы соответствует 7–6 баллу, в головке и шейке 5–4 баллу по ГОСТ-5639-82. Максимальная глубина обезуглероженного слоя составляет у поверхности головки 0,6 мм, подошвы – 0,8 мм, шейки – 0,5 мм.

На Восточно-Сибирской железной дороге протяженность кривых участков пути составляет 45,2 % от развернутой длины пути. Кривые малого радиуса (500 м и менее) составляют 25,4 % .

Опытные рельсы были уложены в кривой R = 450 м по 2 пути 187 км ПК 3+53 – 187 км ПК 9+88 (длина кривой 635 м, возвышение 72 мм) на Чунской дистанции пути Восточно-Сибирской железной дороги.

Полигонные испытания рельсов типа Р-65К показали их повышенную износостойкость: удельный боковой износ на 1 млн т км брутто составляет 0,052 мм, тогда как стандартные рельсы типа Р-65 имеют боковой износ 0,102 мм.

Выводы

1. Определены основные положения повышения эксплуатационной стойкости рельсов, заключающиеся в повышении содержания углерода до эвтектоидного, достижении высокой чистоты стали по неметаллическим включениям за счет вакуумирования, комплексного раскисления и модифицирования стали, оптимизации режима термической обработки для достижения требуемого уровня прямолинейности, твердости, механических свойств.

2. При исследовании установлено, что увеличение содержания углерода в рельсовой стали до эвтектоидного и микролегирование ее карбонитридообразующими элементами ванадия и азота обеспечивают повышение твердости на поверхности катания головки рельсов до 388 НВ, сохраняя при этом достаточно высокий уровень ударной вязкости за счет образования мелкозернистой дисперсной структуры без выделения структурно свободного феррита.

3. Полигонные испытания опытных рельсов подтвердили целесообразность укладки рельсов типа Р-65К в кривые малого радиуса, так как они имеют повышенную эксплуатационную стойкость.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ворожищев В.И., Черняк С.С., Козырев Н.А., Дементьев В.П., Тужилина Л.В. Рельсовая сталь. Патент № 2224044 от 25 января 2002 г.
2. Черняк С.С., Дементьев В.П., Алексеев Н.Т., Хоменко А.П., Тужилина Л.В. Рельсовая сталь. Патент №2256000 от 20 января 2004 г.
3. Ворожищев В.И., Черняк С.С., Шур Е.А., Дементьев В.П., Могильный В.В. Рельсовая сталь. Патент № 222041 от 25 января 2002 г.
4. Козырев Н.А., Ворожищев В.И., Черняк С.С., Дементьев В.П. Рельсовая сталь. Патент № 223202 от 2 ноября 2002 г.
5. Черняк С.С., Дементьев В.П., Козырев Н.А. Рельсовая сталь. Патент № 2224042 от 25 января 2002 г.
6. Дементьев В.П., Черняк С.С., Козырев Н.А., Хоменко А.П., Алексеев Н.Т., Серпиянов А.И. Рельсовая сталь. Патент № 010562 от 13 марта 2008 г.
7. Дементьев В.П., Черняк С.С., Павлов В.В., Корнева Л.В., Хоменко А.П. Алексеев Н.Т., Серпиянов А.И., Тужилина Л.В. Рельсовая сталь. Патент № 2361007 от 10 июля 2009 г.

УДК 621.646

Погодин Валерий Константинович,
д.т.н., с.н.с. отдела № 17 ОАО «ИркутскНИИхиммаш», тел.: (3952) 41-03-36
Верхозин Николай Андреевич,
заместитель заведующего отделом № 17 ОАО «ИркутскНИИхиммаш», тел.: (3952) 41-03-36
Кузнецов Кирилл Анатольевич,
к.т.н., первый заместитель генерального директора ОАО «ИркутскНИИхиммаш», тел.: (3952) 41-06-66

ИССЛЕДОВАНИЯ ГЕРМЕТИЗАЦИИ УПЛОТНИТЕЛЬНЫХ СОЕДИНЕНИЙ ТРУБОПРОВОДНОЙ АРМАТУРЫ ПРИ СТАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ РАБОТЫ

V.K. Pogodin, N.A. Verhozin, K.A. Kuznetsov

RESEARCH OF PIPELINE FITTINGS SEALING COMPOUNDS SEALING IN STATIC CONDITIONS OF WORK

Аннотация. *Рассмотрены результаты экспериментальных исследований конструкций различных уплотнительных соединений, применяемых в трубопроводной арматуре при давлении до 320 МПа. Опытным путем определены контактные давления для обеспечения требуемой герметичности рассматриваемых уплотнительных соединений. Представлены зависимости величины утечки от давления среды и контактных давлений уплотнительных соединений.*

Ключевые слова: *исследования, герметизация, разъемные соединения, трубопроводная арматура.*

Abstract. *The results of experimental studies of different sealing compounds structures used in pipe fittings at pressures up to 320 MPa are considered. Contact pressure is empirically defined to ensure the required leak-sealing surface of considered compounds. The dependence of the leakage of media pressure and contact pressures of the sealing compounds is presented.*

Keywords: *research, germetization, detachable connections, valves.*

На основании классификации конструкций разъемных соединений оборудования высокого давления определены конструкции уплотнительных соединений (рис. 1), которые могут быть применены в трубопроводной арматуре при давлениях среды до 320 МПа.

Для определения правильности выбора и оценки их работоспособности при указанных рабочих параметрах проведены экспериментальные исследования.

Образцы, моделирующие седло 2, и образцы, моделирующие клапан 1, выполнялись из стали 30Х13 по ГОСТ 5632-72, имеющей предел текучести $\sigma_т^{20} \approx 910$ МПа.

Для получения требуемой шероховатости уплотнительных поверхностей использовались следующие методы обработки:

– чистовое точение с последующим обкатыванием шариком для получения параметра *Ra* = 0,16...1,45 мкм;

– чистовое точение с последующим притиранием алмазными пастами АСМ 20/14, АСМ 3/2 до получения параметра *Ra* = 0,1...0,35 мкм.

В качестве рабочей среды использовался газ – азот при температуре (15 ± 5) °С. Давление среды изменялось в диапазоне 40...320 МПа.

Параметры образцов уплотнительных соединений представлены в табл. 1, 2, 3, 4, 5.

Таблица 1

Параметры образцов уплотнительного соединения типа I

Вид образца	Номер соединения	*R*, мм	*B*, мм	*HRC*	*Ra*, мкм
Клапан	1	40	10	42	0,18
	2	80	10	41	0,23
	3	160	10	43	0,20
Седло	1	-	-	48	0,19
	2	-	-	48	0,19

Таблица 2

Параметры образцов уплотнительного соединения типа II

Тип образца	Номер соединения	а, мм	*в*, мм	*г*, мм	*HRC*	*Ra*, мкм
Клапан	1	3.7	9,8	26,0	43	0,26
	2	4,6	9,8	24,5	43	0,08
	3	4,4	9,8	26,0	44	0,09
	4	5,0	9,8	22,0	41	0,35
	5	5,45	9,9	24,0	44	0,15
	6	6,5	10,2	22,0	42	0,24
Седло	1...3	-	-	-	50	0,21
	4...6	-	-	-	48	0,18

Таблица 3

Параметры образцов уплотнительного соединения типа III

Тип образца	Номер соединения	*R*, мм	*в*, мм	*а*, град.	*HRC*	*Ra*, мкм
Клапан	1	80	10	70	42	1,4
	2	105	14	70	42	1,3
	3	155	14	70	42	1,2
Седло	1	-	-	70	48	0,2
	2	-	-	70	48	0,2

Таблица 4

Параметры образцов уплотнительного соединения типа IV

Вид образца	Номер соединения	а, мм	б, мм	г, мм	*HRC*	а, град.	*Ra*, мкм
Клапан	1	4,6	10	22	42	70	0,1
	2	5.2	13	27,5	42	70	0,1
	3	5,6	13	27,5	42	70	0,17
	4	8,2	13	27,5	42	70	0,13
Седло	1	-	-	-	48	70	0,19

Таблица 5

Параметры образцов уплотнительного соединения типа V

Вид образца	Номер Соединения	*d*, мм	с, мм	*R*, мм	а/,град	a_2, град.	*H RC*
Клапан	1	24,97	19,2	-	87и 20'		50
	2	24,95	19,0	-	87° 20'		50
	3	24,96	19,2	0,7	87° 20'		50
	4	24,93	19,0	0,8	87° 20"		50
	5	24,96	0	-	87° 20'		50
	6	24.94	0	-	87° 20'		50
Седло	1	25,05	-	0,3	-	90	47
	2	25,03	-	0,3	-	90	47

Предварительные исследования герметичности уплотнительных соединений показали, что значения утечки, контролируемой на всем диапазоне изменения в модели давления азота от 40 до 320 МПа, могут быть получены:

– для соединения типа I – при удельном осевом усилии *q* не менее 20 кН/см;

– для соединения типа II – при контактных давлениях от 40 до 1000 МПа.

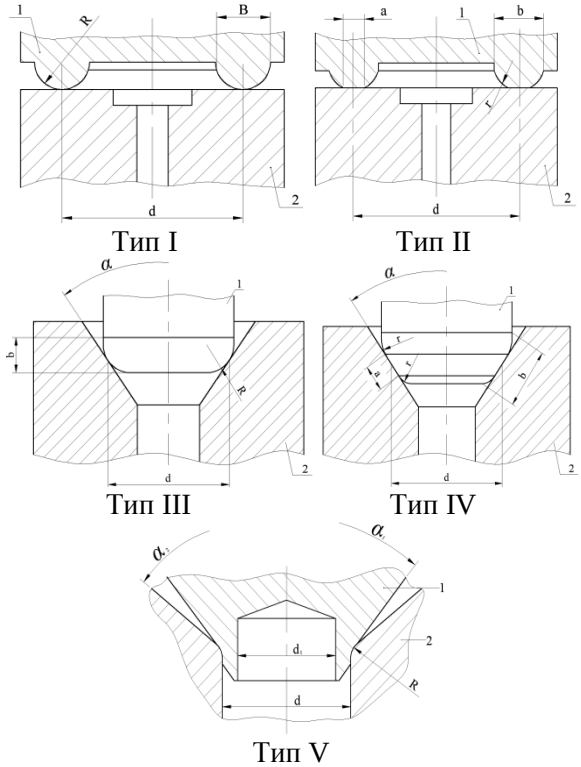


Рис. 1. Схемы исследуемых уплотнительных соединений
– для соединения типа III – при удельном осевом усилии *q* не менее 5...10 кН/см;
– для соединения типа IV – при контактных давлениях 240...300 МПа

Результаты исследования герметичности уплотнительного соединения типа I представлены на рис. 2. Из рис. 2а, 2б, 2в следует, что при изменении давления газа – азота в уплотнительном соединении типа I величина утечки *B* увеличивается на порядок и более, характер ее изменения остается постоянным при разных значениях удельного значения *q*, а следовательно режим истечения среды через уплотнительный стык сохраняется неизменным. Эти результаты согласуются с результатами исследований уплотнительного соединения «тор – плоскость» [5].

На рис. 2г представлена зависимость величины утечки от радиуса уплотнительной тороидальной поверхности *R*. Минимальная утечка среды наблюдается в соединении (седло 2 – клапан 2), имеющем радиус *R*, близкий к расчетному значению, полученному с помощью зависимости РД РТМ 0754-45-84 161. Использование этой зависимости предполагает отсутствие пластической деформации в зоне контакта, что подтверждено профилографическими исследованиями уплотнительных поверхностей клапанов после их нагружения удельными усилиями *q* = 15...50 кН/см. При повторных нагружениях уплотнительного соединения типа I величина утечки не изменяется, что свидетельствует о неизменности микрозазоров при последующих циклах нагружения постоянным значением осевого усилия *q*. Этот факт подтвердили профилографические исследования уплотнительных поверхностей до и после их нагружения, а также исследования соединений с поверхностями, выполненными с высоким классом шероховатости [3].

При анализе результатов исследования уплотнительного соединения типа II установлено, что при повышении давления среды от 40 до 320 МПа утечка увеличивается на порядок и более (рис. 3). Из этих зависимостей следует, что характер изменения величины утечки *B* от давления *p* остается постоянным по той же причине, что и для уплотнительного соединения типа I и уплотнительного соединения типа ‹‹плоскость-плоскость›› [7]. Связь между величиной утечки и шириной контакта в уплотнительного соединения типа II не просматривается (рис. 4) из-за разных значений шероховатостей уплотнительных поверхностей (табл. 2). Для приведения результатов исследования к равным условиям по шероховатости использованы зависимости [8, 9, 10], согласно которым утечка *B* пропорциональна третьей степени соотношения высотных характеристик микропрофиля. На основании этого между утечками *Bi*, приведенными к параметру *Ra* эксперимента № 1, использовалось следующее соотношение:

$$B_{1,i} = B_i\left(\frac{Ra1}{Rai}\right)^3,$$

где Bi, Rai – соответственно утечка и высотная характеристика микропрофиля в рассматриваемом эксперименте.

После соответствующего пересчета утечки получена зависимость, представленная на рис. 5, справедливая в диапазоне изменения параметра а от 3,7 до 6,5 мм (ввиду существенного отличия параметра Ra в экспериментах № 2, 3 их результаты при пересчете не рассматривались). Из рис. 5 следует, что величина утечки с увеличением а несколько уменьшается, что согласуется с результатами, полученными для уплот-нительного соединения «плоскость – плоскость» при ширине контакта свыше 3 мм [7].

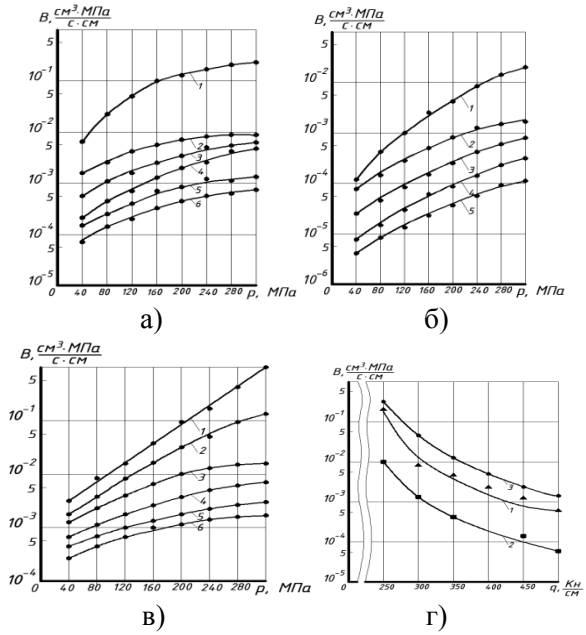


Рис. 2. Зависимости величины утечки *B* в уплотнительных соединениях, типа *I* от давления газа азота *p* и погонного усилия *q* : *а* – для клапанов с *R*=40мм: $1-q=25\frac{кН}{см}$, $2-q=30\frac{кН}{см}$, $3-q=35\frac{кН}{см}$, $4-q=40\frac{кН}{см}$, $5-q=45\frac{кН}{см}$, $6-q=50\frac{кН}{см}$; **б – для клапанов с *R*=80мм:** $1-q=25\frac{кН}{см}$, $2-q=30\frac{кН}{см}$, $3-q=35\frac{кН}{см}$, $4-q=40\frac{кН}{см}$, $5-q=45\frac{кН}{см}$; **в – для клапанов с R=160мм:** $1-q=25\frac{кН}{см}$, $2-q=30\frac{кН}{см}$, $3-q=35\frac{кН}{см}$, $4-q=40\frac{кН}{см}$, $5-q=45\frac{кН}{см}$, $6-q=50\frac{кН}{см}$; **г – при давлении p=250 МПа:** $1-R=40мм$, $2-R=80мм$, $3-R=180мм$.

Профилографические исследования уплотнительных поверхностей, выполненные до и после их нагружения, позволили установить, что после проведения экспериментов № 1, 4, 5 имели место пластические деформации до 15...18 % от их ис-

ходной высоты шероховатости. Увеличение ширины пояска контакта a не установлено, что может свидетельствовать об упругой работе клапана и седла.

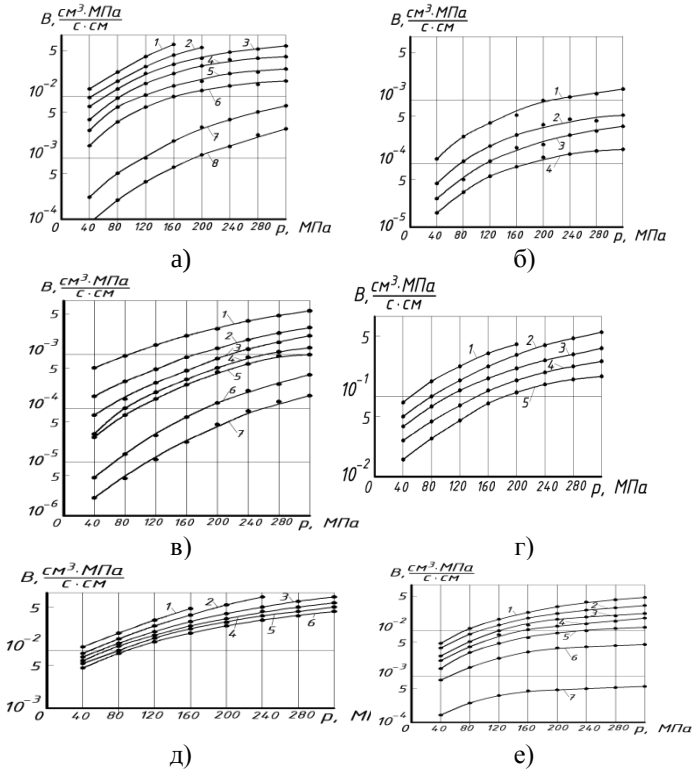


Рис. 3. Зависимости величины утечки В от давления газа-азота в уплотнительном соединении типа II:
а – для клапана №1: $1-\sigma_k = 100 МПа$, $2-\sigma_k = 800$ ÌÏà , $3-\sigma_k = 950 МПа$, $4-\sigma_k = 1100 МПа$, $5-\sigma_k = 1200 МПа$, $6-\sigma_k = 1350 МПа$, $7-\sigma_k = 1600 МПа$, $8-\sigma_k = 1900 МПа$; **б – для клапана №2:** $1-\sigma_k = 450 МПа$, $2-\sigma_k = 550 МПа$, $3-\sigma_k = 1000 МПа$, $4-\sigma_k = 1100 МПа$; **в – для клапана № 3:** $1-\sigma_k = 550 МПа$, $2-\sigma_k = 700 МПа$, $3-\sigma_k = 900 МПа$, $4-\sigma_k = 1000 МПа$, $5-\sigma_k = 1130 МПа$, $6-\sigma_k = 1360 МПа$, $7-\sigma_k = 1600 МПа$; **г – для клапана №4:** $1-\sigma_k = 600 МПа$, $2-\sigma_k = 700 МПа$, $3-\sigma_k = 800 МПа$, $4-\sigma_k = 900 МПа$, $5-\sigma_k = 1000 МПа$; **д – для клапана №5:** $1-\sigma_k = 400 МПа$, $2-\sigma_k = 450 МПа$, $3-\sigma_k = 550 МПа$, $4-\sigma_k = 600 МПа$, $5-\sigma_k = 700 МПа$, $6-\sigma_k = 770 МПа$; **е – для клапана №6:** $1-\sigma_k = 550 МПа$, $2-\sigma_k = 650 МПа$, $3-\sigma_k = 750 МПа$, $4-\sigma_k = 850 МПа$, $5-\sigma_k = 950 МПа$, $6-\sigma_k = 1100 МПа$, $7-\sigma_k = 1300 МПа$

При рассмотрении зависимостей, полученных по средним значениям результатов исследований образцов 1 и 1^1, 2 и 2^1, 3 и 3^1 (табл. 3) для уплотнительного соединения типа III можно установить, что характер изменения утечки B от давления p при q более 10 кН/см остается таким же, что и для уплотнительных соединений типа I и II (рис. 6а, 6б, 6в). Радиус R тороидальной поверхности клапана оказывает заметное влияние на величину утечки при погонных контактных нагрузках q < 20 кН/см (рис. 6г). При увеличении радиуса R с 80 до 160 мм при q в интервале 5...15 кН/см утечка снижается более чем на порядок. При q > 15 кН/см степень снижения утечки в зависимости от величины радиуса R замедляется, и при q = 25 кН/см влияние радиуса R на утечку B практически отсутствует.

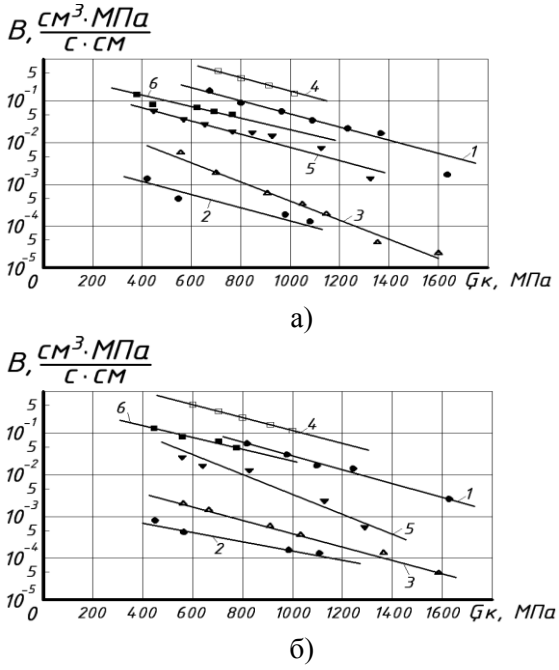


Рис. 4. Зависимость величины утечки В от контактного давления для уплотнительного соединения типа II при различных значений ширины контакта: а) для давления газа - азота 40 МПа; б) для давления газа - азота 200 МПа; при ширине контакт: 1-а=3,7 мм; 2-а=4,6 мм; 3-а=4,4 мм; 4-а=5,0 мм; 5-а=5,35 мм; 6-а=6,5 мм

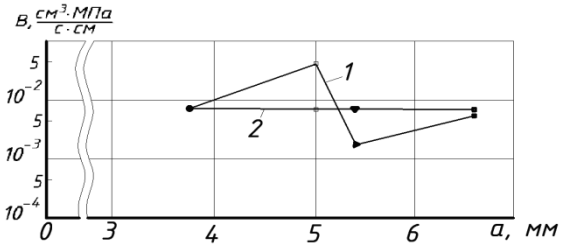


Рис. 5. Зависимость изменения величины утечки В от ширины контакта (p=40 МПа; $\sigma_к$ = 800 МПа):
1 - экспериментальная зависимость;
2 - приведенная зависимость

Из профилографических исследований уплотнительных поверхностей клапанов установлено, что пластическая деформация в зоне контакта отсутствует, что противоречит выполненным при-

ближенным расчетам для случая контакта «цилиндр – плоскость» [4], в результате которых при значениях q = 5...30 кН/см максимальные значения напряжений в зоне контакта могли превышать предел текучести материала клапана в 2...3 раза. Также установлено, что микронеровности уплотнительных поверхностей седла имели пластические деформации. Величина остаточной деформации микронеровности составляла от 25 до 52 % относительно исходных значений шероховатости.

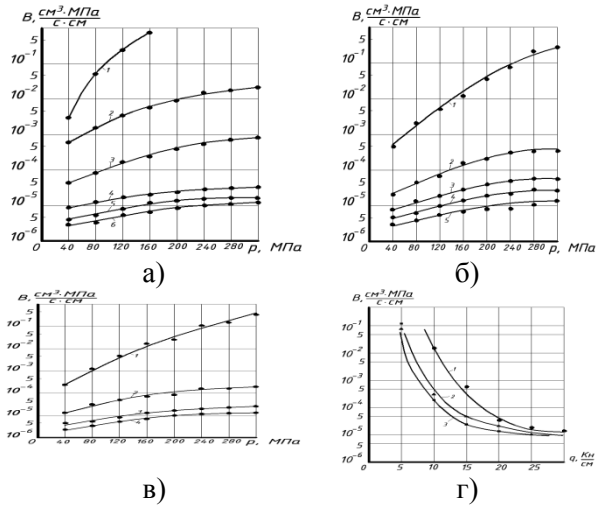


Рис. 6. Зависимости величины утечки В от давления газа-азота в уплотнительном соединении типа (II) р и погонного усилия q:

а – для клапана с R=80мм: $1-q=5\frac{кН}{см}$, $2-q=10\frac{кН}{см}$, $3-q=15\frac{кН}{см}$, $4-q=20\frac{кН}{см}$, $5-q=25\frac{кН}{см}$, $6-q=30\frac{кН}{см}$; **б – для клапана с R=105мм: :** $1-q=5\frac{кН}{см}$, $2-q=10\frac{кН}{см}$, $3-q=15\frac{кН}{см}$, $4-q=20\frac{кН}{см}$, $5-q=25\frac{кН}{см}$; **в – для клапана с R=155мм: :** $1-q=5\frac{кН}{см}$, $2-q=10\frac{кН}{см}$, $3-q=15\frac{кН}{см}$, $4-q=20\frac{кН}{см}$; **г – при давлении р=250 МПа:** $1-R=80мм$, $2-R=105мм$, $3-R=155мм$

Зависимости величины утечки B в уплотнительных соединениях типа IV (табл. 4) от давления газа-азота при различных значениях контактных давлений $\sigma_к$ представлены на рис. 7. Изменение ширины пояска контакта в диапазоне от 4,6 мм до 8,2 мм не оказывает существенного влияния на герметичность (рис. 8).

Профилографические исследования уплотнительных поверхностей до и после их нагружения установили отсутствие пластических деформаций. Изменение ширины контакта a также отсутствовало.

Результаты рассмотрения зависимостей величины утечки B в уплотнительном соединении типа V (табл. 5) от давления газа азота p при различных значениях удельных нагрузок представлены на рис. 9. Характер изменения утечки в этих зависимостях отличается от ранее полученных для других типов уплотнительных соединений. Эти отличия, очевидно, обусловлены конструктивной особенностью уплотнительных соединений типа V, а также наличием центрального отверстия d.

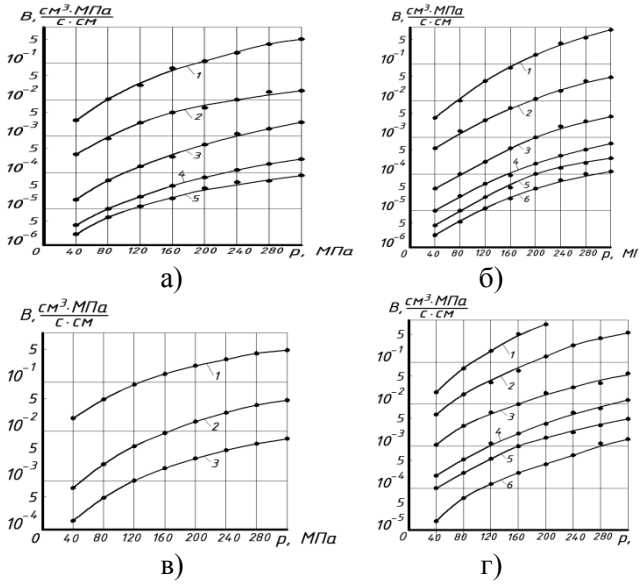
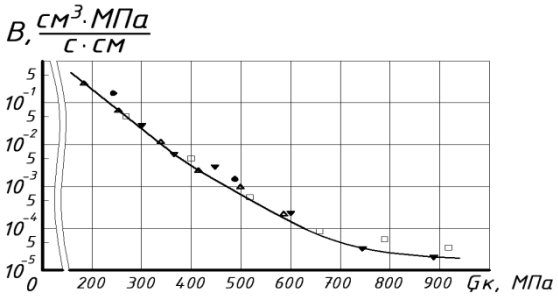


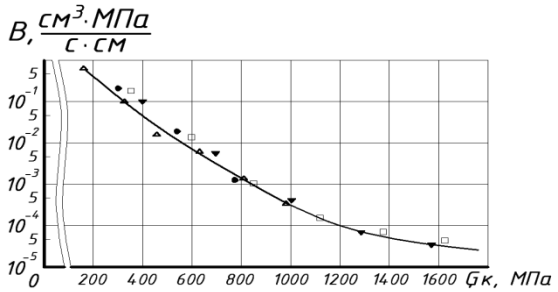
Рис. 7. Зависимости величины утечки В от давления газа-азота р в уплотнительном соединении типа IV при различных значениях давления σ_k: а – эксперимент 1:

$1-\sigma_k=300МПа$, $2-\sigma_k=450МПа$, $3-\sigma_k=600МПа$, $4-\sigma_k=750МПа$, $5-\sigma_k=900МПа$; **б – эксперимент 2:** $1-\sigma_k=250МПа$, $2-\sigma_k=400МПа$, $3-\sigma_k=520МПа$, $4-\sigma_k=650МПа$, $5-\sigma_k=790МПа$, $6-\sigma_k=917МПа$; **в – эксперимент 3:** $1-\sigma_k=250МПа$, $2-\sigma_k=350МПа$, $3-\sigma_k=480МПа$; **г – эксперимент 4:** $1-\sigma_k=170МПа$, $2-\sigma_k=250МПа$, $3-\sigma_k=330МПа$, $4-\sigma_k=410МПа$, $5-\sigma_k=500МПа$, $6-\sigma_k=580МПа$

Лучшей герметизирующей способностью обладают уплотнительные соединения типа V, имеющие центральное отверстие. Минимальная утечка среды наблюдается у соединений № 3, 4, профиль зоны контакта которых был выполнен по радиусу R [2]. Наличие этой конструктивной особенности делает эту конструкцию более технологичной, чем другие конструкции уплотнительного соединения типа V. Профилографические исследования этого уплотнительного соединения показали в зоне контакта седла наличие пластических деформаций, в результате которых его профиль приобретает профиль сопрягаемого с ним клапана.



а)



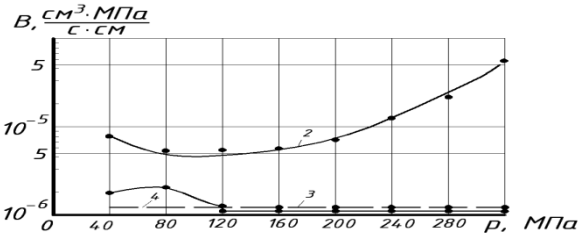
б)

Рис. 8. Зависимость величины утечки B уплотнительных соединений типа IV от контактного давления $\sigma_к$ при значениях ширины контакта: ▼- a=4,6 мм; □- a=5,2 мм; ○- a=56 мм; Δ - a=8,2 мм а) для давления p = 40 МПа; б) для давления p = 200 МПа

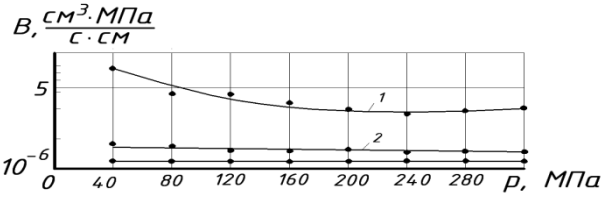
Величина радиальной остаточной деформации не превышает 60...70 % от исходной величины радиального зазора между деталями соединения, что не препятствует размыканию их при разборке. Проведенные исследования позволили установить, что разные типы уплотнительных соединений для обеспечения требуемой герметичности требуют различных значений осевого усилия герметизации q (рис. 10).

По степени возрастания необходимого значения q для обеспечения заданной величины утечки B для статических условий работы типы уплотнительных соединений располагаются следующим образом: V, III, IV, I, II.

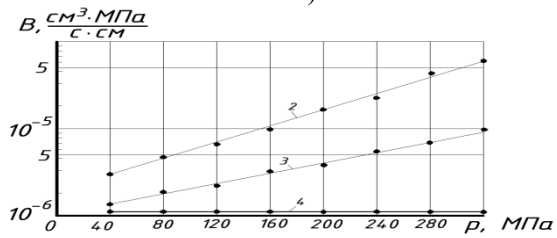
При конструировании трубопроводной арматуры с учетом мощности привода уплотнительным соединениям с линейным контактом (типы I, III, V) следует отдавать предпочтение перед уплотнительными соединениями с контактом по поверхности шириной a (типы II, IV), а уплотнительным соединениям с коническими поверхностями (типы III, IV) следует отдавать предпочтение перед соединениями с плоскими поверхностями (типы I, II).



а)



б)



в)

Рис. 9. Зависимости величины утечки B уплотнительного соединения V от давления среды газа-азота при удельных нагрузках q:

$1-q=5\frac{кН}{см}$, $2-q=10\frac{кН}{см}$, $3-q=15\frac{кН}{см}$, $4-q=20\frac{кН}{см}$

а – клапаны 1,2; б – клапаны 3,4; в – клапаны 5,6

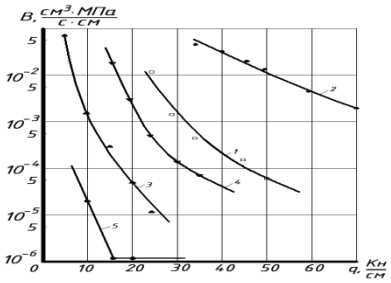


Рис. 10. Зависимость изменения утечки B от удельного осевого усилия q при давлении среды газа - азота p=250 МПа для различных типов уплотнительных соединений: 1 – тип I; 2 – тип II; 3 – тип III; 4 – тип IV; 5 – тип V

Выводы

При повышении давления среды от 40 до 320 МПа утечка во всех исследуемых соединениях увеличивается на порядок и более.

Ширина пояска контакта и радиус тороидальной уплотнительной поверхности (в исследованном диапазоне их изменения для типов I...IV) не оказывает существенного влияния на герметичность.

С увеличением контактных нагрузок (в исследованном диапазоне их изменения для типов

I...IV) характер изменения утечки от давления не изменяется.

Уплотнительным соединениям с контактом по линии следует отдавать предпочтение перед соединениями с контактом по поверхности, а с коническими поверхностями – перед соединениями с плоскими поверхностями.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Погодин В.К. Разъемные соединения и герметизация в оборудовании высокого давления. Иркутск : Иркутск-НИИхиммаш, 2001. – 405 с.
2. Древин А.К., Погодин В.К. Влияние методов обработки поверхностей контакта на работоспособность уплотнительного соединения // Химическое и нефтяное машиностроение. – 1989, – №4 – С. 2–5.
3. Погодин В.К., Лившиц В.И., Древин А.К. Экспериментальное исследование условий герметизации для уплотнительного соединения «тор – плоскость». – «Машиноведение». – 1974, – №1 – С.91–95.
4. РД РТМ 0754-45-84. Трубопроводная арматура на давление до 350 МПа. Затворы. Конструкция и размеры.
5. Лемберский В.Б., Фишкин Р.В. Расчет величины утечки через неподвижные соединения // Химическое и нефтяное машиностроение. 1977. – №4. – С. 10–11.

УДК 621.3113.31

Лукьянов Анатолий Валерьянович,
д.т.н., профессор кафедры ТМиП, ИрГУПС, e-mail: loukian@inbox.ru
Романовский Александр Игоревич,
ассистент кафедры ЭПС, ИрГУПС, тел.: (3952)673650
Лукьянов Дмитрий Анатольевич,
зав. лабораторией кафедры ТМиП, ИрГУПС, e-mail: loukian@live.ru

ДИНАМИКА АСИНХРОННОГО ПРИВОДА ПРИ НЕСИММЕТРИИ ТОКА В ФАЗАХ

A.V. Lukyanov, A.I. Romanovsky, D.A. Lukyanov

DYNAMICS OF INDUCTION MOTOR DRIVE WITH UNBALANCED SUPPLY CURRENT IN THE PHASES

Аннотация. *Рассмотрены динамические характеристики асинхронного электропривода вспомогательных машин электровозов при несимметрии питающего фазного тока. Проведено численное и экспериментальное моделирование механических колебаний привода, выявлены зависимости уровня вибраций в различных направлениях от степени несимметрии фазного тока в обмотках статора.*

Ключевые слова: *вибрация асинхронного привода, несимметрия питающего тока в фазах; вибродиагностика несимметрии питающего тока*.

Abstract. *This paper discusses the dynamical characteristics of the asynchronous auxiliary machines of electric locomotives with unbalanced phase supply current, conducted numerical and experimental simulation of mechanical vibrations of drive, and identified dependenceof the level of vibration in different directions on the degree of asymmetry of phase currents in the stator windings.*

Keywords: *vibration of asynchronous drive, unbalanced supply current in the phases; vibration monitoring of unbalanced supply current.*

В реальных условиях эксплуатации асинхронного привода часто его отдельные фазы нагружены несимметрично (неравномерное распределение нагрузки по фазам, подключение мощных однофазных приемников и т. д.). Кроме того, в электрических сетях случаются несимметричные короткие замыкания (однофазные на землю или на нулевой провод) или обрывы фаз.

Электромагнитные силы, действующие в воздушном зазоре между статором и ротором асинхронных электродвигателей, имеют характер вращающихся или пульсирующих силовых волн. Вызываемая электромагнитными силами вибрация во многом зависит от характеристик статора как колебательной системы. Наибольшую интенсивность имеет вибрация, возбуждаемая основной волной вращающегося магнитного поля. Частота этой вибрации равна удвоенной частоте питающей се-

ти. Как показали исследования, основным источником магнитного шума и вибраций в электродвигателях являются колебания ярма статора [1]. Даже незначительная несимметрия фазных токов (2–3 %) приводит к значительному возрастанию тангенциальной вибрации на удвоенной частоте сети под воздействием пульсирующего крутильного момента [1]. Радиальная вибрация способствует развитию колебаний статора второй формы $r = 2$, при которых статор принимает форму эллипса.

Рассмотрим механизм возникновения моментов и радиальной вибрации при несимметрии фазного тока и определим их взаимозависимость.

Значение и распределение радиальных и тангенциальных магнитных сил в воздушном зазоре [$Н / м^2$]определяется как [1]:

$$p_r = 4 \cdot 10^5 \cdot b^2(\vartheta,t), \ [Н/м^2]; \quad (1)$$

$$p_\tau = a(\vartheta,t) \cdot b(\vartheta,t) \cdot 10^2, \ [Н/м^2]; \quad (2)$$

где $b(\vartheta,t) = f(\vartheta,t) \cdot \Lambda(\vartheta,t)$ – магнитная индукция в воздушном зазоре в точке с координатой ϑ в момент времени t; $f(\vartheta,t)$ и $\Lambda(\vartheta,t)$ – мгновенные значения результирующей м.д.с. обмоток статора и ротора и магнитной проводимости зазора:

$$\begin{aligned} a(\vartheta,t) &= A_1 \cos(p\vartheta - \omega_1 t - \phi_{a1}) + \\ &+ A_2 \cos(p\vartheta + \omega_1 t - \phi_{a2}); \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} b(\vartheta,t) &= B_1 \cos(p\vartheta - \omega_1 t - \phi_{b1}) + \\ &+ B_2 \cos(p\vartheta + \omega_1 t - \phi_{b2}); \end{aligned} \quad (4)$$

$A_1; A_2$; $B_1; B_2$ – линейная токовая нагрузка статора и индукция результирующего магнитного поля в воздушном зазоре прямого и обратного следования фаз; p – число пар полюсов, $\omega_1 = 2\pi f_c$; f_c – частота сети (50 Гц); $\varphi_{a1}; \varphi_{a2}$ – фазы прямого и обратного тока статора; $\varphi_{b1}, \varphi_{b2}$ – фазы индукции магнитного поля в зазоре прямого и обратного следования фаз.

Крутильные колебания статора ($r = 0$) возникают под воздействием тангенциальных сил.

Подставляя (3) и (4) в уравнение (2) получим:

$$\begin{aligned} p_\tau &= 0,5 \cdot 10^2 [A_1 B_1 \cos(2p\vartheta - 2\omega_1 t - \phi_{a1} - \phi_{b1}) + \\ &+ A_1 B_1 \cos(\phi_{b1} - \phi_{a1}) + A_1 B_2 \cos(2p\vartheta - \phi_{a1} - \phi_{b2}) + \\ &+ A_1 B_2 \cos(2\omega_1 t + \phi_{a1} - \phi_{b2}) + \\ &+ A_2 B_1 \cos(2p\vartheta - \phi_{a2} - \phi_{b1}) + \\ &+ A_2 B_1 \cos(2\omega_1 t - \phi_{a2} + \phi_{b1}) + \\ &+ A_2 B_2 \cos(2p\vartheta + 2\omega_1 - \phi_{a2} - \phi_{b2}) + \\ &+ A_2 B_2 \cos(\phi_{b2} - \phi_{a2}). \end{aligned}$$

Уравнение тангенциальных сил включает 4 составляющие:

- постоянные:

$A_1 B_1 \cos(\varphi_{a1} - \varphi_{b1})$ и $A_2 B_2 \cos(\varphi_{a2} - \varphi_{b2})$;

- зависящие от углового положения и числа пар полюсов:

$A_1 B_2 \cos(2p\vartheta - \varphi_{a1} - \varphi_{b2})$ и

$A_2 B_1 \cos(2p\vartheta - \varphi_{a2} - \varphi_{b1})$;

- зависящие от времени и угловой скорости:

$A_1 B_2 \cos(2\omega_1 t + \varphi_{a1} - \varphi_{b2})$ и $A_2 B_1 \cos(2\omega_1 t - \varphi_{a2} + \varphi_{b1})$;

- зависящие от углового положения, числа пар полюсов, от времени и угловой скорости:

$A_1 B_1 \cos(2p\vartheta - 2\omega_1 t - \varphi_{a1} - \varphi_{b1})$ и

$A_2 B_2 \cos(2p\vartheta + 2\omega_1 t - \varphi_{a2} - \varphi_{b2})$.

Учитывая, что вращающий момент ротора от действия распределенных по поверхности ротора тангенциальных магнитных сил будет равен:

$$M_{вр} = 2\pi R^2 l \int_0^{2\pi} p_\tau d\vartheta,$$

после интегрирования по угловой координате ϑ получим:

$$\begin{aligned} M_{вр} &= \pi R^2 l [A_1 B_1 \cos(\phi_{b1} - \phi_{a1}) + \\ &+ A_2 B_2 \cos(\phi_{b2} - \phi_{a2}) + \\ &+ A_1 B_2 \cos(2\omega_1 t + \phi_{a1} - \phi_{b2}) + \\ &+ A_2 B_1 \cos(2\omega_1 t - \phi_{a2} + \phi_{b1})]. \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнение вращающего момента (5) содержит постоянные составляющие и составляющие, периодически изменяющиеся от времени с удвоенной круговой частотой сети. В монографии Шубова [1] в качестве тангенциальной силы, возбуждающей крутильные колебания статора, принята

$$p_\tau^{пр} = 0,5 A_2 B_1 \cos(2\omega_1 t + \varphi_{b1} - \varphi_{a2}),$$

$$M_{вр}^{пр} = 2\pi R^2 l \, p_\tau^{пр}, \quad (6)$$

т.е. сила, соответствующая только четвертой компоненте уравнения (5), при этом не учитывалась третья компонента уравнения (5), также периодически изменяющаяся от времени.

Учитывая, что $A_{1,2} = \dfrac{m n_в}{p\tau} I_{1,2}$; где $\tau = \dfrac{\pi d}{2p}$ – полюсное деление; m – число фаз; $n_в$ – число витков одной фазы; d – диаметр ротора; $I_{1,2}$ – ток в фазах ротора при прямом и обратном следовании фаз; $b_0 = B_0 \cos(p\vartheta - \omega_1 t - \varphi_{0r})$ – основное магнитное поле в воздушном зазоре; $B_0 = \dfrac{F_0}{k_н} \Lambda_0 \mu$ – амплитуда основной волны магнитного поля; $F_0 = 1,35 \dfrac{n_в k_{об}}{p} I_{or}$ – амплитуда основной волны м.д.с. трехфазных обмоток; $k_{об}$ – обмоточный коэффициент; $I_{or} = k_{ior} I$ – реактивная составляющая

тока холостого хода ($k_{ior} = I_{or} / I = 0{,}25 \div 0{,}5$ для электродвигателей от 1 до 100 кВт [2]); $\Lambda_0 = \frac{1}{\delta k_c}$ – постоянная составляющая магнитной проводимости; δ – воздушный зазор между статором и ротором; k_c – коэффициент Картера; μ – магнитная проницаемость среды. Отсюда:

$$B_{1,2} = 1{,}35 \frac{n_в k_{об} \mu}{p \delta k_c} k_{ior} I_{1,2}$$

Используя метод симметричных составляющих [3], найдем зависимость изменения токов прямой I_1 и обратной I_2 последовательности от изменения тока в одной фазе.

На рис. 1 показаны графики изменения тока прямой (I_1) и обратной (I_2) последовательности при несимметрии одной фазы ($I_a / I_{ном}$, $I_{ном} = I_b = I_c$) . Из графика видно, что при увеличении несимметрии от 0 до 100 %, ток прямой последовательности I_1 линейно уменьшается в диапазоне $(1 \div 0{,}56)\, I_{ном}$, а ток обратной последовательности I_2 линейно увеличивается в диапазоне $(0 \div 0{,}56)\, I_{ном}$, при этом фаза между токами I_1 и I_2 составит $\alpha = \varphi_{a1} - \varphi_{a2} = 180^{\circ}$.

Здесь же дан график отношения токов I_2 / I_1, который показывает, что в первом приближении это отношение равно проценту несимметрии при изменении тока в одной фазе и отличается от него в меньшую сторону максимум на 10 % (см. график *Ia/Iном*).

Проведено численное и экспериментальное моделирование динамики асинхронного привода при различной степени несимметрии питающего тока. В качестве исходных параметров привода приняты данные экспериментального макета, построенного на основе асинхронного электродвигателя АИР90L4У3 с возможностью регулирования тока в фазах. Зададим исходные данные для расчета: d = 0,095 м; l = 0,13 м; δ = 0,0003 м; p = 2; $m = 3$; $n_в$ = 246; $k_{об}$ = 1,202 ; $\omega_1 = 2\pi f_c$; f_c = 50 Гц ; $\mu = 4\pi \cdot 10^{7}$ Гн/м.

Значения вращающего момента, вычисленные по уравнению (5) при токе в фазах $I_a = 3\,A$; $I_b = I_c = 5\,A$ (степень несимметрии 40 %), приведены на рис. 2. Из графика видно, что на постоянную составляющую вращающего момента накладывается колебательная составляющая с частотой 100 Гц.

На рис. 3 приведены графики изменения максимального $M_{вр.max}$, минимального $M_{вр.min}$ и среднего $M_{вр.ср}$ значений вращающего момента асинхронного электродвигателя АИР90L4У3 от процента несимметрии тока одной фазы (I_a) для точного значения $M_{вр}$, вычисленного по уравнению (1). Здесь же приведены соответствующие значения вращающих моментов $M^{пр}_{вр.max}$, $M^{пр}_{вр.min}$, $M^{пр}_{вр.ср.}$, вычисленных по приближенному уравнению (2). Из графиков видно, что при возрастании несимметрии увеличивается переменная составляющая вращающего момента, тогда как средняя составляющая момента уменьшается.

Вычисления по точной формуле (1) дают большую (почти в 2 раза) амплитуду колебательной составляющей, чем при расчетах по прибли-

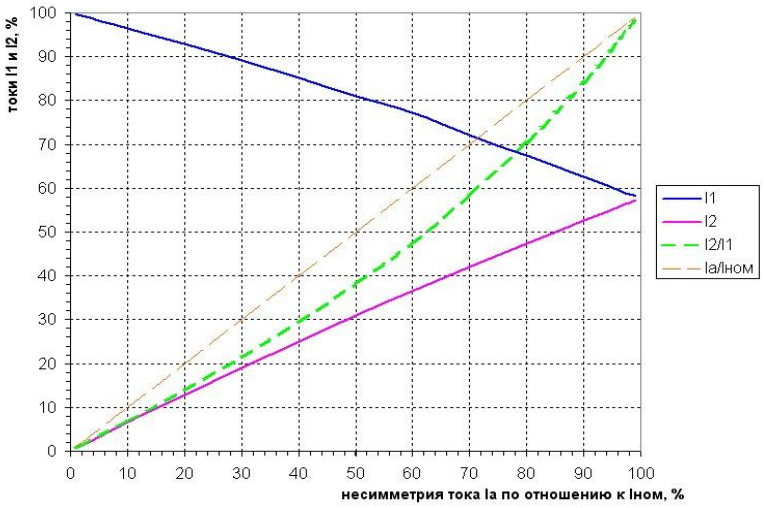


Рис. 1. Изменение тока прямой I_1 и обратной I_2 последовательности от изменения тока в одной фазе I_a

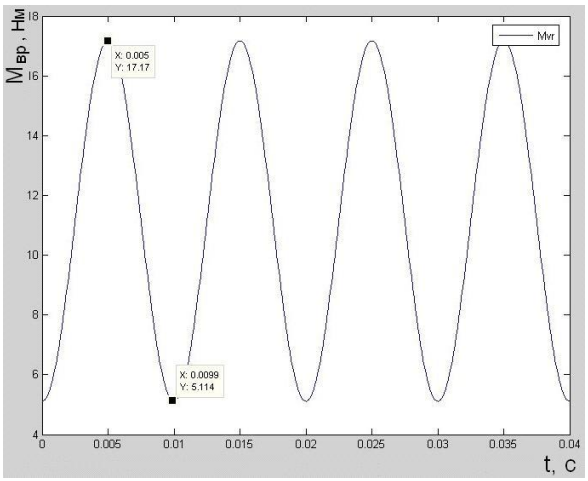


Рис. 2. Осциллограмма изменения вращающего момента при несимметрии тока в фазах 40%

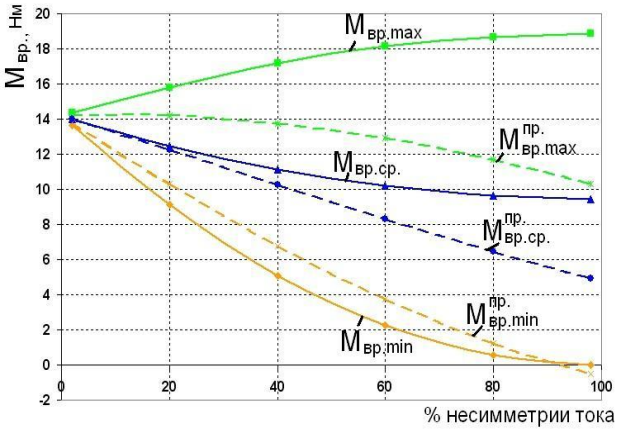


Рис. 3. График изменения вращающего момента АИР90L4У3 от несимметрии тока одной фазы

женной формуле (2).

Численное моделирование динамических характеристик асинхронного привода АИР90L4У3 при различной степени несимметрии питающего тока проведено с использованием программы «Din_TT» [4]. В результате, определен уровень колебаний привода по 6 обобщенным координатам и в точках установки датчиков вибрации при силовом возмущении от вращающего момента (рис.4). Электродвигатель устанавливался на 4-х резинокордных опорах. Массоинерционные характеристики электродвигателя и жесткостные характеристики опор приведены ниже: масса $m = 18{,}6\,кг$; моменты инерции $J_x = 0{,}154 кг \cdot м^2$; $J_y = J_z = 0{,}16\,кг \cdot м^2$; жесткость опор в вертикальном $C_z = 4 \cdot 10^5\,н/м$ и горизонтальных направлениях $C_x = C_y = 8 \cdot 10^4\,н/м$

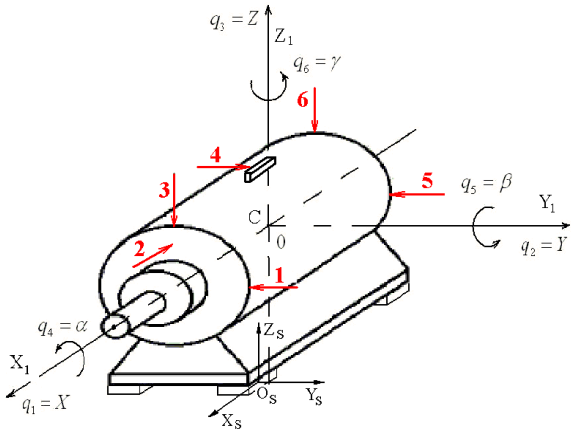
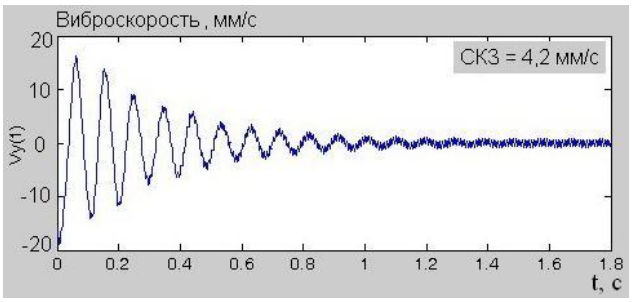
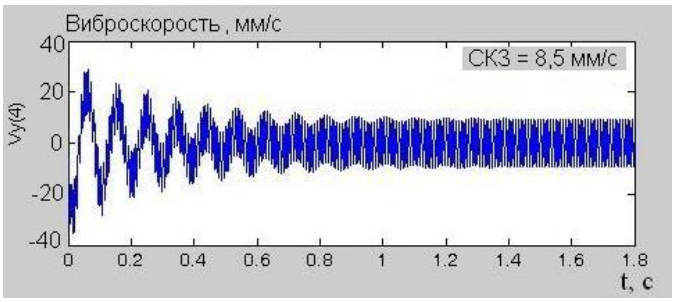


Рис. 4. Точки и направления установки датчиков вибрации на электродвигателе

На рис. 5 по данным численного моделирования приведены графики изменения виброскорости в точках 1 (горизонтальное направление) и 4 (тангенциальное направление) установки датчиков (рис. 4) при обрыве фазы (100 % несимметрии).



а)



б)

Рис. 5. График виброскорости электродвигателя в горизонтальном (а) и тангенциальном (б) направлениях

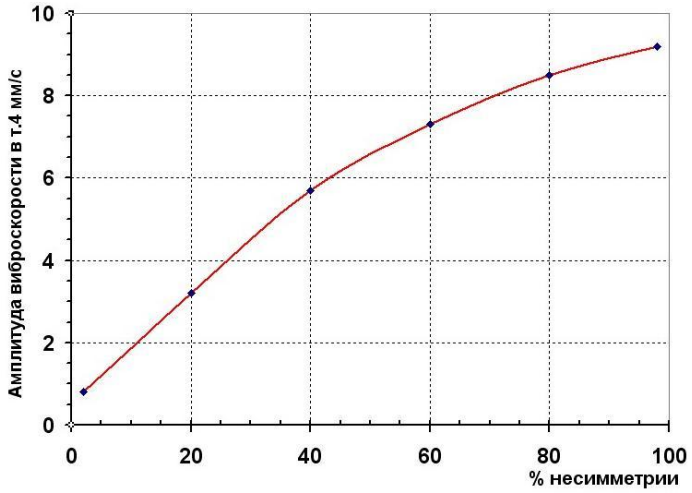


Рис. 6. Зависимость тангенциальной вибрации от % несимметрии

Анализ полученных результатов показывают, что максимальные установившиеся колебания электродвигателя наблюдаются в тангенциальном направлении. На рис. 6 приведен уровень тангенциальной вибрации при различной степени несимметрии.

Измерения вибрации асинхронного привода при несимметрии питающего тока проведены на экспериментальном макете (рис.7), включающем: асинхронный электродвигатель АИР90L4У3 (1); установку реостатного регулирования силы тока в фазах (2); двигатель постоянного тока (3) для создания нагрузочного момента; реостат для регулирования нагрузки (4), амперметр (5); источник питания цепи возбуждения (6) двигателя (3).

Сигнал с датчиков ускорения (рис. 7), установленных на корпусе электродвигателя АИР90L4У3, регистрировался с помощью восьмиканального виброизмерительного преобразователя СТД-2160 с последующей обработкой с помощью программы «Вибродизайнер».

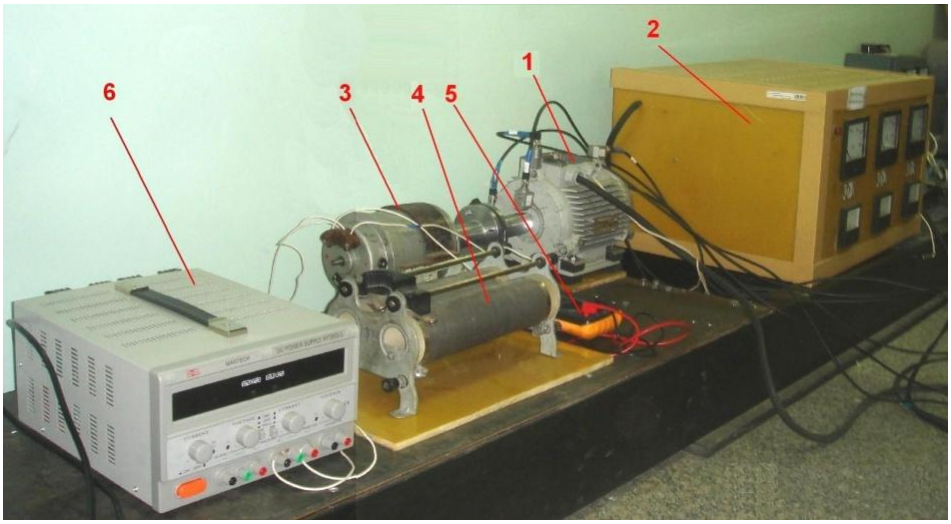
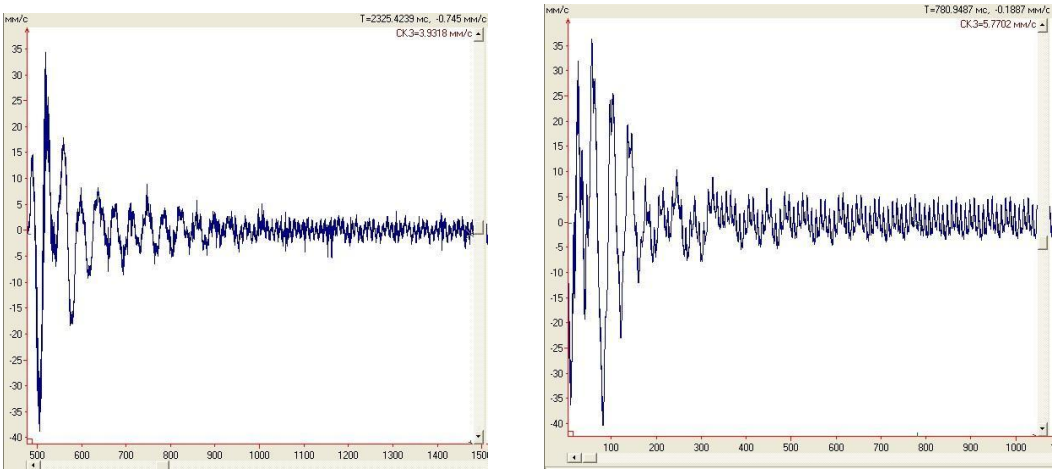


Рис. 7. Экспериментальная установка исследования динамики асинхронного электродвигателя при несимметрии фазных токов: – асинхронный электродвигатель типа АИР90L4У3; 2 – установка реостатного регулирования тока; 3 – электродвигатель постоянного тока, работающий в режиме генератора; 4 – резистор переменного сопротивления; 5 – амперметр; 6 – источник питания постоянного тока

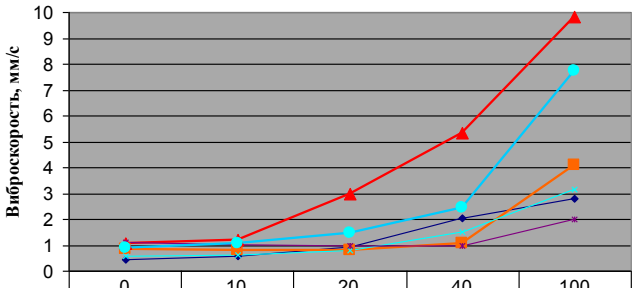


а) **б)**

Рис. 8. Графики виброскорости, полученные экспериментально на датчиках 1 и 4 в горизонтальном и тангенциальном направлениях

На рис. 8 приведены графики виброскорости электродвигателя в тех же точках 1 и 4 установки датчиков вибрации в горизонтальном и вертикальном направлениях при $I_a = 3A;\ I_b = I_c = 5A$ (40 % несимметрии). Экспериментальные измерения подтвердили результаты моделирования – максимальная вибрация наблюдается в тангенциальном направлении. Установившиеся вибрации при этом превышают вибрации в других направлениях в 1,5–2 раза.

В результате проведённых экспериментов была выявлена зависимость повышения общего уровня СКЗ виброскорости по шести измеряемым направлениям от изменения степени несимметрии (рис. 9), при этом наибольший рост виброскорости наблюдался в горизонтальном и ***тангенциальном*** направлениях.



	0	10	20	40	100
вертикальное 2 (точка 6)	0,45	0,6	0,94	2,05	2,81
горизонтальное 2 (точка 5)	0,83	0,82	0,82	1,08	4,11
тангенциальное (точка 4)	1,08	1,21	2,98	5,35	9,81
вертикальное 1 (точка 3)	0,57	0,62	0,82	1,52	3,14
осевое (точка 2)	1,12	1,01	0,97	0,96	2,01
горизонтальное 1(точка 1)	0,88	1,05	1,46	2,43	7,73

Несимметрия фазных токов,%

Рис. 9. График зависимости значений СКЗ виброскорости в шести измеряемых точках от степени несимметрии фазных токов двигателя

БИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шубов И.Г. Шум и вибрация электрических машин. – Л. : Энергоатомиздат. Ленинградское отделение. – 1986. – 208 с.
2. Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины. Учебник для вузов-2-е изд. перераб. и доп. в 2-х томах. –М. : Издательство МЭИ 2004. Том 1. – 656 с.
3. Волдек А.И. Электрические машины. – Л. : Энергия, 1978. – 832 с.
4. Лукьянов Д.А., Куцый Н.Н. Исследование, моделирование и оптимизация динамических характеристик мотор-вентиляторов электровозов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование – Иркутск, ИрГУПС. – 2009. – № 2 (22). – С. 97-108.

УДК 621.002.5

Широбоков Константин Петрович,
к.т.н., доцент, Воткинский филиал Ижевского государственного технического университета, тел.: 8(34145) 5-15-00, 8-9226863753, e-mail: vflab101@mail.ru
Святский Владислав Михайлович,
аспирант, Воткинский филиал Ижевского государственного технического университета, тел.: 8-9058759300, e-mail: svlad-2000@rambler.ru

ОХЛАЖДЕНИЕ СВОБОДНОЙ СТРУИ РАСПЛАВЛЕННОГО ПОЛИМЕРА ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИИ ВЕРТИКАЛЬНОГО РАЗДУВА

K.P. Shirobokov, V.M. Svjatsky

COOLING OF THE FREE STREAM OF THE FUSED POLYMER AT REALIZATION OF VERTICAL BLOW WITH AIR TECHNOLOGY

Аннотация. *Рассмотрен способ получения волокнистых материалов из расплава полимеров, представлена методика расчета изменения температуры струи расплавленного полимера на участке ее течения от сопла плавильного агрегата до координаты встречи с дутьевой головкой.*

Ключевые слова: *материал, технология, установка, агрегат, волокно.*

Abstract. *The way of reception of fibrous materials from the melt of polymers is considered, the design procedure of change of temperature of a stream of the fused polymer, on a site of its current from a nozzle of the melting unit to coordinate of a meeting with blow head is presented.*

Keywords: *material, technology, facility, unit, fibre.*

В современном мире большинство промышленных потребителей теплоизоляционных, звукоизоляционных и сорбирующих материалов отдают предпочтение волокнистым материалам, которые просты в применении, показывают высокую эффективность и имеют низкую себестоимость продукции.

В настоящее время волокнистые синтетические материалы благодаря высокой прочности, стойкости к агрессивным воздействиям, хорошим фильтрующим свойствам и низкому влагопоглощению все больше заменяют в промышленности материалы из природных волокон [1].

С этой точки зрения создание современной технологии, позволяющей сократить затраты на производство волокнистых материалов, обеспечивая при этом получение качественного материала с высокой производительностью, в настоящее время является актуальной задачей.

Традиционная технология получения такого материала, основанная на экструзии расплава через тонкие отверстия фильеры в виде струек, охлаждением и вытягиванием жгута намоточным устройством с дальнейшей обработкой – достаточно сложное и энергоемкое производство, предполагающее использование качественного промышленного сырья определенного состава. При использовании в качестве сырья вторичного гранулята, который неоднороден по составу, расплав обладает меньшей вязкостью, температурой плавления, а также низкими механическими характе-

ристиками, не позволяющими применять в таких условиях намоточные устройства. По этой причине не удается получить из них волокнистый материал по традиционной технологии.

Наибольший интерес среди технологических процессов получения волокнистых материалов из волокон термопластичных веществ представляет процесс, суть которого заключается в получении вертикально падающей струи расплавленного материала с последующим ее раздувом воздушным потоком. Идея такого процесса не нова, однако этот процесс до сих пор не реализован в промышленных условиях, за исключением стеклянных и минеральных волокон [2, 3]. Результаты работы по созданию такой технологии получения волокнистых материалов из расплава полимеров подтвердили ее положительные качества, в том числе существенное уменьшение материальных и энергетических затрат на производство такого волокна по сравнению с традиционной технологией [4].

Конструкторские идеи переработки полимерных расплавов в штапельные волокна, основанные на принципе одностадийного процесса, сделали этот способ весьма перспективным, поскольку все переходы от загрузки сырья до выхода готового материала осуществляются на одном агрегате, при этом в качестве сырья может использоваться как первичный, так и вторичный гранулят. Теоретические основы такого способа следует рассматривать как новый, самостоятельный процесс, полностью удовлетворяющий требованиям экономии энергии, снижения трудозатрат и простоты технологических операций.

В этой связи исследование технологии получения волокнистых материалов из волокон термопластичных веществ способом вертикального раздува представляет наибольший интерес.

Такой технологический процесс принципиально отличается способом создания растягивающей силы: она создается воздушным потоком, истекающим из устройства волокнообразования. Это обстоятельство вносит ряд новых моментов при проектировании агрегатов по рассматриваемой схеме по сравнению с традиционным способом.

Отличие заключается, прежде всего, в том, что для получения волокнистого материала требуемого качества необходимо знать, как изменяется температура струи расплавленного материала на участке ее течения от сопла плавильного агрегата до координаты встречи с устройством волокнообразования.

При аналитическом решении этой задачи примем следующие допущения. Первое: струя расплавленного полимера имеет форму бесконечного стержня с убывающим по длине радиусом. Второе: движением струи в осевом направлении пренебрегаем вследствие малых скоростей потока. Третье: охлаждение струи расплавленного полимера эжектируемым устройством волокнообразования воздушным потоком на рассматриваемом участке происходит равномерно по всей длине струи. Четвертое: струя находится в среде с постоянной температурой t_a. Пятое: коэффициент теплопроводности материала струи λ достаточно велик, а площадь поперечного сечения струи мала по сравнению с ее длиной. Последнее дает основание пренебречь изменением температуры по сечению струи и считать, что она изменяется только по длине струи в направлении оси x. Расчетная схема для решения поставленной задачи представлена на рис. 1.

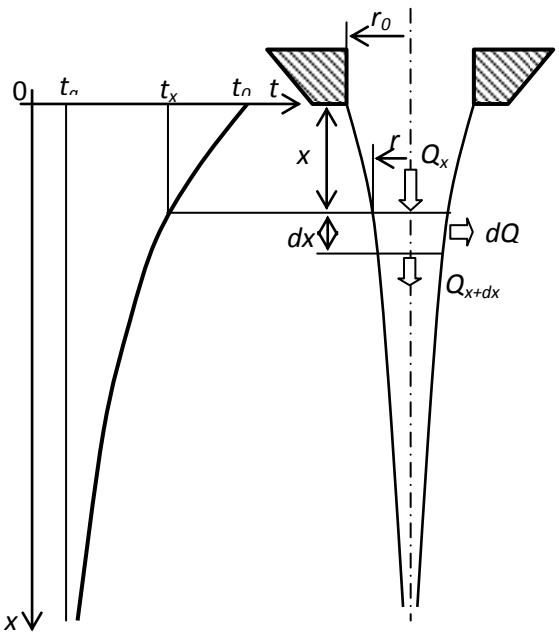


Рис. 1. Расчетная схема для определения изменения температуры струи, истекающей из сопла плавильного агрегата

В дальнейших выводах отсчет температуры струи будем вести от температуры среды и введем определение избыточной температуры струи, обозначив ее через θ:

$$\theta = t_x - t_a .$$

На расстоянии x от среза сопла плавильного агрегата, из которого происходит истечение струи расплавленного полимера, выделим элемент

струи длиной *dx*. Уравнение теплового баланса для рассматриваемого элемента запишем в виде:

$$dQ = Q_x - Q_{x+dx}\ , \qquad (1)$$

где dQ – количество теплоты, отдаваемое за единицу времени наружной поверхностью выделенного элемента окружающей его среде; Q_x – количество теплоты, входящее в верхнюю грань элемента за единицу времени; Q_{x+dx} – количество теплоты, которое выходит за это же время через нижнюю грань выделенного элемента.

Согласно основному закону теплопроводности имеем:

$$dQ = -\lambda(d\theta/dx)\pi r^2\ , \qquad (2)$$

$$Q_{x+dx} = -\lambda\pi r^2\,[d(\theta+(d\theta/dx)dx]dx. \qquad (3)$$

Считая, что процесс теплообмена между поверхностью выделенного элемента струи площадью $2\pi rdx$ описывается законом Ньютона – Рихмана, имеем:

$$dQ = 2\pi r\alpha\theta dx, \qquad (4)$$

где α – коэффициент теплоотдачи [Вт/(м^2·К)], характеризующий интенсивность конвективного теплообмена между струей и окружающей средой. Этот коэффициент зависит практически от всех параметров процесса теплообмена, в том числе и от скорости воздушного потока V, эжектируемого устройством волокнообразования в области между соплом плавильного агрегата и верхним торцем устройства волокнообразования. Для определения коэффициента теплоотдачи предлагается воспользоваться эмпирической формулой:

$$\alpha = \alpha_c + \beta V, \qquad (5)$$

где α_c – коэффициент теплоотдачи при нулевой скорости потока воздуха; β – коэффициент влияния скорости воздушного потока на эффективность теплоотдачи (α_c и β – определяются экспериментально для разных условий взаимодействия воздушного потока со струей расплавленного полимера).

Подставив (2), (3), (4) в уравнение теплового баланса (1), получим дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее процесс охлаждения струи расплавленного материала:

$$d^2\theta/dx^2 = q^2\theta, \qquad (6)$$

где $q^2 = 2\alpha/(\lambda r)$; λ = 0,14 Вт/(м·К) – коэффициент теплопроводности материала.

Для случая, когда параметр q=*const*, существует аналитическое решение уравнения (6):

$$\theta = \theta_0 e^{-qx}\ , \qquad (7)$$

где $\theta_0 = t_0 - t_a$ – избыточная температура на срезе сопла плавильного агрегата.

В рассматриваемом случае радиус r струи существенно зависит от осевой координаты x, и считать, что q = *const* будет некорректным.

В ходе экспериментального исследования процесса истечения струи расплавленного полимера из сопла плавильного агрегата под действием гидростатического давления получены ее фотографии (рис. 2), при различных значениях средней скорости V воздушного потока, действующего на струю расплавленного полимера в направлении ее движения на рассматриваемом участке.

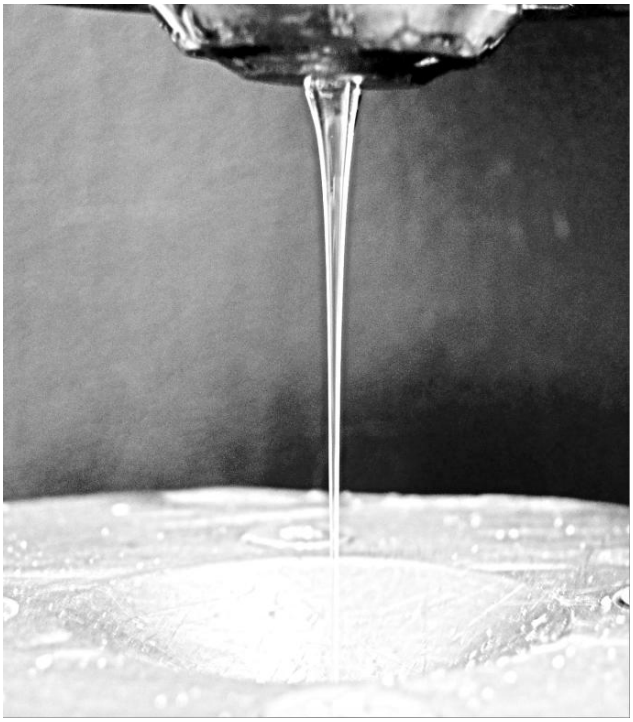


Рис. 2. Струя расплавленного первичного полимера, полученная при температуре на срезе сопла плавильного агрегата 310 °С

После анализа этих фотографий получена эмпирическая формула, устанавливающая зависимость текущего радиуса струи r от осевой координаты x:

$$r = (r_0 - r_c)e^{-cx} + r_c, \qquad (8)$$

где r_c – радиус струи, охлажденной ниже температуры плавления; c – параметр, определяемый в зависимости от скорости V воздушного потока, обтекающего струю в зоне между срезом сопла плавильного агрегата и верхним торцем устройства волокнообразования – до начала процесса волокнообразования. Одна из фотографий струи, полученной при истечении расплавленного полимера из сопла плавильного агрегата диаметром 3 мм (r_0 = 0,0015 м) при температуре на срезе сопла t_0 = 310 °С и при неработающем устройстве волокно-

образования, когда V=0, представлена на рис. 2. Измерив с учетом масштаба фотографии продольные и поперечные размеры струи, получено: в нижней части течения, при расстояниях x>0,04 *м* радиус струи остается неизменным и составляет r_c = 0,0002 м, а при x = 0,03 м – r = 0,00025 м. При этих условиях из формулы (8) определен параметр c = 108 м$^{-1}$.

На настоящий момент аналитического решения уравнения (7) с условием (8) получить не удалось. Для решения поставленной задачи предлагается представить струю расплавленного полимера ступенчатой, в виде множества цилиндрических элементов длиной Δx, и последовательно вычислять избыточную температуру θ_i в нижней части таких элементов по формуле:

$$\theta_i = \theta_{i-1} e^{-q_i \Delta x}, \qquad (9)$$

где $i = 1…n$; $n = 10…20$ – количество условных цилиндрических элементов; $\Delta x = (0,1…0,05) x_{max}$; x_{max} – максимальное расстояние по длине струи, при увеличении которого существенного изменения температуры, влияющего на физические свойства струи, не происходит; θ_{i-1} – избыточная температура в нижней части предыдущего условного цилиндрического элемента. Осевая координата при этом определяется выражением $x = i\,\Delta x$. Параметр q_i в этом случае вычисляется по формуле:

$$q_i = [2\alpha/(\lambda\,((r_0 - r_c)e^{-ci\Delta x} + r_c))]^{0,5}. \qquad (10)$$

Предварительные расчеты изменения температуры струи по ее длине по формуле (8) показали неудовлетворительный результат: при изменении расстояния x от нуля всего на 0,004 м температура изменяется сразу на 200 °С – от 310 до 110 °С, хотя судя по фотографии струи ее деформация продолжается до расстояния x = 0,04 м, что свидетельствует о том, что на этом участке температура струи остается выше температуры плавления полимера, которая составляет 250 °С. Вероятно, что такой результат обусловлен некорректностью определения коэффициента теплоотдачи по формуле (5). Предположив, что изменение поперечного размера струи происходит только в том случае, когда ее температура превышает температуру плавления полимера, формулу (9) можно представить в виде:

$$\theta_{пл} = \theta_0 \cdot e^{-q_i x_{max}}, \qquad (11)$$

где $\theta_{пл}$= 230 °С, θ_0=290 °С и x_{max}= 0,04 м определены во время эксперимента при получении струи, изображенной на рис. 2.

Рассмотрев совместно формулы (10) и (11), на основе экспериментальных данных определили коэффициент теплоотдачи струи расплавленного полимера при нулевой скорости потока охлаждающего воздуха:

$$\alpha_c = 0{,}000512 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}.$$

Результаты расчета температуры струи по формуле (9) полученные при рассмотрении струи расплавленного полимера с коэффициентом теплопроводности λ = 0,14 Вт/(м·К), истекающей из сопла плавильного агрегата радиусом r_0 = 0,0015 м, при r_c = 0,0002 м, при неработающем устройстве волокнообразования, когда V = 0, при коэффициенте теплоотдачи, определенным выше α_c = 0,000512 Вт/(м^2·К), при параметре c = 108 м$^{-1}$ представлены на рис. 3. При этом принято, что $i = 1…10$, $x_{max} = 0{,}04$ *м*, Δx = 0,004 м. Графики получены при температуре струи на срезе сопла плавильного агрегата t_0 = 330 °С, t_0 = 310 °С и t_0 = 290 °С. Температура среды t_a = 20 °С. Температура струи, соответствующая осевой координате x, определяется как $t_x = \theta_i + t_a$.

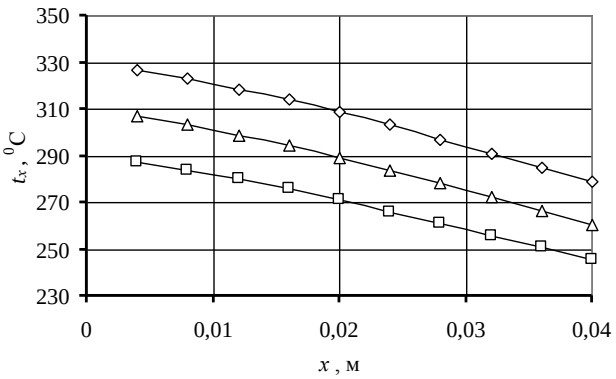


Рис. 3. Расчетные зависимости температуры струи расплавленного полимера t_x от осевой координаты x: ◇ – при t_0=330 °С; △ – при t_0=310 °С; □ – при t_0=290 °С

Таким образом, в результате проведенных экспериментальных и теоретических исследований процесса охлаждения струи расплавленного полимера получена формула для расчета распределения температуры по длине струи, которая необходима для определения рационального расстояния от сопла плавильного агрегата до устройства волокнообразования при проектировании агрегатов для получения волокнистых материалов способом вертикального раздува воздухом.

Вывод

Показана возможность получения волокнистых материалов из расплава полимера способом вертикального раздува воздухом, дана преимущественная оценка такого способа переработки полимеров в волокнистые материалы. Представлена

методика расчета изменения температуры струи расплавленного материала, на участке ее течения от сопла плавильного агрегата до координаты встречи с устройством волокнообразования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

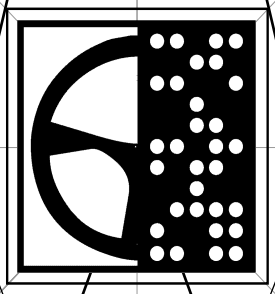
1. Папков С.П. Теоретические основы производства химических волокон. – М. : Химия, 1990. – 272 с.
2. Стеклянное штапельное волокно. Я.А. Школьников, Б.М. Полик, Э.П. Кочаров и др. – М. : Химия, 1969. – 269 с.
3. Джигирис Д.Д., Махова М.Ф. Основы производства базальтовых волокон и изделий. -М. : Теплоэнергетик, 2002. – 416 с.
4. Технология и оборудование для производства волокнистых материалов способом вертикального раздува : монография / А.И. Шиляев, К.П. Широбоков, Б.А. Сентяков и др. – Ижевск : Изд-во ИжГТУ, 2008. – 248 с.

Министерство образования и науки Российской Федерации
Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Иркутский государственный университет путей сообщения
Иркутский научный центр СО РАН
Российская инженерная академия

Современные технологии

Системный анализ

Моделирование



Раздел 2.

Информатика, вычислительная техника и управление. Приборостроение. Метрология. Информационно-измерительные приборы и системы

Содержание научного журнала:

- Инженерная механика
- Транспортные средства
- Энергетика и электромеханика
- Строительство, материалы и конструкции
- Охрана окружающей среды
- Автоматизация технологических процессов
- Современные технологии
- Системный анализ
- Моделирование технических систем
- Транспортные системы
- Телекоммуникации и связь
- Управление техническими системами
- Информационные технологии

УДК 658.562.012.7

Ермаков Анатолий Анатольевич,
начальник управления информатизации, ИрГУПС (г. Иркутск), e-mail: ermak@irgups.ru

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

A.A. Ermakov

ASSESSMENT OF THE QUALITY OF FUNCTIONING OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS

Аннотация. *Рассматривается оценка качества функционирования сложных технических систем при условии того, что значения входных параметров и состояние внешней среды соответствуют норме. Предлагаются числовые критерии качества функционирования, учитывающие значения случайных факторов в ходе измерения определяющих параметров системы.*

Ключевые слова: *сложная техническая система, качество функционирования, показатель качества, состояния системы, определяющие параметры системы.*

Abstract. *Assessment of the quality of functioning of complex technical systems, provided that the values of input parameters and the state of the environment are normal is considered. Numeric criteria of quality of functioning, taking into account the influence of random factors in the measurement of characteristic parameters of the system are proposed.*

Keywords: *complex technical system, the quality of functioning, quality score, the system state, defining the parameters of the system.*

Задача оценки качества функционирования сложных технических систем (СТС) должна постоянно решаться в процессе их использования по назначению. Основой для определения этой оценки нередко являются количественные показатели наблюдаемых и измеряемых параметров [1–3]. Известно, что исправное состояние и состояние отказа некоторой СТС представляют собой противоположные события, характеризующиеся различными уровнями качества функционирования системы. Для этой пары состояний значения определяющих параметров могут и, скорее всего, будут существенно отличаться. Так, для исправного состояния значения наблюдаемых и измеряемых параметров находятся в заранее заданных пределах, часто определяемых нормативно-технической документацией. В противном случае значения этих параметров (или как минимум – одного из них) находятся вне границ таких пределов.

Следовательно, качество функционирования СТС будет зависеть от того, в каком техническом состоянии она находится.

Под качеством функционирования здесь понимается результат выполнения системой возложенных на нее функций при условии, что все входные параметры находятся в рамках предъявляемых к ним требований, а состояние окружающей среды соответствует норме.

Это определение не противоречит существующим представлениям. Так, в [1] предполагается, что качество функционирования СТС зависит от характера изменения значений определяющих параметров, за которыми ведется наблюдение. В упомянутой работе в ряде случаев термины «эффективность» и «качество» сложных технических систем употребляются как синонимы.

Обобщением вышесказанного является следующий вывод: качество функционирования зависит от состояния системы, а состояние характеризуется количественными значениями определяющих параметров.

Цель настоящей работы состоит в предложении простого критерия оценки качества функционирования технической системы, значение которого бы соответствовало текущему состоянию этой системы.

Для этого рассмотрим некую величину R, представляющую собой ожидаемое значение результата выполнения своих функций. При этом значение фактических потерь определяется величиной $\Delta r_{\phi}(t)$, зависящей от времени и представляющей абсолютные фактические потери по причине ухудшения состояния СТС за счет процессов износа и старения. Тогда, в соответствии с опре-

делением, введем величину z_t, которая может быть использована как один из возможных показателей качества функционирования:

$$z_t = \frac{R - \Delta r_\phi(t)}{R}, \qquad (1)$$

где разность $R - \Delta r_\phi(t)$ – фактическое значение результата выполнения системой своих функций с учетом потерь.

Величина $\Delta r_\phi(t)$ имеет область возможных значений: $0 < \Delta r_\phi(t) \le R$. Поэтому справедливо неравенство $0 \le (R - \Delta r_\phi(t)) < R$, и, следовательно, значение показателя z_t изменяется в диапазоне от 0 до 1. Характер изменения величины показателя z_t зависит от характера изменения величины показателя потерь $\Delta r_\phi(t)$.

В выражении (1) величина R отражает ожидаемый размер пространства результатов функционирования СТС, а $(R - \Delta r_\phi(t))$ – размер пространства фактических результатов. По существу показатель z_t представляет степень соответствия величины фактически полученного результата $(R - \Delta r_\phi)$ величине ожидаемого R. А она, при оговоренных выше начальных условиях, зависит от состояния системы, а значит и от значения определяющих параметров. Поэтому величину z_t можно определить еще и как коэффициент выполнения СТС своих функций.

Тогда, если диапазон возможных значений Δr_ϕ разбить на интервалы, каждый из которых характеризует то или иное состояние технической системы, то полученному в результате измерений текущему значению z_t можно поставить в соответствие и текущее состояние системы S (на рис. $1 - S_2$).

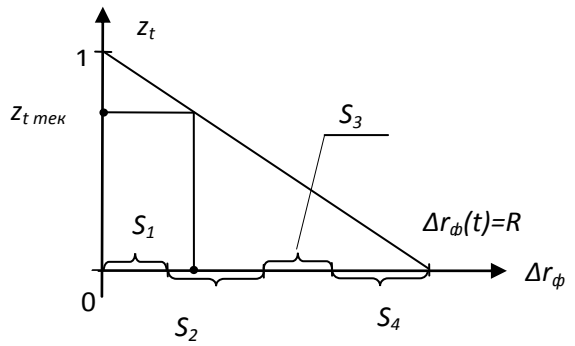


Рис. 1

Пусть качество работы некоторой СТС оценивается на основании значений определяющего параметра $x(t)$. Пусть также этот параметр имеет двусторонние ограничения – верхнее и нижнее, а номинальное значение этого параметра находится внутри названных ограничений.

Предположим, что номинальное значение параметра $x_{ном} = x(0)$ и это значение является отражением величины R, а фактическое истинное значение этого же параметра в момент наблюдения $t_н$ равно $x(t_н)$. Следовательно, отклонение

$$\Delta x(t) == x(0) - x(t_н) = x_{ном} - x(t_н)$$

соответствует Δr_ϕ и отображает состояние, наступившее в момент $t_н$ в результате воздействия на СТС процессов износа и старения. Отсюда:

$$z_t = \frac{x_{ном} - \Delta x(t_н)}{x_{ном}} = \frac{x_{ном} - x_{ном} + x(t_н)}{x_{ном}} = \frac{x(t_н)}{x_{ном}}. \qquad (2)$$

С другой стороны, в случае увеличения значений определяющего параметра по наработке, когда для любого $t_н > 0$ выполняется неравенство $x(t_н) > x_{ном}$, величина $\Delta x(t_н)$ является отрицательным числом. Это противоречит выводам из (1). Во избежание этого противоречия выражение (2) будет корректнее представить в следующем виде:

$$z_t = \frac{x_{ном} - |\Delta x(t_н)|}{x_{ном}}.$$

Так как

$$|\Delta x(t_н)| = \begin{cases} x_{ном} - x(t_н), \\ при\ \Delta x(t_н) > 0; \\ x(t_н) - x_{ном}, \\ при\ \Delta x(t_н) < 0, \end{cases}$$

то при $\Delta x(t_н) > 0$ коэффициент z_t определяется выражением (2), а в противном случае этот коэффициент будет равен:

$$z_t = \frac{x_{ном} - |\Delta x(t_н)|}{x_{ном}} = 2 - \frac{x(t_н)}{x_{ном}}. \qquad (3)$$

Из выражений (2) и (3) понятно, что в обоих случаях $z_t = 1$, если $x(t_н) = x_{ном}$. С ростом абсолютной величины $\Delta x(t_н)$ значение z_t уменьшается и достигает нуля, если $x(t_н) = 0$ в случае (2), и величины $x(t_н) = 2x_{ном}$ в случае (3). Таким образом, предельными значениями, в рамках которых существует показатель качества функционирова-

ния системы по определяющему параметру, являются величины $x_{пр.нижс}=0$ и $x_{пр.верх}=2x_{ном}$. Эти предельные значения симметричны относительно $x_{ном}$. Необходимо отметить, что фактические ограничения на значения определяющего параметра $x_{верх}$ и $x_{нижс}$ чаще всего не будут равны $x_{пр.верх}$ и $x_{пр.нижс}$.

Рассмотрим методику определения значения показателя качества для общего случая, когда значение определяющего параметра $x(t)$ представляет собой сумму номинального значения параметра или значения параметра при нулевой наработке $x(0)$ и некоторой функции, зависящей от времени $f(t)$:

$$x(t)=x(0)\pm f(t). \qquad (4)$$

Если не определены верхняя и нижняя останавливающие границы, то на основании области возможных значений z, а также выражений (2) и (3) можно принять: $x_{пр.верх}=2x_{ном}$ и $x_{пр.нижс}=0$.

Далее можно определить предельное время функционирования описываемой стареющей системы. Для этого необходимо ввести допущения:

- система достигает предельных значений определяющего параметра только за счет естественных процессов износа и старения;
- время достижения определяющим параметром предельных значений является предельным временем функционирования системы;
- после достижения определяющим параметром предельных значений дальнейшее функционирование системы считается нецелесообразным и система снимается с эксплуатации.

Предельными значениями определяющего параметра являются значения его верхней и нижней границы. Тогда предельное время достижения системой верхней и нижней границ будет равно:

$$t_{пр.верх}=\arg f(x_{верх}-x_{ном})=$$
$$=\arg f(2x_{ном}-x_{ном})=\arg f(x_{ном}),$$
$$t_{пр.нижс}=\arg f(x_{ном}-x_{нижс})=$$
$$=\arg f(x_{ном}-0)=\arg f(x_{ном}).$$

Таким образом, и в том и в другом случае значения $t_{пр.верч}$ и $t_{пр.нижс}$ являются одной и той же величиной для симметричных границ: $t_{пр.верх}=t_{пр.нижс}=t_{пр}$.

Измерим значение определяющего параметра в момент наблюдения $t_н$: $0<t_н<t_{пр}$ или $t_н=\gamma t_{пр}$, где $0<\gamma<1$. Тогда

$$x(t_н)=x(0)+f(t_н)=$$
$$=x_{ном}+f(\gamma\cdot\arg(x_{ном}))=$$
$$=x_{ном}+x_{ном}f(\gamma)=(1+\gamma)x_{ном}.$$

Отсюда для знака «+» выражение (4) в соответствии с (3) примет вид:

$$z_{t_\gamma в}=2-\frac{f(1+\gamma)x_{ном}}{x_{ном}}=1-f(\gamma).$$

Аналогично рассуждая, получим значение показателя качества и для знака «–»:

$$x_н(t_н)=(1-\gamma)x_{ном}.$$

Откуда, в соответствии с (2):

$$z_{t_\gamma н}=\frac{f(1-\gamma)x_{ном}}{x_{ном}}=1-f(\gamma).$$

Следовательно, при симметричных границах для одного и того же момента времени значения показателя качества равны:

$$z_{t_\gamma в}=z_{t_\gamma н}=z_{t_\gamma}=1-f(\gamma). \qquad (5)$$

Пусть теперь определены симметричные верхняя и нижняя границы $x_{верх}=\alpha x_{ном}$ и $x_{нижс}=\beta x_{ном}$ соответственно. Исходя из условий симметрии границ, ширина верхнего $\Delta_\alpha=\alpha x_н-x_н$ и нижнего $\Delta_\beta=x_н-\beta x_н$ полей допуска должны быть равны между собой: $\Delta_\alpha=\Delta_\beta$. Из этого равенства получается:

$$\alpha-1=1-\beta.$$

Отсюда

$$z_{t_\gamma}=1-f(\gamma(1-\beta))=$$
$$=1-f(\gamma(\alpha-1)). \qquad (6)$$

И, наконец, для несимметричных границ ($\alpha-1\neq1-\beta$), выражения показателя эффективности работы имеют следующий вид:

$$z_{t_\gamma}^{верх}=1-f(\gamma(\alpha-1)),$$
$$z_{t_\gamma}^{нижс}=1-f(\gamma(1-\beta)). \qquad (7)$$

Рассмотрим в качестве часто применяемых моделей выходных параметров различных типов СТС следующие монотонные функции [4–6]:

$$x_1(t)=x(0)\pm at,$$
$$x_2(t)=x(0)\pm(1-e^{-at}). \qquad (8)$$

В этих выражениях $x(0)=x_{ном}$, а коэффициент a имеет размерность функции $x(t)$. Если границы значений $x(t)$ не определены и имеет место допущение

$$x_{пр.верх}=2x_{ном};\ \ x_{пр.нижс}=0,$$

то для линейной функции $x(t)=x_{ном}+at$ получим:

$$t_{пр} = \frac{x_{ном}}{a},$$

$$t_н = \gamma t_{пр} = \gamma \frac{x_{ном}}{a},$$

$$x(t_н) = x_{ном}(1 \pm \gamma), \qquad (9)$$

$$z_{t_\gamma} = \left\{ \begin{array}{l} 2 - \dfrac{x_{ном}(1+\gamma)}{x_{ноь}} \\ \dfrac{x_{ном}(1-\gamma)}{x_{ном}} \end{array} \right\} = 1 - \gamma,$$

что соответствует выражению (5).

Для симметричных границ $x_{верх} = \alpha x_{ном}$ и $x_{ниж} = \beta x_{ном}$ величина показателя эффективности в момент наблюдения $t_н = t_\gamma$ будет равна

$$z_{t_\gamma} = 1 - \gamma(\alpha - 1) = 1 - \gamma(1 - \beta), \qquad (10)$$

что не противоречит (6).

В случае несимметричных границ не выполняется требование равенства верхнего и нижнего допусков, а именно: $\alpha - 1 \neq 1 - \beta$. Тогда и выражения показателя эффективности также будут разными:

$$z_{t_\gamma}^{верх} = 1 - \gamma(\alpha - 1),$$
$$z_{t_\gamma}^{ниж} = 1 - \gamma(1 - \beta). \qquad (11)$$

Полученные выражения соответствуют (7). Далее приведем без вывода выражения показателя эффективности функционирования для показательной функции при тех же, что и ранее, условиях и для тех же случаев.

Если границы не определены, то имеет место допущение $x_{пр.верх} = 2x_{ном}$ и $x_{пр.ниж} = 0$. Тогда:

$$z_{t_\gamma} = 1 - \frac{1 - (x_{ном} - 1)^{-\gamma}}{x_{ном}}. \qquad (12)$$

При наличии симметричных границ: верхней $x_{верх} = \alpha x_{ном}$ и нижней $x_{ниж} = \beta x_{ном}$ выражение показателя качества будет иметь вид:

$$z_{t_\gamma} = 1 - \frac{1 - (x_{ном}(\alpha - 1) - 1)^{-\gamma}}{x_{ном}} =$$

$$= 1 - \frac{1 - (x_{ном}(1 - \beta) - 1)^{-\gamma}}{x_{ном}}. \qquad (13)$$

И, наконец, для случая несимметричных границ имеем:

$$z_{t_\gamma}^{верх} = 1 - \frac{1 - (x_{ном}(\alpha - 1) - 1)^{-\gamma}}{x_{ном}},$$
$$z_{t_\gamma}^{ниж} = 1 - \frac{1 - (x_{ном}(1 - \beta) - 1)^{-\gamma}}{x_{ном}}. \qquad (14)$$

Измеренное значение параметра $x^*(t_н)$ отличается от истинного $x(t_н)$ в результате влияния на систему различных агрессивных случайных факторов и ошибок измерения. Следовательно, отклонение

$$\Delta x^*(t_н) = x_{ном} - x^*(t_н) \qquad (15)$$

является случайной величиной, в общем случае не равной $\Delta x(t_н)$. Истинное значение параметра в момент наблюдения $x(t_н)$ неизвестно, а полученное измерение $x^*(t_н)$ имеет отклонение (15). С учетом этого отклонения выражения (2) и (3) значения показателя z_t приобретают случайный характер z_t^*. Следовательно, показатель качества будет иметь вид: при $\Delta x^*(t_н) > 0$

$$z_t^* = \frac{x^*(t_н)}{x_{ном}}, \qquad (17)$$

при $\Delta x^*(t_н) < 0$

$$z_t^* = 2 - \frac{x^*(t_н)}{x_{ном}}. \qquad (18)$$

Методика использования полученных выражений в случае соответствия закона изменения выходных параметров моделям (8) состоит в следующем:

- время наблюдения $t_н$ определяется следующим образом: $t_н = t_\gamma = \gamma t_{пр}$, где $t_{пр}$ можно определить как назначенный ресурс t_p. Тогда для любого выбранного момента времени наблюдения $t_н$ доля этого времени от ресурса γ определяется как частное: $\gamma = \dfrac{t_н}{t_p}$;

- для выбранного $t_н$ определяется показатель качества на основании выражений (16) или (17);

- в зависимости от вида модели (8) и способа назначения границ определяющего параметра на основании выражений (9)–(11) или (12)–(14) определяется теоретическое значение z_{t_γ} для момента $t_н$;

- далее определяется отклонение $(z_{t_\gamma} - z_t^*)$ и его знак и по полученному множеству результатов определяется регулярность отклонения. Наличие анализа такой регулярности сможет дать ответы на вопросы, связанные с интенсивностью эксплуатации, закономерностью перехода СТС из состояния в состояние, с прогнозированием состояний. Это может быть основанием для

осуществления мотивированного управления процессом эксплуатации и состоянием СТС.

Показатель качества (1) может быть модифицирован за счет введения величины допустимых потерь $\Delta r_д$. В этом случае выражение для определения величины показателя будет выглядеть следующим образом:

$$z_м = \frac{R - \Delta r_ф(t)}{R - \Delta r_д}, \qquad (19)$$

где $z_м(\Delta r_ф)$ – модифицированный показатель качества, а $\Delta r_д$ – это допустимые потери, представляющие собой неслучайную заданную величину.

Зависимость $z_м(\Delta r_ф)$ имеет два характерных участка $(z_{м\max} \le z_м < 1)$ и $(1 < z_м \le 0)$. На первом участке величине $z_{м\max}$ соответствует случай, когда $\Delta r_ф(t) = 0$, а состояние системы является наиболее предпочтительным – такое, которое имеют СТС с нулевой наработкой. Остальное множество точек этого участка идентично множеству состояний СТС, которые соответствуют уровню ее допустимой работоспособности и при которых $\Delta r_ф(t) < \Delta r_{доп}$. Точка $z_м = 1$ определяет конечную фазу предельного состояния работоспособности системы, когда ее эксплуатация еще возможна, так как фактические потери при работе пока еще равны допустимым.

С увеличением времени эксплуатации прогрессируют процессы износа и старения, увеличиваются потери и снижается значение показателя качества функционирования. Начиная с величин $z_м(\Delta r_ф) < 1$, фактические потери становятся больше допустимых. Следовательно, износ имеет такой уровень, при котором эксплуатация СТС нецелесообразна. В противном случае фактические потери в дальнейшем могут достичь величин, сравнимых с ожидаемым результатом выполнения системой своих функций R, а показатель качества достигнет нулевого уровня: $z_м(\Delta r_ф) = 0$. Такая ситуация означает отказ системы.

Теоретически можно предположить случай $z_м < 0$, то есть случай, при котором система продолжает функционировать, ничего не производя. Это означает возрастание потерь, которые теперь будут пополняться за счет саморазрушения стареющей системы.

Таким образом, в статье предложены простые показатели качества функционирования СТС (1) и (19), первый из которых носит вероятностный характер, а второй включает допустимые потери. Для показателя (1) в форме (2) и (3) получены конечные выражения расчета для наиболее популярных моделей (8) выходных параметров технических систем. Далее предложена методика расчета величины отклонений показателя качества, полученных путем измерений, от теоретического значения. На основе регулярности этих отклонений можно строить методику управления интенсивностью эксплуатации СТС и ее состоянием.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Чумаков Н.М., Серебряный Е.И. Оценка эффективности сложных технических устройств. – М. : Сов. Радио, 1980. – 191 с.
2. Элементы теории испытаний и контроля технических систем / под ред. Р.М. Юсупова. – Л., Ленингр. отд-ние : Энергия, 1978. – 191 с.
3. Разумный М.В., Толченов О.В. Оценка работоспособности устройств автоматики. – М. : Энергия, 1977. – 119 с.
4. Рабочая книга по прогнозированию / под ред. И.В. Бестужева-Лады. – М. : Мысль, 1982. – 430 с.
5. Инженерно-авиационная служба и эксплуатация авиационного оборудования / под ред. Е.А. Румянцева ; Воен.-воздуш. инженер. акад. – М. : Изд-во ВВИА, 1970. – 513 с.
6. Дедков В.К., Северцев Н.А. Основные вопросы эксплуатации сложных систем. – М. : Высш. шк., 1976. – 406 с.

УДК 64.8

Дмитриева Татьяна Львовна
канд. техн. наук, доцент, кафедра «сопротивления материалов и строительной механики»
ИрГТУ (г. Иркутск), тел. (83952) 424269, email: dmital@istu.edu

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ УСЛОВНО-ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗАДАЧ, ИСПОЛЬЗУЮЩИЙ МЕТОДЫ МОДИФИЦИРОВАННЫХ ФУНКЦИЙ ЛАГРАНЖА ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПОРЯДКА

T.L. Dmitrieva

THE ALGORITHM OF THE DECISION OF THE CONDITIONALLY-EXTREME PROBLEMS, USING METHODS OF MODIFIED LAGRANGE FUNCTIONS OF FIRST AND SECOND ORDER

Аннотация. *Представлен алгоритм оптимального проектирования, основанный на численных методах нелинейного математического программирования. Алгоритм включает в набор методов условной и безусловной минимизации различного класса, которые удачно дополняют друг друга на итерациях поискового процесса оптимизации. Предполагается автоматическая настройка алгоритма на наиболее эффективный метод на конкретном этапе поиска.*

Ключевые слова: *автоматизированное проектирование, оптимальное проектирование, нелинейное математическое программирование, модифицированные функции Лагранжа.*

Abstract. *The algorithm of the optimum designing, based on the numerical method of the nonlinear mathematical programming is presented. The Algorithm includes methods of conditional and unconditional minimization of different class, which complement each other on iteration of the search process of optimization aptly. Automatic adjusting of the algorithm on the most efficient method on concrete stage of search is expected.*

Keywords: *computer aided design, optimum designing, nonlinear mathematical programming, modified Lagrange functions.*

Постановка задачи

Практика современного проектирования выдвигает задачу поиска наилучших (оптимальных) решений. Виды формализации таких задач могут быть различными. В данной работе предлагается подход к решению проблемы оптимального проектирования в форме задачи или последовательности задач нелинейного математического программирования (НМП), где критерий оптимальности определяется функцией цели, а заданные требования представлены в виде функций ограничений.

Рассмотрим задачу НМП стандартного вида с ограничениями в форме равенств и неравенств.

Найти

$$min \quad f(x), \quad x \in E^n \tag{1}$$

при ограничениях

$$g_j(x) \le 0, \quad j = 1,2..m; \tag{2}$$

$$x_i^L \le x_i \le x_i^U, \qquad i = 1,2..n.$$

Почти все поисковые методы НМП основаны на использовании итерационных процедур, где значение переменных на каждой итерации определяется как

$$x_i^{t+1} = x_i^t + S_i^t \cdot \Delta_i^t, \tag{3}$$

где S_i^t – нормированный вектор, определяющий направление поиска, а Δ_i^t – длина шага вдоль S_i^t.

Рассмотрим основные подходы, определяющие направления поиска для задач условной минимизации. Одним из наиболее эффективных является подход, сводящий задачу (1–2) к задаче безусловной оптимизации. Здесь можно выделить две основные группы методов: методы штрафных функций и методы множителей Лагранжа. Одним из существенных недостатков методов множите-

лей Лагранжа является то, что эти методы применимы к ограниченному классу задач сепарабельного программирования, где функция Лагранжа должна быть выпуклой по исходным переменным и допускает вычисление производных по двойственным переменным в явном виде. При попытке применения этих методов к решению задач более общего вида необходимо в структуру целевой функции вводить дополнительные фиктивные члены, которые приводят к отклонению решения оптимума. Для построения методов, обладающих широкой областью сходимости и применимых для отыскания локального экстремума в невыпуклых задачах, необходимо воспользоваться модифицированными функциями Лагранжа (МФЛ). Модификация функции Лагранжа достигается путем введения в нее штрафа за нарушение ограничений задачи. В результате этой модификации множество седловых точек функции Лагранжа остается неизменным, но улучшаются некоторые свойства самой функции. Так, например, обеспечивается сходимость методов, использующих МФЛ для более широкого класса задач и с большей скоростью. Модифицированные функции Лагранжа можно трактовать и как модификацию штрафных функций, когда в структуру штрафной функции вместо целевой функции *f(x)* вводится функция Лагранжа. В данной работе исследуются методы решения условно-экстремальных задач, оперирующие с двумя модифицированными функциями Лагранжа [1–5].

Методы модифицированных функций Лагранжа первого порядка

Функцию Лагранжа для задачи (1–2) запишем в виде

$$F_L = f(x) + \{Y\}^T [\delta] \{g\}. \qquad (4)$$

Здесь $\{Y\}$ – вектор множителей Лагранжа, $[\delta]$ – диагональная матрица булевых переменных, элементы которой $\delta_{jj} = 1$, если $j \in M_{ПА}$, в противном случае $\delta_{jj} = 0$, где $M_{ПА}$ – множество потенциально активных ограничений. Множители Лагранжа, соответствующие пассивным ограничениям, принимаются равными нулю, поэтому поиск двойственных переменных осуществляется в редуцированном пространстве потенциально активных ограничений.

Обозначим оси невязок ограничений ΔZ и введем две модифицированные функции Лагранжа:

$$F_P = k_f F_L + 0{,}5\{g\}^T [\delta][K]\{g\} + \\ +0{,}5 k_f \{Y\}^T ([\delta]-[I])\{\Delta Z\}, \qquad (5)$$

$$F_M = k_f F_L (1-\tau) - 0{,}5\tau \left\{\frac{\partial F_L}{\partial x}\right\}^T \left\{\frac{\partial F_L}{\partial x}\right\}. \qquad (6)$$

В выражении (5) $[I]$ – единичная матрица, $[K]$ – диагональная матрица штрафных коэффициентов, k_f – нормирующий множитель, введенный для повышения устойчивости вычислений. Элементы матрицы $[\delta]$ определяются из условия

$$Если \quad g_j +_{\Delta} Z_j > 0, \ \delta_{jj} = 1, \ иначе \ \delta_{jj} = 0. \qquad (7)$$

В (6) τ – некоторая положительная константа.

Рассмотрим свойства функций (5), (6). Функцию *Fp* можно трактовать как сумму, состоящую из функции Лагранжа и штрафа за нарушение ограничений. Третье слагаемое введено для того, чтобы *Fp* совпадала с $k_f f(x)$, когда активные ограничения выполняются со знаком равенства. Множители Лагранжа должны быть связаны с параметрами функции *Fp* следующим образом:

$$y_j^t = \frac{k_{jj}^t}{k_f^t} \Delta Z_j^t . \qquad (8)$$

Fp - непрерывная выпуклая функция, даже если функция Лагранжа F_L невыпукла. Выпуклость *Fp* обеспечивается соответствующим выбором коэффициентов k_f и k_{jj}. В силу соотношения (8) для ΔZ выполняются следующие равенства:

$$0{,}5\Delta f = 0.5 k_f^t \{Y\}^T [\delta]\{\Delta Z^t\} = \\ 0{,}5 k_f^t \{\Delta Z^t\}[\delta][K^t]\{\Delta Z^t\} = 0{,}5 k_f^t \{Y\}^T [\delta]\{g\}. \qquad (9)$$

Функция F_M представляет собой сумму функции Лагранжа и штрафа за невыполнение условий стационарности в точке X^t. Пусть X^* , Y^* – решение задачи (1–3), тогда справедливо соотношение

$$\frac{1}{k_f^t} F_M(X^*, Y) \le F_L(X^*, Y^*) \le \frac{1}{k_f^t} F_P(X, Y^*). \qquad (10)$$

Причем знак равенства в (10) возможен только при $X = X^*$, $Y = Y^*$, так как при этом обращаются в ноль штрафные добавки.

Итерационный алгоритм решения задачи (1–2), оперирующий с функциями (5, 6), включает в себя попеременно две основных процедуры: определения вектора двойственных переменных $\{X^{t+1}\}$ и определение вектора двойственных переменных (или множителей Лагранжа) $\{Y^{t+1}\}$. Критерием окончания итерационного процесса является проверка

$$\left|X^{t+1} - X^t\right| \le \varepsilon \left|X^t\right|, \qquad \left|\overline{g}\right| \le \varepsilon_g , \qquad (11)$$

где $\left|\overline{g}\right|$ – множество потенциально активных ограничений, ε_x, ε_g – заданная точность вычислений, t - номер итерации.

Остановимся на методах НМП, использующих функцию Fp [1–4]. В этом случае на каждом шаге итерационного процесса решается задача

$$\text{найти} \quad min \quad f(x), \quad x \in E^n \tag{12}$$

при ограничениях

$$\{g_j(x)\} \le \{\Delta Z^t\}, \quad g \in E^m, \quad \Delta Z \in E^m. \tag{13}$$

Численный метод определения прямых переменных основан на минимизации функции Fp по X и заключается в следующем. При определенных $\{X^t\}$, $\{Y^t\}$ решается задача на безусловный экстремум на интервале $\{X^L\}$, $\{X^U\}$. В результате находим $\{X^{t+1}\}$:

$$\{X^{t+1}\} \in Arg\, min Fp(X^t, Y^t)$$
$$\{X^L\} \le \{X\} \le \{X^U\} \tag{14}$$

Выражение для множителей Лагранжа получим из сравнения условий стационарности функции Лагранжа и функции Fp

$$\left\{\frac{\partial F_L}{\partial x}\right\} = \left\{\frac{\partial f}{\partial x}\right\} + \left[\frac{\partial g}{\partial x}\right][\delta]\{Y^{t+1}\}, \tag{15}$$

$$\left\{\frac{\partial F_p}{\partial x}\right\} = k_f \left\{\frac{\partial f}{\partial x}\right\} + \left[\frac{\partial g}{\partial x}\right][\delta] \times \times \left(k_f \{Y^{t+1}\} + [K]\{g\}\right), \tag{16}$$

тогда $$y_j^{t+1} = max\left(0, \quad y_j^t + \frac{k_{jj}^t}{k_f^t} g(x^{t+1})\right). \tag{17}$$

Коэффициенты штрафа в этом выражении назначаются из условий

$$k_{jj}^t = \frac{k_f^{t+1} y_j^{t+1}}{\Delta Z^{max}} + k_{min}, \tag{18}$$

где ΔZ^{max}, k_{min} – заданные константы.

Выражения (14), (17) фактически дают решение для задачи (12), (13). Однако по мере сходимости процесса $\Delta Z_j^t \to 0$, поэтому $Y^{t+1} \to Y^*$.

Трудоемкость метода определяется трудоемкостью решения вспомогательной задачи (14), которая должна быть решена относительно точно. При этом необходимо, чтобы точность вычисления исходных переменных $\{X^{t+1}\}$ соответствовала точности вычислений двойственных переменных $\{Y^{t+1}\}$. Тогда, учитывая, что соотношение (17) дает линейную скорость сходимости по двойственным переменным, для решения задачи (14) целесообразно использовать любые известные методы безусловной минимизации [6] не выше первого порядка. Это либо градиентные методы первого порядка, либо прямые поисковые методы, такие как метод случайного поиска или метод деформируемого многогранника. В целом нужно отметить большую устойчивость прямых методов по сравнению с градиентными.

Двойственным по отношению к методу (14), (17) является итерационный процесс, основанный на максимизации по Y функции F_M [3]. При фиксированном векторе X^t решается вспомогательная задача:

$$\{Y^{t+1}\} \in Arg \max F_M(X^t, Y^t), \quad Y \in E^m, \tag{19}$$

после чего определяется новое приближение для X

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \frac{\tau}{1-\tau} \frac{\partial F_L}{\partial x_i}. \tag{20}$$

Основную трудность метода (19), (20) составляет решение вспомогательной задачи (19), размерность которой m^* определяется множеством потенциально активных ограничений $M_{ПА}$, что должно делать этот метод очень эффективным в случае большого числа варьируемых параметров и малого числа активных ограничений. Однако тестовые примеры показали ненадежность работы этого метода в случае, если $n \ne m$. Этот факт практически исключает использование метода (19), (20) для решения реальных задач оптимального проектирования конструкций.

Рассмотрим теперь *комбинированную схему*, основанную на выражениях (14), (19):

1. Задаемся вектором $\{Y^{t+1}\}$ и решаем вспомогательную задачу (14). В результате находим вектор $\{X^{t+1}\}$.

2. По (17) определяем новые оценки множителей Лагранжа $\{Y^{t+1}\}$.

3. Находим множество потенциально активных ограничений

$$\delta_{jj} = 1 \ при \ Y_j^{t+1} > 0, \ иначе \ \delta_{jj} = 0. \tag{21}$$

Решаем вспомогательную задачу (19) и находим вектор $\{Y^{t+2}\}$. При этом в качестве начального приближения используем лучшую из точек $\{Y^t\}$ или $\{Y^{t+1}\}$. Задача (19) решается в редуцированном пространстве двойственных переменных, соответствующих $M_{ПА}$, выявленному на шаге 3.

Принимаем $\{Y^t\} = \{Y^{t+2}\}$ и переходим к этапу 1. При этом в качестве начального приближения используется вектор $\{X^{t+1}\}$.

Отметим некоторые положительные стороны комбинированного метода:

область его сходимости такая же, как у метода (14), (17);

при решении вспомогательной задачи (14) требование точности не является обязательным;

в выпуклых сепарабельных задачах можно принять $[K]=0$. Тогда матрица вторых производных *Fp* диагональна, что значительно упрощает поиск минимума этой функции.

Кроме того, метод очень удобен в случае, если известно хорошее начальное приближение по X и нет никаких рекомендаций по назначению двойственных переменных. Тогда на первых итерациях учение $\{Y^{t+1}\}$ может быть получено из условия стационарности функции F_M.

Запишем эти условия в развернутом виде:

$$\frac{\partial F_M}{\partial y_j} = (1-\tau)\,\delta_{jj}\,g_j - \tau\left\{\frac{\partial F_L}{\partial X}\right\}^T\left\{\frac{\partial g_j}{\partial X}\right\}. \quad (22)$$

Так как функция F_M квадратична, выражение (22) приводит к симметричной системе линейных алгебраических уравнений относительно Y

$$[W]\{Y\}=\{P\}, \quad (23)$$

где $[W]$ – матрица, размерность которой определяется числом активных ограничений $(m^* \times m^*)$, $\{\overline{Y}\}$ – редуцированный вектор двойственных переменных. Каждый элемент матрицы есть скалярное произведение градиентов соответствующих ограничений

$$W_{ij} = \left\{\frac{\partial \overline{g}_i}{\partial X}\right\}^T\left\{\frac{\partial \overline{g}_j}{\partial X}\right\}. \quad (24)$$

Знак надчерка указывает на то, что производные берутся только по активным ограничениям. *i*-й элемент вектора *g* формируется по выражению

$$P_i = -\left\{\frac{\partial \overline{g}_i}{\partial X}\right\}^T\left\{\frac{\partial f}{\partial X}\right\} + \frac{(1+\tau)}{\tau}g_i. \quad (25)$$

Векторы $\left\{\frac{\partial \overline{g}_i}{\partial X}\right\}$, $\left\{\frac{\partial f}{\partial X}\right\}$ имеют размерность n_1, которая определяется количеством x_i, входящих в допустимую область $\left(x_i^L \le x_i \le x_i^U\right)$. Таким образом, все x_i, вышедшие за пределы допустимой области, считаются фиксированными.

К недостаткам комбинированного метода можно отнести тот факт, что скорость его сходимости очень чувствительна к выбору параметра τ. В связи с этим изложим еще один метод определения двойственных переменных, Этот метод подробно исследован в монографии [7]. Алгоритм вычисления двойственных переменных здесь аналогичен выражениям (23–25).

Предполагается, что вектор двойственных переменных, определяемый на *t*-й итерации, можно представить как сумму двух векторов

$$\{\overline{Y}^{t+1}\} = \{\overline{Y}_1^{t+1}\} + \{\overline{Y}_2^{t+1}\}, \quad (26)$$

где вектор $\{\overline{Y}_1^{t+1}\}$ находится решением системы уравнений

$$\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]^T\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]\{\overline{Y}_1^{t+1}\} = -\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]\left\{\frac{\partial f}{\partial X}\right\}. \quad (27)$$

Элементы вектора $\{Y_2^{t+1}\}$ вычисляются решением той же системы уравнений, но с другой правой частью:

$$\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]^T\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]\{\overline{Y}_2^{t+1}\} = \gamma\{g\}, \quad (28)$$

$$\gamma = \frac{\alpha}{(2C\cdot f(x))/100}, \quad (29)$$

где C – заданный процент уменьшения целевой функции на итерации (принимаемый обычно 5–15 %), а коэффициент α определяется по выражению

$$\alpha = \left(\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]^T\{\overline{Y}_2^{t+1}\} + \left\{\frac{\partial f}{\partial X}\right\}\right)^T\left\{\frac{\partial f}{\partial X}\right\}. \quad (30)$$

Здесь так же, как и в методе (23–25) вычисляется редуцированный вектор $\{\overline{Y}_2^{t+1}\}$, имеющий размерность m^*. Следовательно, векторы $\{\overline{Y}_1^{t+1}\}$, $\{\overline{Y}_2^{t+1}\}$, $\{\overline{g}\}$ также редуцированы. Размерность матрицы $\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]$ – $n \times m^*$.

Преимущество такого подхода состоит в том, что здесь имеют место четкие рекомендации по назначению коэффициентов *γ, α, C*.

Методы модифицированных функций Лагранжа второго порядка

Рассмотрим еще один метод решения задачи НМП, использующий модифицированную функцию Лагранжа (5). Как уже отмечалось, одним из наиболее эффективных методов решения задачи НМП специального вида является метод, предложенный Флери и Шмитом [5]. Однако область его применения ограничивается задачами, обладающими свойством выпуклости и сепарабельности.

Сделаем обобщение этого метода на случай задач НМП произвольного вида. Для этого на каждом шаге итерационного процесса необходимо решить задачу на максимин:

$$\text{найти} \quad max_Y\, min_X\, F_P(X,Y) \qquad (31)$$

Поиск максимума *Fp* по *Y* будем производить методом Ньютона

$$\left\{\overline{Y}^{t+1}\right\} = \left\{\overline{Y}^{t}\right\} - \left[\frac{d^2F_P}{dY^2}\right]^{-1}\left\{\frac{dF_P}{dY}\right\}. \qquad (32)$$

Задача (32) решается в редуцированном пространстве двойственных переменных $\left\{\overline{Y}^t\right\} \in E^m$, соответствующих ненулевым значениям δ_{jj}. Поэтому при записи выражений для производных $\left[\frac{d^2F_P}{dY^2}\right]$ и $\left\{\frac{dF_P}{dY}\right\}$ матрицу $[\delta]$ будем опускать. В (31), (32) *X* считается неявной функцией от *Y*. Тогда

$$\left\{\frac{dF_P}{dY}\right\} = \left\{\frac{\partial F_P}{\partial X}\right\}^T\left[\frac{dX}{dY}\right] + \left\{\frac{\partial F_P}{\partial Y}\right\}. \qquad (33)$$

В точке экстремума *Fp* по *X*

$$\left\{\frac{\partial F_P}{\partial X}\right\} = 0. \qquad (34)$$

Отсюда

$$\left\{\frac{\partial F_P}{\partial Y}\right\} = k_f\left\{\overline{g}(x)\right\}. \qquad (35)$$

Матрицу вторых производных $\left[\frac{d^2F_P}{dY^2}\right]$ определим дифференцированием (35) по *Y*, в результате чего получим следующее выражение:

$$\left[\frac{d^2F_P}{dY^2}\right] = \left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]\left[\frac{dX}{\partial Y}\right]. \qquad (36)$$

Для определения матрицы $\left[\frac{dX}{\partial Y}\right]$ будем использовать условие (34), дифференцирование которого по *Y* дает

$$\left[\frac{\partial^2F_P}{\partial X^2}\right]\left[\frac{dX}{\partial Y}\right] + \left[\frac{\partial^2F_P}{\partial X\,\partial Y}\right] = 0. \qquad (37)$$

Второе слагаемое в (37) обусловлено тем, что производная $\left\{\frac{dF_P}{dX}\right\}$ в явном виде содержит *Y*. Из (37) следует, что

$$\left[\frac{dX}{dY}\right] = -\left[\frac{\partial^2F_P}{\partial X^2}\right]^{-1}\left[\frac{\partial^2F_P}{\partial X\,\partial Y}\right] = -\left[\frac{\partial^2F_P}{\partial X^2}\right]^{-1}\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]\cdot k_f. \qquad (38)$$

Окончательно получим

$$\left\{\overline{Y}^{t+1}\right\} = \left\{\overline{Y}^{t}\right\} + \left(\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]^T\left[\frac{\partial^2F_P}{\partial X^2}\right]^{-1}\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]\right)^{-1}\left\{\overline{g}\right\}/k_f. \qquad (39)$$

Отметим, что матрицы $\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]$ и вектор $\left\{\overline{g}\right\}$ в выражениях (38), (39) также редуцированы и имеют размерность соответственно $n^* \times m^*$ и m^*.

Для решения внутренней задачи (31) также используется метод Ньютона

$$\left\{X^{\tau=1}\right\} = \left\{X^{\tau}\right\} - \left[\frac{d^2F_P}{dX^2}\right]^{-1}\left\{\frac{dF_P}{dX}\right\}. \qquad (40)$$

Запишем выражения для матрицы вторых и вектора первых производных функции *Fp*, которые используются в задачах (39), (40):

$$\left\{\frac{\partial F_P}{\partial X}\right\} = k_f\left\{\frac{\partial f}{\partial X}\right\} + \left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]\left(k_f\left\{\overline{Y}\right\} + [K]\left\{\overline{g}\right\}\right), \qquad (41)$$

$$\left[\frac{\partial^2F_P}{\partial X^2}\right] = k_f\left[\frac{\partial^2 f}{\partial X^2}\right] + \sum_{j=1}^{m^*}\left[\frac{\partial^2 \overline{g}_j}{\partial X}\right]\left(k_f\left\{\overline{Y}_j\right\} + K_{jj}\,\overline{g}_j\right) + \left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right][K]\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]^T. \qquad (42)$$

Задачи (39), (40) могут удачно дополнять друг друга. Перепишем их в следующем виде:

$$\left[\frac{\partial^2F_p}{\partial X^2}\right]^T\left\{\Delta X^{t+1}\right\} = -\left\{\frac{\partial F_p}{\partial X}\right\}, \quad \left\{\Delta X^{t+1}\right\} = \left\{X^{t+1}\right\} - \left\{X^{t1}\right\}, \qquad (43)$$

$$\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]^T\left[\frac{\partial^2F_P}{\partial X^2}\right]^{-1}\left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]\left\{\Delta Y^{t+1}\right\} = \left\{\overline{g}\right\}/k_f, \quad \left\{\Delta Y^{t+1}\right\} = \left\{Y^{t+1}\right\} - \left\{Y^{t1}\right\}, \qquad (44)$$

Тогда алгоритм решения задачи (43), (44) на *t*-й итерации можно представить следующим образом.

Пусть на внутренних итерациях τ методом Ньютона решена внутренняя задача (31) выражения (41–43) и найден вектор $\left\{X^{t+1}\right\}$.

Используя треугольное разложение матрицы $\left[\frac{\partial^2F_P}{\partial X^2}\right]$, m^* раз решаем систему уравнений

$$\left[\frac{\partial^2F_P}{\partial X^2}\right]\left\{V_j\right\} = \left\{\frac{\partial \overline{g}_j}{\partial X}\right\}.$$

Формируем матрицу $[W]$ по выражению

$$[W] = \left[\frac{\partial \overline{g}}{\partial X}\right]^T[V].$$

Решаем систему уравнений порядка m^* $[W]\left\{\Delta\overline{Y}^{t+1}\right\} = \left\{\overline{g}\right\}/k_f$.

В результате находим вектор приращений двойственных переменных $\{\Delta\bar{Y}^{t+1}\}$, а затем и вектор $\{\bar{Y}^{t+1}\}$.

Трудоемкость метода определяется формированием матрицы $\left[\frac{\partial^2 F_P}{\partial X^2}\right]$ и решением двух систем уравнений системы (43) порядка *n* и системы (44) порядка *m*. Практические расчеты показали, что точность вычисления прямых и двойственных переменных методом Ньютона достаточно высока. При этом время счета намного меньше, чем при использовании прямых методов поиска $\{X^{t+1}\}$. Однако устойчивая работа метода Ньютона имеет место лишь в том случае, если матрица вторых производных $\left[\frac{\partial^2 F_P}{\partial X^2}\right]$ положительно определена, т.е. фактически установилось множество потенциально активных ограничений.

Методы решения задач безусловной минимизации на гиперпараллелепипеде

При решении задач НМП параметрические ограничения удобнее учитывать отдельно. Это приводит к сокращению размерности вектора *{g}* и соответственно к уменьшению расчетов в пространстве двойственных переменных *{Y}*. В случае, если задача (14) решается с использованием прямых методов безусловной минимизации, параметрические ограничения определяют область поиска и задаются в виде векторов $\{g^L\}$ и $\{g^U\}$.

$$\text{Найти} \qquad \min f(x) \tag{45}$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} \{g^L\} &= \{X^L\} - \{X\} \le 0, \\ \{g^u\} &= \{X\} - \{X^u\} \le 0. \end{aligned} \tag{46}$$

Здесь *f(x)* – функция, минимизируемая на гиперпараллелепипеде. Это может быть, например, модифицированная функция Лагранжа *Fp*. $\{X^L\}$, $\{X^u\}$ – соответственно нижние и верхние границы изменения параметров этого вектора $\{X\}$. Перечислим методы решения данной задачи:

Прямые методы: метод случайного поиска, метод деформируемого многогранника, метод покоординатного спуска.

Градиентные методы 1 порядка: метод Коши.

Градиентные методы 2 порядка: метод Ньютона.

Методы безусловной минимизации могут удачно дополнять друг друга на различных этапах алгоритма оптимизации. На первых итерациях, когда отсутствует хорошее начальное приближение к оптимальному решению, используется метод случайного поиска, затем в зависимости от типа задачи может быть использован метод деформируемого многогранника, метод покоординатного спуска либо метод Коши. Метод Ньютона дает устойчивую работу на последних итерациях, когда стабилизировалось множество потенциально активных ограничений.

Учет фиксированных параметров

Учет фиксированных параметров при использовании прямых методов безусловной минимизации, а также при покоординатном спуске не вызывает затруднений. Здесь поиск осуществляется только в пространстве варьируемых параметров. Остановимся на том, как учесть фиксированные параметры в методе Ньютона. В этом методе приращение вектора варьируемых параметров $\{\Delta X\}$ определяется по выражению (44). В случае если параметр x_i фиксирован, $\Delta x_i = 0$. Таким образом, задача сводится к решению системы уравнений (44) с нулевыми значениями вектора $\{\Delta X\}$, соответствующими фиксированным значениям вектора $\{X\}$. Эта проблема решается путем замены диагонального элемента матрицы вторых производных $\left[\frac{d^2 F_P}{dY^2}\right]$, соответствующего номеру фиксированного *x*, на число большого порядка (например, 10^{18}).

Общий алгоритм решения задачи НМП методами модифицированных функций Лагранжа

1. Назначаем параметры K_{min}, ΔZ_{max}, ε_x, ε_g, ε_f.

2. Задаем начальное приближение для вектора $\{X^t\}=\{X^0\}$.

3. Определяем начальное значение двойственных переменных $\{Y^t\}$.

В случае если известны хорошие начальные приближения для $\{X^t\}$, $\{Y^t\}$ находим из условий стационарности функции *Fm*. Если же начальные приближения для (X^t) заданы произвольно, то $\{Y^t\}=0$.

4. Назначаем нормирующий коэффициент k_f^t.

5. По (18) вычисляем значения штрафных коэффициентов k_{jj}, $j=1,2 \ldots m$.

6. Решаем вспомогательную задачу (12). При этом:

6.1. На первой итерации уровня условной минимизации $(t=1)$, для нахождения вектора (X^{t+1}) сначала используем метод случайного поиска, а затем метод деформируемого многогранника. После его переходим к пункту 7.

6.2. На последующих итерациях $(t>1)$ делаем проверку; если множество активных ограниче-

ний на двух последних итерациях не совпадает, (X^{t+1}) находим методом деформируемого многогранника. Затем переходим к пункту 7.

6.3. Если множество активных ограничений на двух последних итерациях одинаково, для поиска (X^{t+1}) используем метод Ньютона. Производим вычисления на внутренних итерациях τ. Если $\tau=1$, то $\{X^{\tau}\}=\{X^t\}$.

6.3.1.Формируем векторы первых вторых производных $\left\{\frac{\partial F_p}{\partial x}\right\}$ $\left\{\frac{\partial^2 F_p}{\partial x_{2i}^2}\right\}$, $i=1,2..n$.

6.3.2. Производим проверку (46). Если потенциально активные параметрические ограничения отсутствуют, переходим к пункту 6.3.3. В противном случае выполняем следующие дополнительные операции: если обращение к методу Ньютона выполняется первый раз, то вычисляются начальные значения $\{Y^t\}$ из условий стационарности функции F_M (27). Если же это не первое обращение к методу Ньютона, то определяем значения штрафных коэффициентов по (18), а затем переопределяем вектор $\{Y^{t+1}\}$ по (17) и корректируем векторы $\left\{\frac{\partial F_p}{\partial x}\right\}$ и $\left\{\frac{\partial^2 F_p}{\partial x_{2i}^2}\right\}$.

6.3.3. Делаем проверку $\left\{\frac{\partial F_p}{\partial x}\right\} < \varepsilon_f$. Если проверка выполняется, то безусловный экстремум найден, принимаем $\{X^{t+1}\}=\{X^{\tau}\}$ и переходим к пункту 7.

6.3.4. Если проверка не выполняется, то формируем массив смешенных производных $\left\{\frac{\partial^2 F_p}{\partial x_i \partial x_j}\right\}$, $i \neq j$.

6.3.5. Решаем систему уравнений методом Ньютона. В процессе треугольного разложения делается проверка положительной определенности матрицы $\left[\frac{\partial^2 F_p}{\partial x^2}\right]$. Если матрица является положительно определенной, то вычисляется вектор $\{\Delta X\}$. В противном случае выполняется возврат к методу деформируемого многогранника (пункт 6.3.).

6.3.6. Производим проверку $|x_i^{\tau} - x_i^{\tau}| \le \varepsilon_x |x_i^{\tau}|$, $i=1,2...n$, и вычисляем вектор $\{X^{\tau+1}\}=\{X^{\tau}\}+\{\Delta X\}$. Если проверка выполняется, то принимаем $\{X^{t+1}\}=\{X^{\tau+1}\}$ и переходим к пункту 7. Если нет, то $\tau=\tau+1$ и возвращаемся к п. 6.3.1.

7. Делаем проверки $|x_i^{t+1} - x_i^{t}| \le \varepsilon_x |x_i^{t}|$, $i=1,2...n$, и $\left|\overline{g}_j\right| \le \varepsilon_g$. Если проверки выполняются, то решение задачи (1–2) найдено. Если нет, то переходим к следующему пункту.

8. Переопределяем вектор двойственных переменных. При этом:

8.1. Если задача (14) решалась с использованием методов не выше 1-го порядка, то $\{Y^{t+1}\}$ находим по (17). Другой вариант вычисления $\{Y^{t+1}\}$ заключается в использовании условий стационарности Fm по Y (27).

8.2. Если задача (14) решалась методом Ньютона, то для определения $\{\Delta Y^{t+1}\}$ используем условия стационарности по Y функций Fp (44), а затем определяем $\{Y^{t+1}\}$.

9. Принимаем $t=t+1$ и возвращаемся к пункту 4.

Для исключения зацикливания необходимо задавать предельное число циклов t и τ. При решении задачи на безусловный экстремум методом случайного поиска либо методом деформируемого многогранника задается предельное число обращений к целевой функции.

В заключение дадим некоторые рекомендации по назначению параметров K_{min}, ΔZ_{max},ε_x, ε_g, ε_f. Как было показано выше, коэффициент штрафа регулирует кривизну модифицированной функции Лагранжа. В связи с этим существует некоторый диапазон k_{min}, при котором скорость сходимости итерационного процесса оптимальна. Назначение слишком больших k_{min} увеличивает крутизну функции Fp, что приводит к плохой обусловленности задачи. Назначение маленьких коэффициентов k_{min} также неэффективно, т.к. приводит к снижению скорости поиска оптимума. Наилучшая сходимость имеет место в том случае, если кривизна функции Fp на всей области поиска примерно одинакова.

Функции ограничений удобнее задавать в безразмерной форме, т.е. приведенными к виду

$$g_j(x) = g_j^*(x) - 1 \le 0, \quad j = 1,2...m.$$

Целевая функция также может быть нормирована при помощи коэффициента k_f^t, который на t-ой итерации назначают как $k_f^t = \frac{1}{\left|f(x^t)\right|}$, а если значение $\left|f(x^t)\right|$ близко к нулю, то $k_f^t \ge 10^{-9}$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бертсекас Д. Условная оптимизация и методы множителей Лагранжа. – М. : Радио и связь, 1987. – 400 с.

2. Гольштейн Е. Г., Третьяков Н. В. Модифицированные функции Лагранжа и методы оптимизации. – М. : Наука, 1989. – 400 с.
3. Евтушенко Ю. Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. – М. : Наука, 1982. – 432 с.
4. Чаплинский И. А., Дмитриева Т. Л., Гребенюк Г. И. Совершенствование двойственных алгоритмов поиска экстремума в задачах оптимального проектирования конструкций // Изв. вузов. – 1990. – № 6 : Строительство и архитектура. – С. 19–24.
5. Шмит Л. А., Флери К. Синтез конструкций с помощью сочетания приближенных представлений и двойственных методов // Ракетная техника и космонавтика. – 1980. – Т. 18, № 10. – С. 126–137.
6. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование. – М. : Мир, 1975. – 536 с.
7. Хог Э., Арора Я. С. Прикладное оптимальное проектирование. Механические системы и конструкции. – М. : Мир, 1983. – 478 с.

УДК 66.021

Рыжов Станислав Олегович,
аспирант кафедры машин и аппаратов химических производств
Ангарской государственной технической академии, e-mail: clericne@mail.ru
Бальчугов Алексей Валерьевич,
д.т.н., доцент, заведующий кафедрой машин и аппаратов химических производств
Ангарской государственной технической академии, e-mail: balchug@mail.ru

РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ПРОЦЕССА ДЕСОРБЦИИ ГАЗА ИЗ ЖИДКОСТИ НА НАСАДКЕ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

S.O. Rizshov, A.V. Balchugov

DEVELOPMENT OF TECHNOLOGY OF PROCESS OF DESORPTION OF GAS FROM THE LIQUID IN THE ELECTROMAGNETIC FIELD

Аннотация. *Разработана технология процесса десорбции газа из жидкости на насадке в электромагнитном поле. Исследовано влияние электромагнитных колебаний и типа насадки на процесс десорбции газа из жидкости. Показано, что скорость десорбции может быть существенно увеличена за счет создания колебаний металлической насадки с помощью электромагнитного поля.*

Ключевые слова: *десорбция, массоперенос, электромагнитные колебания.*

Abstract. *Technology of process of desorption of gas from the liquid in the electromagnetic field is developed. Influence of electromagnetic fluctuations and type of a nozzle on process of desorption of gas from the liquid is investigated. It is shown that speed of desorption can be essentially increased due to creation of fluctuations of a metal nozzle by means of an electromagnetic field.*

Keywords: *desorbtion, mass transfer, electromagnetic fluctuations.*

В промышленности процесс десорбции газов из жидкостей осуществляют, как правило, тремя способами: за счет снижения давления, за счет повышения температуры и при контакте жидкости с инертным газом. Процесс проводят в колонных насадочных аппаратах. Восстановление поглотителя с помощью процесса десорбции связано с большими трудностями, что объясняется низкой скоростью процесса, особенно при низких концентрациях газа в жидкости [1].

Предлагается технология процесса десорбции в условиях колебаний металлической насадки под воздействием на нее переменного электромагнитного поля. В соответствии с данным способом переменное электромагнитное поле создает колебания насадки, на которой осуществляется процесс десорбции, что приводит к ускорению массоотдачи в жидкой фазе.

Данный метод интенсификации изучался на системе «CO_2–вода» на различных типах насадок, параметры которых приведены в табл. 1.

Таблица 1

Насадка	Удельная поверхность, $м^{-1}$	Свободный объем	Масса в 1 $м^3$, *кг*
Спиральная	410	0,91	667
Рулонированная сетка	115	0,98	42
Калиброванная стружка	600	0,94	184

Эксперименты по исследованию кинетики десорбции за счет снижения давления проводились на установке, изображенной на рис. 1. Методика проведения экспериментов состояла в следующем. Десорбер 2 продувался углекислым газом, а в U-образный дифманометр заливалась дистиллированная вода, насыщенная углекислым газом при 1 *ата*. Далее в абсорбере 3 под давлением 2 *ата* дистиллированная вода насыщалась CO_2, поступающим из баллона 4 через термостат 5. В термостате газ, температура которого несколько снизилась в результате дросселирования, подогревался до комнатной температуры. Полученный раствор из абсорбера 3 сливался в десорбер 1 и начинался отсчет по секундомеру с фиксацией показаний дифманометра 7. Скорость десорбции определялась на основе скорости роста давления в десорбере 1. Контакт между газом и жидкостью в десорбере осуществлялся на горизонтальной поверхности. Десорбер 1 представлял собой стеклянную цилиндрическую емкость объемом 1245 *мл*. Средний объем жидкости, заливаемой в десорбер в экспериментах, составлял 200 *мл*. В экспериментах использовались электромагниты 2, изготовленные из наборного П-образного сердечника из металлических пластин, сечением 15×15 *мм*. Диаметр сечения металлической проволоки 0,19 *мм,* число витков проволоки на одной катушке магнита – 4000. Катушки электромагнитов подключены к сети параллельно. Электромагниты питались током от промышленной сети с напряжением 220 *В*, частотой 50 *Гц*. Магниты работают попеременно с продолжительностью периода работы 0,01 *с*, что достигалось за счет установки в сеть двух полупроводниковых диодов, по одному перед каждым магнитом, в разных направлениях.

Концентрацию углекислого газа в воде после завершения десорбции определяли с помощью титрования водным 0,1н раствором NaOH. Начальную концентрацию газа в жидкости определяли на основе материального баланса, с учетом количества выделившегося газа.

Погрешность определения скорости десорбции по данной методике составляет около 10 %.

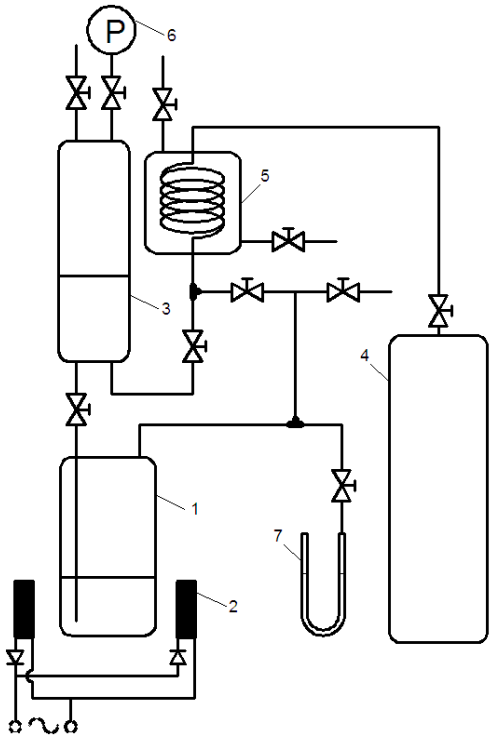


Рис. 1. Лабораторная установка: 1 – десорбер; 2 – электромагниты; 3 – абсорбер; 4 – баллон с CO_2; 5 – термостат; 6 – манометр; 7 – U-образный дифманометр

Первый режим десорбции, который исследовался на установке (рис. 1), состоял в десорбции газа из жидкости через горизонтальную поверхность контакта фаз в отсутствие насадки и магнитного поля. Результаты представлены на рис. 2, где экспериментальные данные описываются кривой 1, а результаты расчета для десорбции в диффузионном режиме – кривой 2. Расчет скорости десорбции в диффузионном режиме проводился по уравнению из работы [2]:

$$M = \Delta \cdot \sqrt{\frac{D}{\pi\tau}}, \qquad (1)$$

где M – скорость десорбции, *моль/м²с*; Δ – движущая сила десорбции, *моль/м³*; τ – время от начала контакта, *с*; D – коэффициент диффузии, *м²/с*.

Экспериментальная скорость десорбции определялась по уравнению:

$$M = \frac{\left(P_0 + \rho g h_{M2}\right)\left(V_0 + s\,h_{M2}/2\right)}{R_\mu T F \tau} - \frac{\left(P_0 + \rho g h_{M1}\right)\left(V_0 + s\,h_{M1}/2\right)}{R_\mu T F \tau},$$

где P_0 – атмосферное давление, *Па*; ρ – плотность жидкости в манометрической трубке, *кг/м³*; h_M – показания дифманометра, *мм вод. ст.*; $R\mu$ – универсальная газовая постоянная, *Дж/(кмоль·К)*; T –

температура, *К*; *F* – поверхность контакта, *м*^{2}; τ – время, *с*.

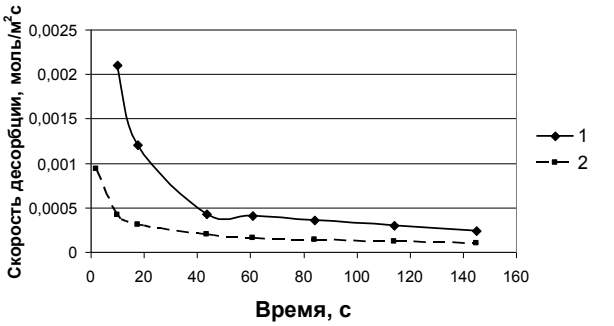


Рис. 2. Скорость десорбции в диффузионном режиме

Из рис. 2 видно, что экспериментальная скорость десорбции несколько превышает диффузионную, что объясняется образованием пузырьков углекислого газа на стенках и дне емкости (пристеночным эффектом).

Далее исследовалась скорость десорбции на спиральной насадке, элементы которой представляют собой правильные металлические спирали длиной 40 *мм* и диаметром 5 *мм*, с шагом витка 13 *мм*. Результаты экспериментов представлены на рис. 3. На данном рисунке кривая 1 описывает экспериментальную скорость десорбции в присутствии спиральной насадки и электромагнитного поля, кривая 2 – в присутствии только насадки, кривая 3 – в отсутствие насадки и электромагнитного поля. Начальная концентрация газа в жидкости в отсутствие электромагнитного поля составляла 78 *моль/м*^{3}, конечная – 72 *моль/м*^{3}, а с электромагнитным полем соответственно 60,6 *моль/м*^{3} и 49,5 *моль/м*^{3}. Анализ показывает, что средняя скорость десорбции газа в присутствии насадки и электромагнитного поля в течение первых 128 *с* на 18 % превышает скорость десорбции на той же насадке, но без электромагнитного поля. Из рис. 3 видно, что присутствие насадки само по себе приводит к резкому увеличению скорости десорбции (приблизительно в 2,5 раза), что происходит, по-видимому, за счет возникновения большого количества центров образования пузырьков газа на поверхности насадки (шероховатостей, неровностей поверхности и т.д.).

Результаты экспериментов с калиброванной стружкой представлены на рис. 4. Обозначения кривых на рис. 4 такие же, как на рис. 3.

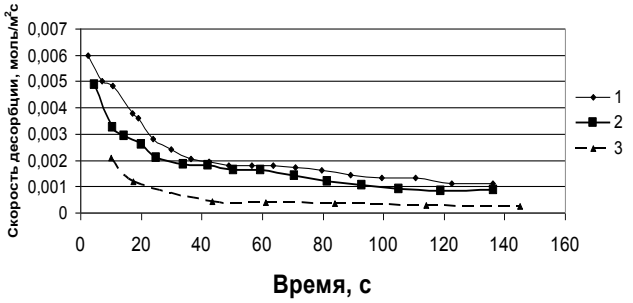


Рис. 3. Скорость десорбции на спиральной насадке

Начальная концентрация газа в жидкости в отсутствие электромагнитного поля составляла 63,37 *моль/м*^{3}, конечная – 52,33 *моль/м*^{3}, а с электромагнитным полем соответственно 63,77 *моль/м*^{3} и 49,09 *моль/м*^{3}.

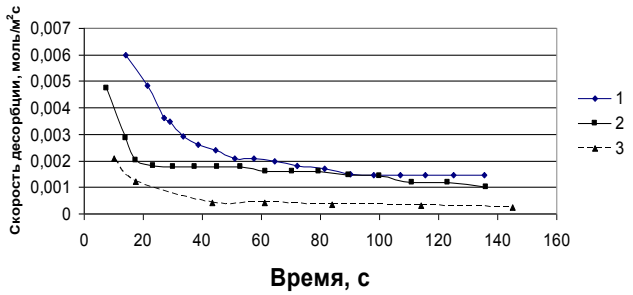


Рис. 4. Скорость десорбции на калиброванной стружке

Применение электромагнитного поля с данной насадкой позволяет увеличить среднюю скорость десорбции на 29 % (в течение 131 *с* после начала контакта). Более высокая эффективность насадки из стружки в сравнении со спиральной насадкой объясняется возникновением более интенсивных колебаний данной насадки под воздействием электромагнитного поля.

Наиболее эффективной оказалась насадка из рулонированной сетки, результаты экспериментов на которой представлены на рис. 5. Начальная концентрация газа в жидкости в отсутствие электромагнитного поля составляла 65,33 *моль/м*^{3}, конечная – 54,11 *моль/м*^{3}, а с электромагнитным полем соответственно 63,07 *моль/м*^{3} и 48,35 *моль/м*^{3}. Анализ рис. 5 показывает, что применение электромагнитного поля на данной насадке приводит к увеличению скорости десорбции на 90 %. Это объясняется повышенной гибкостью и подвижностью сетки. Такие свойства насадки позволяют гораздо лучше воспринимать электромагнитные колебания достаточно высокой частоты.

На основе показаний дифманометра определялась скорость десорбции углекислого газа из воды, на основе чего можно рассчитать изменение движущей силы десорбции, которая рассчитывалась как разница рабочей и равновесной концентраций:

$$\Delta = C - C^* .$$

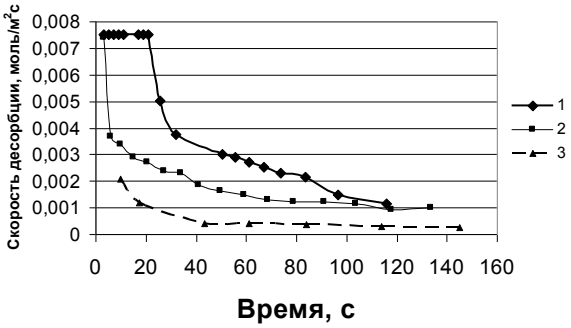


Рис. 5. Скорость десорбции на рулонированной сетке

На рис. 6 отображено изменение движущей силы десорбции с течением времени, с использованием в эксперименте насадки из рулонированной сетки и применением электромагнитного поля.

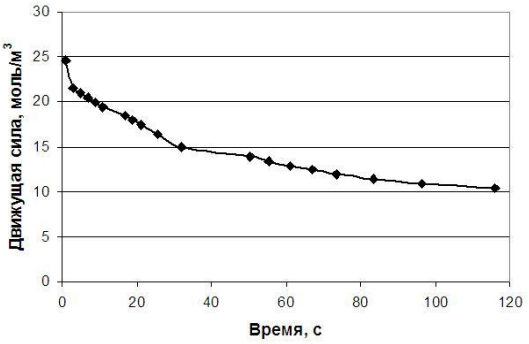


Рис. 6. Изменение движущей силы десорбции во времени

На рис. 7 представлены результаты экспериментов по трем типам насадок (в присутствии электромагнитного поля). Обозначения линий на рис. 7: 1 – рулонированная сетка, 2 – спираль, 3 – калиброванная стружка.

Анализ рис. 7 показывает, что наиболее эффективной является насадка из рулонированной сетки.

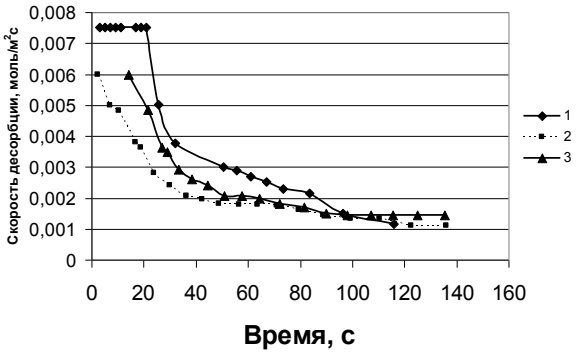


Рис. 7. Скорость десорбции на различных насадках

По нашему мнению, механизм влияния колебаний насадки на интенсивность десорбции под воздействием электромагнитного поля состоит в следующем. Под воздействием колебаний насадки ускоряется отрыв пузырьков газа от поверхности насадки; возникает перемешивание в жидкости; образуются волны на поверхности жидкости, что приводит к увеличению коэффициентов массоотдачи в жидкой фазе.

Представляло интерес исследовать влияние колебаний металлической сетки в электромагнитном поле на интенсивность десорбции углекислого газа из жидкости в поток инертного газа (воздуха). Эксперименты проводились на установке, изображенной на рис. 8.

Методика проведения экспериментов состояла в следующем. В абсорбере 5 дистиллированная вода насыщалась углекислым газом из баллона 7 при давлении 1 *ama*. Полученный раствор самотеком поступал в десорбер 1. С помощью воздуходувки 3 воздух подавался в десорбер 1, предварительно насыщенный парами воды в барботере 4. Насыщение парами воды необходимо для исключения испарения воды в воздух в десорбере и влияния этого процесса на десорбцию.

Расход воздуха определялся с помощью аппарата 8 по объему вытесненной воды за определенный промежуток времени, которое фиксировалось с помощью секундомера. Время контакта газа и жидкости в десорбере составляло 300 *с*. Поверхность контакта газа и жидкости составляла 0,0042 $м^2$. Расход воздуха – 0,00008 $м^3/с$. Скорость газа над поверхностью жидкости – 0,067 *м/с*.

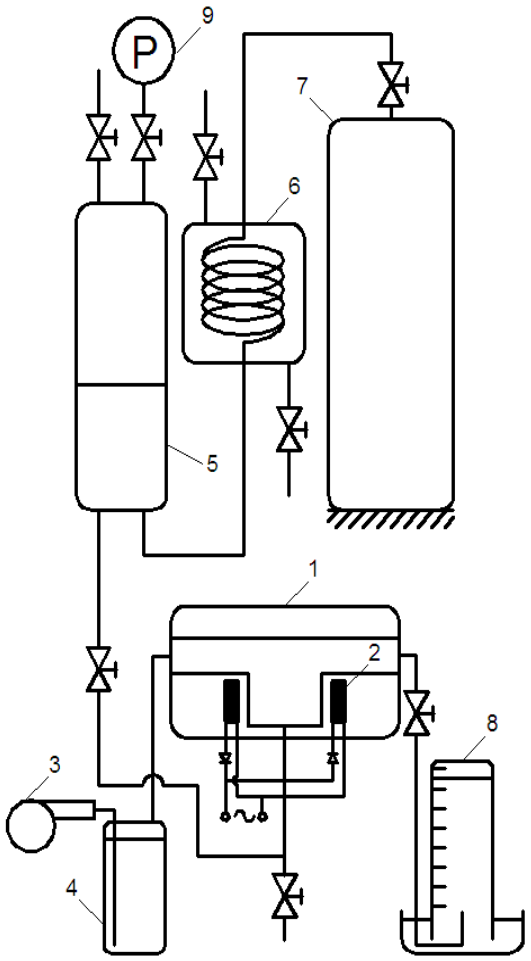


Рис. 8. Лабораторная установка: 1 – десорбер; 2 – электромагниты; 3 – воздуходувка; 4 – барботер; 5 – абсорбер; 6 – термостат; 7 – баллон с CO_2; 8 – аппарат для измерения объема газа; 9 –U-образный дифманометр

Эксперименты по десорбции углекислого газа в поток воздуха проводились в присутствии рулонированной сетки с электромагнитным полем и без него.

Результаты экспериментов представлены в табл. 2.

Таблица 2

Опыт	Начальная концентр. CO_2 в жидкости, *моль/м^3*	Конечная концентр. CO_2 в жидкости, *моль/м^3*	Скорость десорбции, *моль/м^{2}с*
С сеткой без эл.-магн. поля	38,13	36,05	0,000227
С сеткой с эл.-магн. полем	38,5	32,06	0,000629

Таким образом, за счет колебаний насадки в электромагнитном поле скорость десорбции в потоке инертного газа возрастает в 2,7 раза по сравнению с диффузионным режимом массопереноса.

Высокая эффективность данного метода интенсификации процесса десорбции позволяет рекомендовать его применение в промышленности как для десорбции за счет снижения давления, так и для десорбции в поток инертного газа. Данный метод интенсификации массопереноса может с успехом использоваться наряду с другими физическими методами, применяемыми в настоящее время в промышленности [3].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рамм В. М. Абсорбция газов. – М. : Химия, 1976. – 620 с.
2. Динамика испарения / Дильман В. В., Лотхов В. А., Кулов Н. Н., Найденов В. И. // Теоретические основы хим. технологии. – 2000. – № 3.
3. Кардашев Г. А. Физические методы интенсификации процессов химической технологии. – М. : Химия, 1990. – 208 с.

УДК 665.6.001.8

Маршалко Юрий Станиславович,
старший научный сотрудник, зам. зав. отделом №19 ОАО «ИркутскНИИхиммаш» (г. Иркутск).
тел. 8-904-120-66-33, e-mail: marshalko@himmash.irk.ru)
Кузнецов Николай Константинович,
д-р. техн. наук, профессор, зав. кафедрой конструирования и стандартизации в машиностроении ИрГТУ (г. Иркутск), тел. 8-902-561-30-72
Юрайдо Борис Францевич,
канд. техн. наук, зав. отделом №19 ОАО «ИркутскНИИхиммаш» (г.Иркутск), тел. 8-914-895-28-89
Федюкович Геннадий Иванович,
старший научный сотрудник отдела №19 ОАО «ИркутскНИИхиммаш» (г. Иркутск)
тел. 8-964-816-55-15
Кузнецов Кирилл Анатольевич,
канд. техн. наук, первый зам. генерального директора ОАО «ИркутскНИИхиммаш» (г. Иркутск)
тел. 41-06-66

РАЗРАБОТКА АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ МОНИТОРИНГА ТРУБОПРОВОДОВ НЕФТЕПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИХ ПРОИЗВОДСТВ

Y.S. Marshalko, N.K. Kuznetsov, B.F. Yuraido, G.I. Fedukovich, K.A. Kuznetsov

ENGINEERING DESIGN OF REFINERY PIPELINE AUTOMATION SYSTEMS MONITORING

Аннотация. *Для мониторинга трубопроводов был создан специализированный программно-аппаратный комплекс (ИК-1). Он был применен для отработки технических решений мониторинга напряженно-деформированного состояния трансферных трубопроводов и патрубков подачи сырья в ректификационную колонну на одной из установок в ОАО «Ангарская нефтехимическая компания». Исследовательский комплекс ИК-1 также использовался при создании и работе устройства для контроля внутренних поверхностей ребристых труб в режиме реального времени.*

Ключевые слова: *мониторинг, напряженно-деформированное состояние, программно-аппаратный комплекс, технологические трубопроводы, безопасная эксплуатация, тензометрия, визуализация.*

Abstract. *Aimed to be used in pipeline monitoring the specific hardware/software set (IK-1) was created. It was applied to the technical solution processing of stress-deformed state monitoring for transfer pipelines and feeding nozzles located in a cracking fractionator at one of the units belonging to JSC «Angarsk petrochemical company». The research set IK-1 was also used at the time of construction and during operation of the unit designed to inspect internal surfaces of ribbed pipes in real time mode.*

Keywords: *monitoring, stress-deformed state, hardware/software set, industrial pipelines, safe operation, strain gauging, visualizing.*

Для обеспечения надежной и безопасной эксплуатации технологических трубопроводов нефтеперерабатывающих производств, работающих в условиях высокого давления и повышенных температур, необходим постоянный комплексный контроль параметров, характеризующих их техническое состояние и работоспособность [1]. В настоящее время этот контроль, как правило, осуществляется на основе использования универсальных диагностических средств, для применения которых требуется остановка производства [2]. Перспективным путем решения данной проблемы является применение автоматизированных систем мониторинга и технической диагностики технологического оборудования. Рассмотрению некоторых вопросов, связанных с созданием подобных систем для одного из нефтеперерабатывающих предприятий, и посвящена данная статья.

Для управления и контроля технологических процессов существует большое количество технических решений на основе компьютерных технологий. Так, для визуализации поступающей в компьютер информации и ее преобразования наибольшее применение получили Scada-системы,

такие как Trace Mode 6 [3]. При создании систем непрерывного диагностического мониторинга состояния таких опасных промышленных объектов, как сосуды высокого давления и трубопроводы, следует учитывать их отличие от систем автоматизации технологических процессов. Эти отличия, в частности, обусловлены различными критериями оценки состояния объектов, типом, характеристиками и местами расположения измерительных устройств [4].

Для реализации автоматизированных систем мониторинга трубопроводов нефтеперерабатывающих производств был разработан специализированный программно-аппаратный комплекс ИК-1. Аппаратная часть комплекса собрана на основе модулей ввода-вывода серии I-7000 производства фирмы «IcpDas» [5]. По своим техническим характеристикам и системе команд модули серии I-7000 аналогичны изделиям других производителей, представленным на рынке России в настоящее время. Однако разработчики учли все лучшие черты, присущие ранее выпущенным сериям, обеспечили их полную совместимость, устранили отдельные недостатки, а также дополнили свои изделия новыми функциями.

Общий вид комплекса показан на рис. 1. Комплекс представляет собой металлический корпус (1) с установленными внутри электронными модулями, блоком питания и барьерами искрозащиты. Прибор подключается к переносному компьютеру (2). К комплексу прилагаются комплекты различных датчиков и коммуникационных кабелей (3). На лицевой стороне модуля находятся разъемы (4) для подключения питания схем и приема информации с различных датчиков. В комплект комплекса входит шестиканальная тензостанция (5). Настройка и калибровка модулей осуществляется программным способом. Параметры конфигурации, такие как адрес, скорость обмена по последовательному каналу связи, наличие проверки контрольной суммы команды, диапазон изменения входных и выходных сигналов и их размерность, вид представления измеренных значений и некоторые другие параметры, сохраняются во встроенном электрически перепрограммируемом ПЗУ. Сигналы от датчиков поступают в ИК-1 и после их оцифровки передаются в компьютер со Scada – системой Trace Mode 6. Исходя из поставленных задач, происходит визуализация и запись исследовательских процессов. Отличительными особенностями этого комплекса, по сравнению с известными, являются:

- универсальность выполняемых исследований;
- возможность записи сигналов в базу данных;
- прямое подключение к компьютеру через COM/USB-порт;
- открытая программная архитектура;
- встроенный источник питания как для модулей, так и для измерительных цепей;
- невысокая стоимость;
- наличие выносной клеммной колодки для удобства быстрых подключений;
- возможность «горячей замены» любого модуля без отключения питания.

Основные технические характеристики ИК-1:

- количество каналов аналогового ввода:
  - при частоте выборки 7 Гц / канал – 8 каналов;
  - при частоте выборки 100 Гц/канал – 1 канал;
- количество каналов дискретного ввода – 1;
- количество каналов дискретного вывода – 2;
- диапазоны входных аналоговых сигналов: (±) 0,15 В, 0,5 В, 1 В, 5 В, 10 В, 20 мА;
- входная частота счетчика – 0…50 Гц;
- количество параллельных каналов на тензостанции – 6;
- температура эксплуатации – минус 20 … плюс 75 °С.

Рис. 1. Общий вид исследовательского комплекса ИК-1

Комплекс ИК-1 был применен для отработки технических решений контроля напряженно-деформированного состояния (НДС) при создании автоматизированной системы диагностирования и мониторинга состояния трансферных трубопроводов и штуцеров подачи сырья от печи к ректификационной колонне одной из установок нефтепереработки в ОАО «Ангарская нефтехимическая компания». Данная система позволяет в режиме реального времени осуществлять контроль НДС штуцеров в зоне их врезки в колонну и температуры трансферных трубопроводов, а также оцени-

вать остаточный ресурс эксплуатации трубопроводов нефтеперерабатывающей установки.

Схема расположения трансферов с точками контроля приведена на рис. 2. Трансферные трубопроводы (1) связывают печь П 3/2 (2) с колонной К-11 (3). Самыми опасными участками данного производственного объекта являются места врезки штуцеров (4) в колонну К11 (точки С1 и С2). В этих точках контролируются напряжение и температура.

Оценка НДС металла в зоне врезки проводится методом тензометрирования. Для определения НДС на каждый штуцер колонны в точках С1 и С2 приварено по три тензодатчика. Каждый из установленных тензодатчиков капсулированного типа совмещает внутри себя два датчика: активный и термокомпенсационный. При появлении деформаций в точке приварки активного датчика в диагонали моста возникает ток.

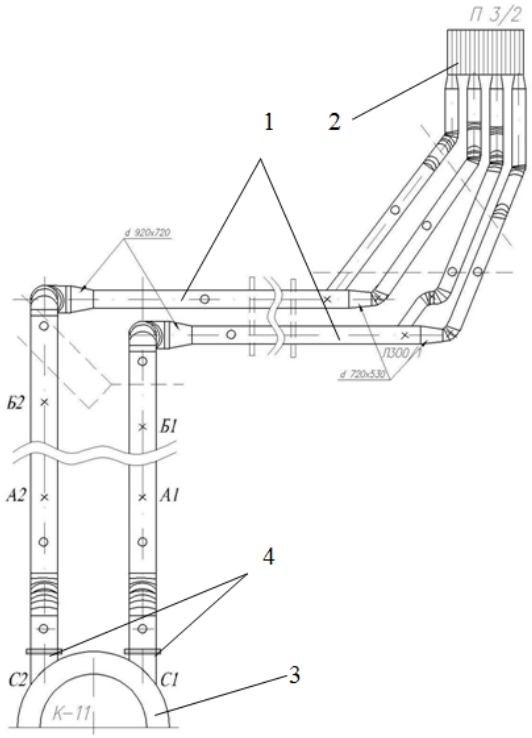


Рис. 2. Схема расположения точек контроля

После его оцифровки сигнал передается в промышленный компьютер с программой Trace Mode 6. После проверки тензоканала на обрыв линии сигнал поступает в программу расчета НДС трубопровода в контролируемых точках. Программа позволяет учесть влияние температуры трубопроводов на показания тензодатчиков. Для этого лабораторным путем была получена экспериментальная зависимость для определения теплового смещения тензодатчиков, которая показана на рис. 3.

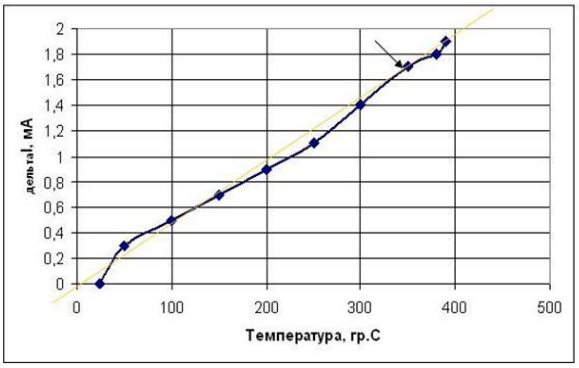


Рис. 3. Тепловое смещение тензодатчика

На основе этой зависимости был найден коэффициент теплового смещения датчика.

Расчетное значение силы тока $I_{расч}$ с учетом этого коэффициента

$$I_{расч} = I - k_m \cdot T\,, \qquad (1)$$

где k_m – коэффициент теплового смещения ($k_m = 0{,}00486$ $мА/^oC$); I – сила тока (мА); T – температура (^oC).

Деформация материала и ток датчика, согласно [6], связаны линейной зависимостью

$$\varepsilon = k_\varepsilon \cdot \Delta I\,. \qquad (2)$$

С учетом (1) выражение (2) принимает вид

$$\varepsilon = (I_{расч} - I_0) \cdot k_\varepsilon\,, \qquad (3)$$

где k_ε – коэффициент пропорциональности; I_0 – начальное значение силы тока (12 мА).

Определение НДС контролируемых элементов проводилось следующим образом. Сначала определялись составляющие деформаций в контролируемых точках

$$\varepsilon_1 = k_1 \cdot I_1; \qquad (4)$$

$$\varepsilon_2 = k_2 \cdot I_2; \qquad (5)$$

$$\varepsilon_3 = k_3 \cdot I_3\,, \qquad (6)$$

где I_1, I_2, I_3 – значения силы тока в мостах соответствующих датчиков; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – деформации соответственно в осевом (вдоль оси патрубка), кольцевом (перпендикулярно оси патрубка) и наклонном (под углом 45 градусов к оси патрубка) направлениях.

На основе составляющих (4)–(6) вычислялись минимальные и максимальные значения нормальных напряжений

$$\sigma_{max} = \frac{E}{2} \cdot \left\{ \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{1-\mu} + \frac{1}{1+\mu} \cdot \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + [2 \cdot \varepsilon_3 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)]^2} \right\} \quad (7)$$

$$\sigma_{min} = \frac{E}{2} \cdot \left\{ \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{1-\mu} - \frac{1}{1+\mu} \cdot \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + [2 \cdot \varepsilon_3 - (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)]^2} \right\}, \quad (8)$$

где σ_{max}, σ_{min} – максимальные и минимальные нормальные напряжения ; E – модуль упругости материала; μ – коэффициент Пуассона.

Затем с помощью выражений (7) и (8) находились эквивалентные ($\sigma_{экв}$) напряжения

$$\sigma_{экв} = \sigma_1 - \sigma_3, \quad (9)$$

где $\sigma_1 = \sigma_{max}$; $\sigma_3 = \min \begin{Bmatrix} \sigma_{min} \\ 0 \end{Bmatrix}$.

Оценка напряженно-деформированного состояния элементов по результатам тензометрии в точках С1 и С2 производилась путем сравнения в режиме реального времени эквивалентных напряжений, рассчитанных по формуле (9), с допускаемыми значениями напряжений

$$k \cdot \sigma_{экв} \le [\sigma],$$

где $[\sigma]$ – допускаемое значение напряжений; k – коэффициент концентрации напряжений.

Для напряженного состояния в зоне врезки патрубка в колонну (материал штуцеров – сталь 09Г2С) допускаемое значение напряжений $[\sigma] = 316$ МПа. Коэффициент концентрации напряжений определялся путем сравнения экспериментальных и расчетных значений по выражению

$$k = \frac{\sigma_{расч}}{\sigma_{экв}},$$

где $\sigma_{расч}$ – расчетное значение максимальных эквивалентных напряжений в зоне врезки патрубка в колонну.

Визуализация эквивалентных напряжений и деформаций патрубков представлена на видеограмме «Деформации» (см. рис. 4).

Рис. 4. Видеограмма деформаций патрубков

В этом окне показано расположение приваренных тензодатчиков для левого (1Л, 2Л, 3Л) и правого (1П, 2П, 3П) патрубков (1), отражены значения деформаций патрубков (%) по соответствующим направлениям (2) и напряжения (МПа) для зон С1 и С2 (3). Здесь же отображены температуры патрубков в этих зонах (4) и представлено 6 временных трендов деформаций (5) (по три тренда для каждого штуцера).

Вывод графиков зависимости деформаций от температуры для точек С1 и С2 производится путем нажатия пиктограмм (6) этих графиков. При нажатии пиктограмм графиков для температур С1 и С2 выводятся температурные тренды соответствующих точек. Временной интервал трендов составляет 1 сутки. Для просмотра трендов более длительных временных интервалов предусмотрен архив данных.

Для контроля температурных смещений трансферных трубопроводов во время запуска объекта было разработано специальное устройство, измеряющее положение реперных точек А1, А2, Б1 и Б2 (рис. 2). Отработка алгоритма нахождения проекций перемещений реперных точек при ее движении в пространстве осуществлялась с помощью специально созданного устройства (см. рис. 5).

Рис. 5. Устройство для отработки алгоритма нахождения проекций точки

Визуализация проекции реперной точки происходит на компьютере в Scada-системе Trace Mode 6 (см. рис. 6).

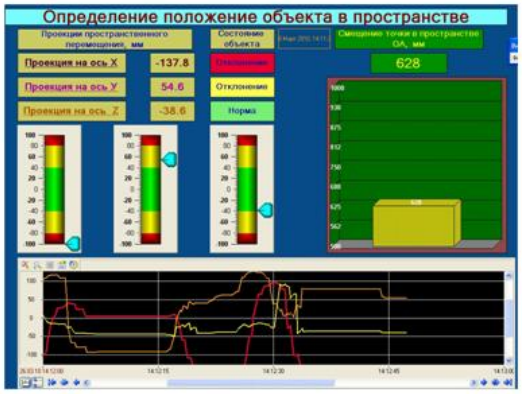


Рис. 6. Программа визуализации проекций перемещения точки

На экране компьютера представлены координаты реперной точки по трем осям (мм), состояние объекта (норма, отклонение неопасное, отклонение недопустимое), трех ползунков с указанием местонахождения объекта и тренда перемещений в трех координатах.

На основе комплекса ИК-1 было также создано устройство для контроля состояния внутренних поверхностей труб. Общий вид этого устройства приведен на рис. 7.

Рис. 7. Общий вид устройства для контроля труб

На передней части корпуса (1) смонтирована видеокамера (2), которая при движении устройства позволяет в режиме реального времени проводить контрольный осмотр состояния внутренней поверхности трубопроводов. Измерение внутреннего диаметра трубопроводов производится с помощью тензодатчиков, наклеенных на подвижные элементы (3), располагающиеся во взаимно-перпендикулярных плоскостях. При изменении проходного сечения трубы подвижные элементы отклоняются, в результате чего изменяется сопротивление датчиков, которое фиксируется комплексом ИК-1. Программа обработки сигналов, написанная в Scada-системе Trace Mode 6, осуществляет преобразование полученных сигналов в численные значения внутренних диаметров исследуемой трубы в горизонтальной (по оси *x*) и вертикальной (по оси *y*) плоскостях и их визуализацию (1) (см. рис. 8). На этом же рисунке показаны временной тренд диаметров (2) и видеозапись изображения (3) внутренней поверхности трубопровода. Все параметры по измеряемым процессам автоматически пишутся в базу данных, которые заносятся в нее с требуемой частотой (до 10 Гц).

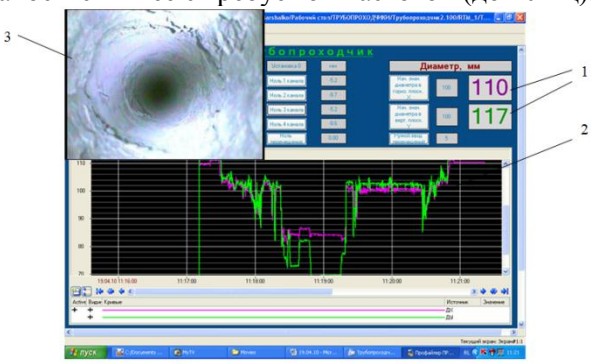


Рис. 8. Визуализация для устройства контроля труб

Путем математической обработки полученных данных может быть получена картина изменений размеров проходного сечения исследуемых трубопроводов и определена степень накоксованности внутренних поверхностей (см. рис. 9).

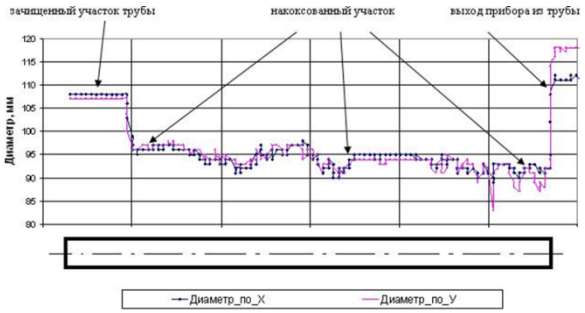


Рис. 9. Результат обработки базы данных

Внедрение автоматизированных систем мониторинга позволяет осуществлять эксплуатацию нефтеперерабатывающего оборудования по фактическому техническому состоянию, тем самым снижая эксплуатационные затраты и обеспечивая безопасность его работы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гриб В. В Диагностика технологического состояния нефтегазохимических производств / ЦНИТИТЭ нефтехим. – М., 2002. – 268 с.
2. Барков А. В. Возможности нового поколения систем мониторинга и диагностики // Металлург. – 1998. – № 11.
3. SCADA система [Электронный ресурс] : [инструмент. система]. – [М.] : AdAstrA Recearch Group, 1998–2010. – URL : http://www.adastra.ru/products/dev/scada/ (дата обращения 29.06.2010).
4. Литюга А. М., Клиначев Н. В., Мазуров В. М. Теоретические основы построения эффективных АСУ ТП. – 2000. – 627 с.
5. Устройства удаленного и распределенного сбора данных и управления [Электронный ресурс]. – М. ; С.Птб. : Ips2U, 2010. – URL : http://www.ipc2u.ru/catalog/Q/description.htm (дата обращения 29.06.2010.
6. Уйк Г. К. Тензометрия аппаратов высокого давления. – Л., Ленингр. отд-ние : Машиностроение, 1974. – 192 с.

УДК 551.326.85:[551.321.8:519.63](282.256.341)

Асламов Илья Александрович,
научный сотрудник, Лимнологический институт ИНЦ СО РАН.
тел. 8(3952)423299, ilya_aslamov@bk.ru

Козлов Владимир Васильевич,
программист, Институт динамики систем и теории управления ИНЦ СО РАН,
тел. 8(3952)453037, e-mail: boba50@mail.ru

Мизандронцев Игорь Борисович,
д.г.н., ведущий научный сотрудник, Лимнологический институт ИНЦ СО РАН.
тел. 8(3952) 42-65-02, e-mail: mizandr@lin.irk.ru

Кучер Константин Мирославович,
ведущий инженер, Лимнологический институт ИНЦ СО РАН.
тел. 8(3952)423299, e-mail: kost@hlserver.lin.irk.ru

Макаров Михаил Михайлович,
научный сотрудник, Лимнологический институт ИНЦ СО РАН.
тел. 8(3952)423299, e-mail: mmmsoft@hlserver.lin.irk.ru

Горнов Александр Юрьевич,
д.т.н. Институт динамики систем и теории управления ИНЦ СО РАН, зам. директора по НР
8(3952) 453004, e-mail: gornov@ok.ru

Гранин Николай Григорьевич,
к.г.н., зав. лаб. гидрологии и гидрофизики, Лимнологический институт ИНЦ СО РАН.
тел. 8(3952)423299, e-mail: nick@lin.irk.ru

АВТОМАТИЗАЦИЯ ИНЖЕНЕРНО-ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ ИСПЫТАНИЙ

I.A. Aslamov, V.V. Kozlov, I.B. Mizandrontsev, K.M. Kucher, M.M. Makarov, A.Yu. Gornov, N.G. Granin

AUTOMATION OF ENGINEERING-HYDROLOGYCAL INVESTIGATION

Аннотация. *Описан разработанный программно-аппаратный комплекс для исследования динамики толщины ледового покрова. Также на основе нелинейной модификации задачи Стефана разработана математическая модель для многослойной совокупности контактирующих сред воздух – лед – вода с различными теплофизическими свойствами. Верификация и идентификация модели выполнены с использованием результатов инструментальных измерений.*

Ключевые слова: *термисторная коса, гидроакустический толщиномер льда, задача Стефана, фазовый переход, моделирование.*

Abstract. *The developed hardware-software complex for studying the dynamics of the thickness of the ice cover is described. Based on the nonlinear modification of the Stefan problem, a mathematical model is developed for a multilayered set of contacting air – ice – water media characterized by different thermal conditions. Verification and identification of the model are made using the results of instrumental measurements.*

Keywords: *thermal sensors chain, hydroacoustic ice thickness meter, Stefan problem, phase transition, modeling.*

Введение

В течение последнего десятилетия лаборатория гидрологии и гидрофизики Лимнологического института СО РАН проводит систематические исследования ледового покрова озера Байкал. Инструментальными методами изучается динамика толщины льда при переменной температуре воздуха и приходящей радиации, температурные волны в ледовом покрове и плотностная конвекция в подледном слое воды, обусловленная вымораживанием компонентов солевого состава. Исследуется режим подледного конвективного пере-

носа и макротурбулентного тепломассообмена, а также влияние проникающей радиации на конвективные процессы и генерацию геострофических течений льдом с разной степенью заснеженности.

Количественное описание процесса нарастания ледового покрова и интерпретация результатов проведенных измерений потребовали применения методов математического моделирования структуры многослойной системы воздух – лед – вода, процессов тепломассопереноса в ней и сопряженных с ними фазовых превращений воды. Данная проблема относится к классу недостаточно изученных обратных нелинейных задач математической физики для совокупности контактирующих сред с сильно различающимися теплофизическими характеристиками при подвижных фазовых границах. При этом возникла необходимость оценки толщины микрозоны воды на контакте с нижней кромкой льда с молекулярным переносом тепла, а также коэффициента турбулентной температуропроводности в свободной подледной воде. Обе эти характеристики зависят от скорости подледных течений.

Существующие модели водоемов, включающие динамику ледового покрова [1–5], из-за отсутствия данных измерений в тонком подледном слое воды не позволяют с достаточной точностью оценить потоки тепла, определяющие направление и интенсивность сопряженных с ними фазовых переходов лед – вода. При этом ледовые явления исследовались в основном на неглубоких пресных водоемах, либо для условий соленых морских вод, что не позволяет напрямую использовать эти модели для описания ледового покрова такого водоема, как озеро Байкал. К тому же, вопросы подледного турбулентного обмена в области пограничного слоя недостаточно проработаны. Обычно внимание уделяется количественному описанию подледного конвективного обмена [6–8]. Кроме того, параметризация вертикального турбулентного тепломассообмена в основном рассматривается в условиях открытой водной поверхности, непосредственно взаимодействующей с атмосферой [9–11]. Поэтому была разработана математическая модель формирования профиля температуры в многослойной системе, включающей условия на поверхности ледового покрова, лед, микрозону на поверхности раздела лед – вода, пограничный ламинарный и залегающий под ним турбулизированный слои воды. На стадиях нарастания и таяния льда рассмотрены фазовые переходы воды в совокупности с процессами теплообмена с атмосферой, объемного поглощения проникающей солнечной радиации подледной водой и ее турбулентного обмена с основной водной толщей. В отличие от других моделей, для расчета тепловых потоков в системе используется информация о температуре в толще ледового покрова и подледной воде, а параметры вертикального турбулентного теплообмена подо льдом верифицируются на основе экспериментальных данных.

Материалы и методы исследования

В ходе полевых исследований проводился непрерывный мониторинг вертикального распределения температуры в надледном воздухе, ледовой толще и подледном слое воды. Одновременно регистрировалась толщина льда и текущие значения метеопараметров.

Измерения температуры осуществлялись термисторной косой с расстоянием между датчиками, равным 10 см. Для записи измерений было разработано автономное устройство регистрации на базе микроконтроллера PIC24FJ64GA002 фирмы Microchip. Упрощенная блок-схема разработанного устройства приведена на рис. 1.

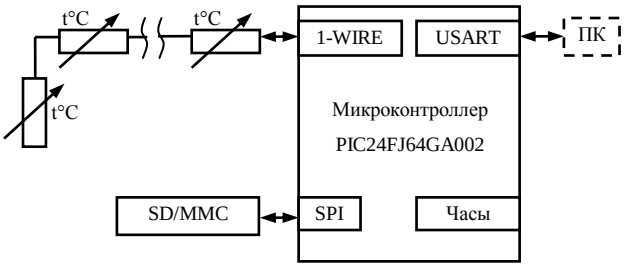


Рис. 1. Блок-схема измерителя температуры

Накопление исходной информации осуществляется на флэш-карте памяти типа SD/MMC. Для облегчения работы с устройством и обеспечения совместимости с ПК в программе микроконтроллера была реализована поддержка файловых систем FAT12/16/32. Устройство создает на карте памяти свои каталоги и файлы для записи данных с датчиков.

В качестве температурных датчиков были применены цифровые микросхемы DS18B20, работающие на базе 1-wire шины. Разрешение датчиков по температуре составляет 0,06 °С, а абсолютная точность 0,5 °С. Отсчеты температуры усредняются в течение минуты и, сопровождаясь временными метками, записываются на карту памяти.

Применение схемы гибкого управления периферийным питанием и режимами энергопотребления контроллера позволило продлить время автономной работы устройства до нескольких месяцев. Настройка режима работы прибора осуществляется с компьютера через терминал RS-232.

Для измерения толщины льда использовался автономный прибор, разработанный в лаборатории гидрологии и гидрофизики ЛИН СО РАН, работающий по принципу обратного эхолота. Схема постановки прибора приведена на рис. 2.

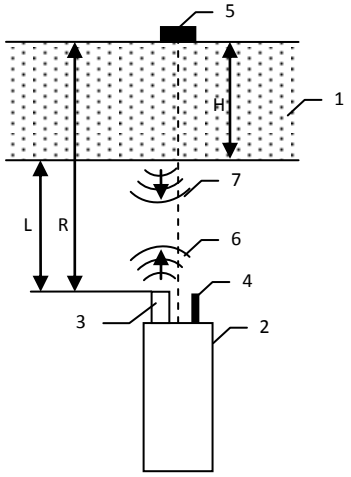


Рис. 2. Концепция подледного измерителя толщины льда: 1 – лед, 2 – прибор, 3 – гидроакустический преобразователь, 4 – термодатчик, 5 – подвесная система, 6 – прямая волна, 7 – отраженная волна

Прибор подвешивается на тросе в слое подледной воды на фиксированном расстоянии (R) от поверхности льда. Суть акустического метода измерения заключается в том, что в среду излучается модулированная акустическая посылка, она отражается от нижней кромки льда, и отраженный сигнал регистрируется приемником. Зная время, прошедшее между излучением и приемом, а также скорость звука в среде, можно вычислить расстояние до границы лед – вода (L), а следовательно, и толщину льда (H). Блок-схема электронной части гидроакустического толщиномера приведена на рис. 3.

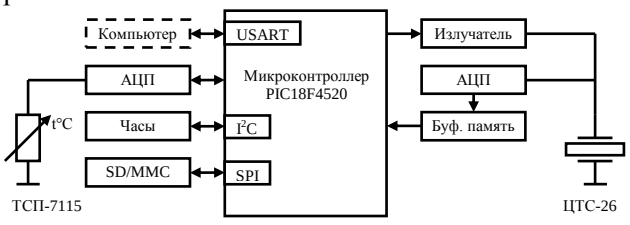


Рис. 3. Блок-схема гидроакустического толщиномера

Основой прибора является микроконтроллер PIC18F4520 фирмы Microchip. Он выполняет функции генератора акустической посылки, считает время между излучением и приемом сигнала с разрешением 100 нс, а также связывает все остальные блоки прибора и определяет логику их работы.

В качестве излучающего и принимающего элемента использован пьезопреобразователь ЦТС-26 с резонансной частотой 550 кГц. Излучатель выполнен по push-pull схеме на полевых транзисторах, нагруженных трансформатором с коэффициентом трансформации 1:3. Управляет полевыми транзисторами драйвер IR2104. Излучаемая посылка формируется микроконтроллером и представляет собой 4 периода синусоиды с частотой 550 кГц.

Приемник выполнен на усилителе К538УН3Б, усиленный сигнал поступает на скоростной восьмиразрядный АЦП TLC5510 (Texas Instruments), работающий на частоте 10 МГц. Для буферизации оцифрованных данных используется высокоскоростная микросхема статической памяти IS61C512-15N (Integrated Circuit Solutions Inc.). Таким образом, в приборе производится регистрация формы отраженного сигнала, что позволяет производить постобработку записанных данных на ПК. При этом применяется специально разработанный алгоритм программного детектирования момента прихода отраженной посылки, дающий очень высокую точность измерения.

В состав прибора включен датчик температуры воды, которая используется для точного расчета скорости звука в водной среде по формуле Чена – Милеро [12]. Схема измерения температуры включает в себя 24-разрядный АЦП AD7714 (Analog Devices), источник опорного напряжения REF192, включенный по схеме стабилизации тока, а также платиновый терморезистор ТСП-7115.

Измерения производятся каждые 15 минут, результаты сохраняются на карте памяти стандарта SD/MMC и могут быть считаны непосредственно с прибора или при помощи card reader'а на компьютере. Интерфейс с компьютером выполнен по стандарту RS-232 и представляет собой терминал с набором команд, позволяющих осуществлять настройку, тестирование прибора и работу с данными.

Обработка полученных данных позволяет достигнуть относительной точности измерения расстояния порядка 0,2 мм. Абсолютная точность измерения толщины льда определяется точностью измерения длины подвесного троса (R) при установке прибора. Рабочий диапазон регистрации

мощности ледового покрова составляет 0,2–2,2 м. Энергоресурс прибора обеспечивает более 2 месяцев автономной работы.

Метеорологическая обстановка во время зимних экспедиционных работ оценивалась по данным метеостанции на пирсе Лимнологического института в п. Листвянка (Южный Байкал). Параметризация плотностной конвекции под ледовым покровом, генерируемой вымораживанием компонентов солевого состава при нарастании льда и объемным поглощением солнечной радиации в фотической зоне, осуществлялась по многолетним данным измерений вертикального распределения температуры в подледном слое зондом SBE-25.

Для количественного описания наблюдаемых явлений и интерпретации результатов измерений *in situ* термического режима ледового покрова, влияния на него температуры воздуха, солнечной радиации и процессов в подледной воде была разработана математическая модель и выполнена серия вычислительных экспериментов.

При моделировании процессов тепломассопереноса расчет термодинамических свойств воды выполнялся по формулам [12]. Для вычисления термодинамических характеристик льда использованы эмпирические зависимости [13], справочные материалы и таблицы [14, 15]. Оценки лучистого потока тепла основывались на данных исследования подледного светового режима водоемов [16] и проникающей солнечной радиации на Байкале [17].

Постановка задачи

Постановка задачи о динамике роста и таяния ледового покрова и сопряженных с ней явлениях выполнена в рамках упрощенной схемы, в которой решающая роль отводится тепловым процессам и фазовым превращениям. Она представляет собой многослойный вариант обратной задачи Стефана для системы квазилинейных параболических уравнений в области со свободными границами. Рассматриваемое явление описывается в локальной системе координат, жестко связанной с границей раздела воздух – лед. Начало координат совмещено с данной границей, ось Z направлена вниз. Т.к. изменение потенциальной температуры

$$\Theta(x,y,z,t)\big|_{\substack{x=x_0\\ y=y_0}} \equiv \vartheta(z,t)$$

на единицу длины по вертикали значительно больше, чем по другим направлениям, то процесс теплопереноса описывается как одномерный. Отметим, что в рассматриваемом случае различие потенциальной и *in situ* температур незначительно.

Наиболее распространенный вариант прямой постановки одномерной двухфазной задачи Стефана, состоящей в определении потенциальной температуры $\vartheta(z,t)$ в области $\Omega=\Omega_1\cup\Omega_2$ и фазового перехода $0\le\xi(t)\le l$ при $0\le t\le T$, сводится к решению системы уравнений [3, 7, 9, 16, 19] .

$$c_k(\vartheta)\frac{\partial\vartheta}{\partial t}-\frac{\partial}{\partial z}\left(a_k(\vartheta)\frac{\partial\vartheta}{\partial z}\right)= f_k(z,t),\quad k=1,2\ , \tag{1}$$

$$(z,t)\in\Omega_1=\left\{\begin{array}{l}0<z<\xi(t),\\ 0<t\le T\end{array}\right\},$$

$$(z,t)\in\Omega_2=\left\{\begin{array}{l}\xi(t)<z<l,\\ 0<t\le T\end{array}\right\}$$

с соответствующими начальными и граничными условиями на контакте вода – лед $z=\xi(t)$

$$\vartheta\big|_{z=\xi(t)}=\vartheta^*,\quad 0<t\le T\ , \tag{2}$$

для $0<t\le T$

$$-\gamma\frac{d\xi}{dt}=a_2(\vartheta)\frac{\partial\vartheta}{\partial z}\bigg|_{z=\xi(t)+0}-a_1(\vartheta)\frac{\partial\vartheta}{\partial z}\bigg|_{z=\xi(t)-0}, \tag{3}$$

$$\xi\big|_{t=0}=l_0,\quad 0\le l_0\le l\ , \tag{4}$$

а также с дополнительными условиями, которые здесь не приведены.

В (1) правая часть $f_k(z,t)$ описывает лучистый поток тепла, k = 1 – фаза льда, k = 2 – фаза жидкой воды, $\vartheta(z,t)$ – температура, коэффициенты уравнений $a_k(\vartheta)=\lambda_k$, $c_k(\vartheta)=\rho_k C_{pk}$, $\gamma=\rho_2\lambda_p$ – соответственно теплопроводность, объемные теплоемкость и скрытая теплота фазового перехода. Для каждой из фаз ρ_k – плотность в $кг/м^3$, C_{pk} – теплоемкость при постоянном давлении в *Дж/(кг·град)*, λ_k – теплопроводность в *Вт/(м·град)* (для воды рассматривается эффективный коэффициент теплопроводности [18]), λ_p – скрытая теплота фазового перехода (плавления льда) в *Дж/кг*, ϑ^* – температура фазового перехода в °С на границе лед – вода $z=\xi(t)$.

Подход к задачам такого класса основан на связи между прямыми методами решения в обобщенной формулировке классической задачи Стефана с разрывными (кусочно-непрерывными) ко-

эффициентами [19, 20] и методами решения аппроксимирующих прямых и обратных задач с гладкими коэффициентами без фазовых переходов. В аналогичных задачах для морского льда [21] и замораживания влажных грунтов [22] протяженная область фазового перехода описывается как двухфазная зона с линейным профилем температуры, либо динамика толщины льда рассматривается с учетом слоя конвективного перемешивания подледной воды [6]. Модели массопереноса с подвижными границами для водонасыщенных пористых сред в системе вода – дно приведены в работах [23–25].

Рассмотренные подходы позволяют использовать для исследования обратных задач Стефана известные результаты для более изученного класса обратных задач для параболических уравнений в областях с заданными границами. Если краевая задача с условием Стефана (3) допускает обобщенную формулировку, то можно формально область вблизи границы фазового перехода представить в виде двухфазной зоны с распределенным источником (стоком) тепла.

Сглаживание на интервале $\left(\vartheta^* - \Delta, \vartheta^* + \Delta\right)$ кусочно-непрерывных коэффициентов приводит к квазилинейному уравнению параболического типа с непрерывными коэффициентами:

$$\tilde{c}(\vartheta)\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(\tilde{a}(\vartheta)\frac{\partial \vartheta}{\partial z}\right) + \tilde{f}(z,t) \qquad (1a)$$

Количественная связь коэффициента турбулентной температуропроводности с кинематической турбулентной вязкостью различными авторами описывается по-разному. До сих пор еще не решен вопрос о величине их отношения в зависимости от числа Ричардсона. В данной работе для этого использованы материалы исследований А.А. Сперанской [цит. по 26] турбулентных характеристик водных масс подледного слоя в заливе Лиственничном Южного Байкала. Оценки величины коэффициента турбулентной температуропроводности выполнены по результатам работ [27–30].

При вычислении коэффициента эффективной теплопроводности, который учитывает существование в области температур $\left(\vartheta^* - \Delta, \vartheta^* + \Delta\right)$ для соответствующего интервала $\left(\xi(t) - \delta_1, \xi(t) + \delta_2 + \delta_3\right)$ ламинарного вязкого подслоя [31, 32], на каждом шаге по времени использован квазистационарный подход для многослойных материалов (трехслойная схема по аналогии с многослойными схемами для пограничного слоя в вязкой жидкости). При этом рассматривается совокупность льда $\left(\delta_1\right)$, ламинарного вязкого подслоя воды $\left(\delta_2\right)$ и ее турбулентного слоя $\left(\delta_3\right)$ (переходный слой – «буферный» между ламинарным вязким слоем и турбулентным логарифмическим слоем [32]). Параметризация коэффициента эффективной турбулентной теплопроводности в области границы раздела лед – вода при применении интегро-интерполяционного метода [33] выполнена по следующей формуле [15] в предположении, что на интервале

$$\left(\xi(t) - \delta_1, \xi(t) + \delta_2 + \delta_3\right)$$

поток тепла постоянен в каждом слое:

$$\frac{\delta}{\lambda_{эф}} = \sum_{n=1}^{3}\frac{\delta_n}{\lambda_n}, \quad \delta = \sum_{n=1}^{3}\delta_n .$$

Ввиду недостаточного разрешения датчиков по температуре и пространству, параметры δ_n и λ_n для каждого из слоев не определялись, а оценивалась эффективная теплопроводность ($\lambda_{эф}$) для суммарного слоя (δ), толщина которого согласно экспериментальным данным составляет 10–15 мм. При этом значение эффективного коэффициента теплопроводности, верифицированного по экспериментальным данным ($\lambda_{эф}$), составило 0,69–0,71 *Вт/(м·град)*.

Оценка лучистого потока тепла $f_k(z,t)$, проникающего в подледную воду, выполнялась для ледового покрова, представленного бесснежным однородным прозрачным льдом (первый тип [16]). При этом пренебрегали влиянием границы лед – вода и считали, что углы полного внутреннего отражения для льда и воды на их границах с воздухом совпадают. Тогда световое поле в толще однородного прозрачного покрова и в верхних слоях воды будет таким же, как в водоеме при штилевой погоде. Таким образом, модель ледового покрова соответствует теоретическим идеализациям проникновения светового излучения в воду, для нее справедливы с небольшими поправками выводы, полученные из измерений при штиле.

Кривые изменения проникающей в воду Байкала радиации с глубиной для разных значений

прозрачности были представлены суммой экспонент [17] в соответствии формулой [34]. Коэффициенты вертикального ослабления и рассчитанные в процентах доли энергии спектра излучения при ясной и пасмурной погоде оценены до глубины 30 м.

Результаты и обсуждение

В течение февраля – марта 2009 года в Южном Байкале были проведены комплексные исследования динамики роста ледового покрова. Вертикальное распределения температуры в системе воздух – лед – вода измерялось с одновременной регистрацией приходящей солнечной радиации и метеопараметров. В период исследований происходило последовательное увеличение толщины льда (рис. 4).

По данным измерений (кривая 1) с 11 по 20 февраля лед нарастал практически по линейному закону, что позволило оценить значение эффективного коэффициента турбулентной теплопроводности ($\lambda_{эф}$) для подледной воды в непосредственной окрестности раздела лед – вода.

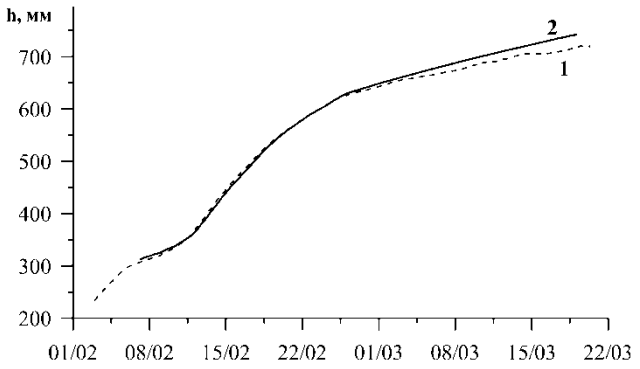


Рис. 4. Динамика нарастания толщины ледового покрова, февраль - март 2009 г.: 1 – измерения, 2 – расчет последовательного роста

Расчет (кривая 2) описывает нарастание льда с идентификацией коэффициента вертикальной турбулентной температуропроводности $K_T(z)$ по данным измерений температуры термокосой и толщины льда обратным эхолотом. Как видно из рис. 4, результаты модельных расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Из исследований А.А. Сперанской в бухте Лиственничной (Южный Байкал) [цит. по 26] следует, что при скоростях подледного течения до 2,5 см/с коэффициент турбулентной температуропроводности на глубине 0,1; 0,5 и 1,0 м от нижней кромки льда составлял соответственно 0,002-0,005 см^2/с; 0,008–0,020 см^2/с и 0,016 см^2/с. Таким образом, коэффициент температуропроводности превышает молекулярный коэффициент всего в 5–10 раз, что согласуется с выводами работы [30] о низких значениях коэффициента турбулентного переноса в подледном слое воды. При проведении вычислительных экспериментов с обратной задачей и идентификацией модели по экспериментальным данным была получена оценка коэффициента турбулентной температуропроводности для глубины 0,1 м – 0,01–0,012 см^2/с, 0,05–0,052 см^2/с для глубины 0,5 м и 0,1–0,12 см^2/с для 1,0 м от нижней кромки льда, что соответствует скорости течения, примерно в 2–3 раза превышающей значения, приведенные Сперанской. Результаты моделирования процесса роста ледового покрова хорошо согласуются с данными измерений.

При моделировании вертикального распределения температуры подо льдом были использованы данные измерения скоростей подледных течений, в начале апреля 2009 г. они составляли от 2 до 6 см/с при толщине льда 690 мм. Рассмотрим процесс изменения во времени температуры по датчику, исходно расположенному на расстоянии 500 мм от верхней границы ледового покрова (рис. 5).

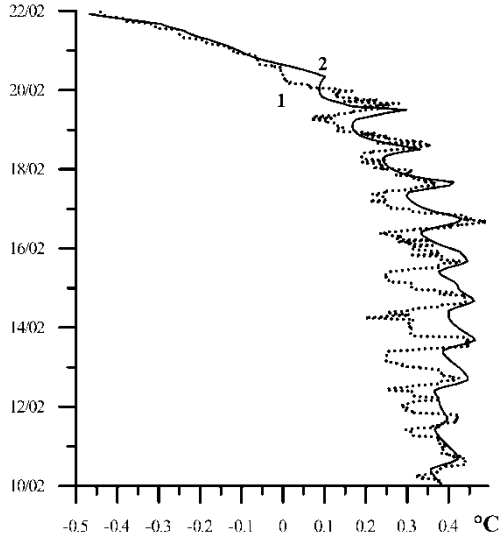


Рис. 5. Изменение во времени температуры воды и льда по показаниям датчика, исходно расположенного на расстоянии 500 мм от верхней границы ледового покрова: 1 – измерения, 2 – расчет по модели

Изменения в течение суток температуры воды у нижней кромки льда в пределах 0,2–0,3 градуса обусловлены суточным ходом солнечной ра-

диации. Поскольку рассматриваемый датчик вмерз в лед в ночь с 20 на 21 февраля при практически линейном нарастании его толщины (рис. 4), то данные за этот период можно представить в виде температурных кривых в зависимости от текущего положения датчика относительно нижней подвижной кромки льда (рис. 6).

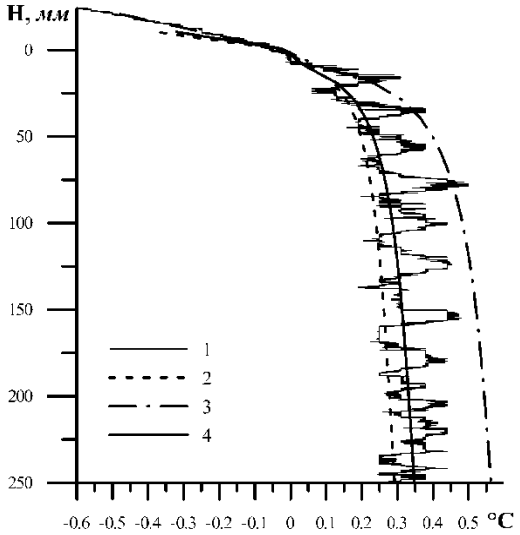


Рис. 6. Температурные профили по глубине с 10 по 22 февраля. H – расстояние в мм от нижней подвижной кромки льда. 1- экспериментальные данные, 2-4 –рассчитанные по модели кривые, соответствующие проникновению под лед 0 % (ночь), 100 % (полдень) и 25 % от падающей солнечной радиации

Пересчет зависимости температуры от времени в зависимость от расстояния равносилен переходу в подвижную систему координат, связанную с нижней подвижной кромкой льда. Погрешность измерений в этом случае соответствует погрешности отдельно взятого датчика.

Измеренные профили температуры с наложенными суточными колебаниями свидетельствуют о значительном влиянии на их формирование проникающей солнечной радиации. Решение обратной задачи показало, что в этот период под лед проникает примерно от 15 до 35 % от поступающей радиации. Хорошее согласие результатов расчетов с экспериментальными данными для подледных профилей температуры было получено при толщине пограничного слоя 10–20 мм (в расчетах принято 15 мм).

Заключение

Описание динамики роста толщины байкальского льда было осуществлено в рамках математической модели, в основу которой положена нелинейная многослойная модификация задачи Стефана для совокупности контактирующих сред воздух – лед – вода с существенно различающимися теплофизическими свойствами. Моделируемая система включает условия над ледовым покровом, толщу льда, пограничный водный микрослой на контакте с нижней поверхностью льда, ламинарный и турбулизированный слои подледной воды. Верификация и идентификация модели выполнены с использованием результатов инструментальных измерений, полученных при исследованиях ледового покрова. Одновременный мониторинг толщины ледового покрова и вертикальных температурных профилей в толще льда и подледном слое воды позволил оценить величину коэффициента турбулентной температуропроводности в данном слое, влияние проникающей радиации на суточный ход его температуры и потоки тепла в рассматриваемой системе.

Работа поддержана программой Президиума РАН 17:10 Междисциплинарных интеграционных проектов СО РАН № 20 и № 23 и Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 08-05-98091).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Воеводин А. Ф., Гранкина Т. Б. Численное моделирование ледяного покрова в водоеме // Сибирский журн. индустриал. математики. – 2006. – Т. IX. – № 1 (25). – С. 47–54.
2. Степаненко В. М., Лыкосов В. Н. Численное моделирование процессов тепловлагопереноса в системе водоем – грунт // Метеорология и гидрология. – 2005. – № 3. – С. 95–104.
3. Elo A. R., Huttula X., Peltonen A. & Virta. The Effects of Climate Change on the Tem Premature Conditions of Lakes // Boreal Environ. – 1998. – Vol. 3. – P. 137–150.
4. Elo A., Vavrus S. J. R. Ice Modeling Calculation, Comparison of the PROBE and LIM-NOS Models : Selected Articles from the Proceedings of 27th Congress of the International Association of Theoretical and Applied Limnology. – Dublin, 1998. – Session 50 : Ice Phrenology of Lakes as Climate Indicator // Verch. Internat. Verein. Limnology. – 2000. – Vol. 27. – P. 2816–2819.
5. Vavrus S. J., Wynne R. H., Foley J. A. Measuring the Sensitivity of Southern Wis-consin Lake Ice to Climate Variation and Lake Depth Using a Numerical Model // Limnology and Oceanography. – 1996. – V. 41, № 5. – P. 822–831.
6. Белолипецкий П. В., Генова С. Н., Грицко В. В. Компьютерная модель вертикальной структуры во-

доема // Вычислительные технологии. – 2004. – Т. 9. ; Вестн. КазНУ им. Аль-Фараби. – Сер. Математика, механика, информатика. – 2004. – № 3., вып. 42. [совмест. вып.]. – Ч. 1. – С. 289–294.
7. Parameterization of Lakes in Numerical Weather Prediction: Description of a Lake Model, Single-column Tests, and Implementation into Limited-area NWP Model / D. V.Mironov, A. Terzhevik, F. Beyrich and other // Bound. Lay. Meteor., Spec. Issue. – 2006. – P. 56.
8. Pushistov P. Yu., Ievlev K. V. Numerical Eddy-resolving Model of Non-stationary Penetrative Convection in Spring Solar Heating of Ice-covering Lakes // Bull. Inst. Comput. Math. Geo phys. – 2000. – V. 5. – P. 55–63.
9. Rodi W. Turbulence Models and their Application in Hydraulics. – 3-rd ed. – Rotterdam : IAHR A. A. Balkema, 1993.
10. Simoes F. An Eddy Viscosity Model for Shallow-water Flows // Wat. Resour. Engin. – 1998. – P. 1858–1863.
11. Wüest A., Lorke A. Small-scale Hydrodynamics in Lakes // Fluid Mech. – 2003. – V. 35. – P. 373–412.
12. Chen C. T., Millero F. J. Precise Thermodynamics Properties for Natural Waters Covering only the Limnological Range // Limnology and Oceanography. – 1986. – V. 31, № 3. – P. 657–662.
13. Богородский В. В., Гаврило В. П. Лед. Физические свойства. Современные методы гляциологии. – Л. : Гидрометеоиздат, 1980. – 384 с.
14. Варгафтик И. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М. : Наука, Физматгиз, 1972. – 720 с.
15. Справочник химика. – М. ; Л. : Гос. науч.-техн. изд-во хим. лит, 1966. – Т. 5. – 973 с.
16. Шерстянкин П. П. Экспериментальные исследования подледного светового поля озера Байкал. – М. : Наука, 1975. – 92 с.
17. Довгий Т. Н. Подводная солнечная радиация на Байкале. – Новосибирск: Наука, 1977. – 104 с.
18. Данилюк И. И. О задаче Стефана // Успехи мат. наук. – 1985. – Т. 40, вып. 5(245). – С. 133–185.
19. Вабищевич П. Н. Численные методы решения задач со свободной границей. – М. : Изд-во Моск. ун-та, 1987. – 164 с.
20. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. – М. : Наука, 1966. – 724 с.
21. Богородский П. В., Пнюшков А. В. Простая модель кристаллизации морской воды в спектре температур // Океанология. – 2007. – Т. 47, № 4. – С. 539–545.
22. Васильев В. И., Попов В. В. Численное решение задачи промерзания грунта // Мат. моделирование. – 2008. – Т. 20, № 7. – С. 119–128.
23. Козлов В. В. Моделирование нестационарного процесса тепломассообмена: на примере динамики нарастания и таяния ледового покрова на Байкале [Электронный ресурс] // Математическое моделирование и вычислительно-информационные технологии в междисциплинарных научных исследованиях : материалы Всерос. конф., 6–7 июня 2009 г / Ин-т динамики систем и теории упр. СО РАН. – Иркутск, 2009. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).
24. Козлов В. В. Разработка нестационарной математической модели вторичного загрязнения водного объекта с учетом материального обмена с донными отложениями // Вычислительные технологии. – 2009. – Т. 13. – Спец. вып. 1. – С. 36–42.
25. Мизандронцев И. Б. Химические процессы в донных отложениях. – Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1990. – 176 с.
26. Шулейкин В. В. Физика моря. – М. : Наука, 1968. – 1083 с.
27. Шимараев М. Н. Элементы теплового режима озера Байкал. – Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1977. – 150 с.
28. Шимараев М. Н., Гранин Н. Г. К вопросу о стратификации и механизме конвекции в Байкале // ДАН. – 1991. – Т. 321, № 2. – С. 381–385.
29. Radiatively Driven Convection in an Ice-covered Lake Investigated by Using Temperature Microstructure Technique / T. Jonas, A.Y. Terzhevik, D.V. Mironov, A. Wüest // Geophys. Res. – 2003. – V. 108. – P. 1401–1418.
30. Malm J. Some Properties of Currents and Mixing in a Shallow Ice-covered Lake // Water Resources Research. – 1999. – V. 35, № 1. – P. 221–232.
31. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. – М. : Наука, 1987. – 840 с.
32. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М. : Наука, 1974. – 711 с.
33. Самарский А. А. Теория разностных схем. – М. : Наука, 1989. – 616 с.
34. Колесников А. Г. Вычисление суточного хода температуры по тепловому балансу на его поверхности // Изв. АН СССР. – Сер. геофизическая. – 1954. – № 2. – С. 190–194.

УДК 681.518.54

Мухопад Юрий Федорович,
д.т.н., заслуженный профессор каф. «Управление техническими системами» ИрГУПС, тел. (3952) 63-83-64, e-mail: firsovich1@yandex.ru
Мухопад Александр Юрьевич,
к.т.н., преподаватель кафедры «Управление техническими системами» ИрГУПС, тел. (3952) 63-83-64, e-mail: firsovich1@yandex.ru
Полетаев Алексей Фирсович,
заведующий лабораторией «Моделирование технических систем» каф. «Управление техническими системами» ИрГУПС, тел. (3952) 63-83-64, e-mail: firsovich1@yandex.ru

СИНТЕЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОМАТОВ УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Y.F. Mukhopad, A.Y. Mukhopad, A.F. Poletaev

SYNTHES AND MODELLING OF AUTOMATIC DEVICES OF MANAGEMENT OF SYSTEMS OF PROCESSING OF THE INFORMATION IN REAL TIME

Аннотация. *Рассматриваются вопросы абстрактного и структурного синтеза автоматов управления с большим числом входных логических переменных и состояний. Приведены оценки степени упрощения структурной схемы автомата с выносным мультиплексором для выбора значения конкретного состояния. Приводится алгоритм моделирования сложных автоматов управления на 8-разрядных микроконтроллерах.*

Ключевые слова: *алгоритм, автомат, моделирование, программа.*

Abstract. *Questions of abstract and structural synthesis of automatic devices of management with great number of entrance logic variables and conditions are considered. Estimations of a degree of simplification of the block diagram of the automatic device with the remote multiplexer for a choice of value of a concrete condition are resulted. The algorithm of modelling of complex automatic devices of management on eight-digit microcontrollers is resulted.*

Keywords: *algorithm, the automatic device, modelling, the program.*

Современная ориентация на создание средств управления мехатроникой, подвижными объектами со встроенными информационными технологиями ставит вопросы пересмотра самой концепции организации процесса управления в системах реального времени.

Целью статьи является необходимость обоснования нового подхода к синтезу подсистем управления в системах реального времени (СРВ).

Наличие широкой номенклатуры микропроцессоров и микроконтроллеров определяет ориентацию проектировщиков на программирование не только процессов обработки информации, но и всей процедуры проверки логических условий и формирования исполнительных команд управления (ИСК) механизмами и другими внешними для СРВ устройствами. Понятие исполнительной команды для СРВ отличается от понятия внутренней команды микроконтроллера (ВКМ). ИСК представляет собой одну или несколько параллельно исполняемых микроопераций (включение двигателей, разворот, включение реле и т.п.), а ВКМ есть микропрограмма, осуществляющая выполнение операций с адресным полем ВКМ по конкретной записи типа операций (арифметические, логические, операции обмена информации, операции изменения порядка следования ВКМ в программе и т.п.).

Для ВКМ установлена единая процедура выборки и расшифровки команд, подготовки одного или двух операндов для выполнения заданного набора операций. В результате необходимости

выполнения заданного алгоритма обработки ВКМ при формировании ИСК осуществляются процедуры излишнего переноса информации, несмотря на полноту ВКМ [1–5].

Микропрограммный принцип управления всей СРВ позволяет в единой ИСК осуществить параллельное действие во всех устройствах СРВ. В этом случае реализация алгоритма есть параллельно-последовательное продвижение информации между функциональными модулями. Количество переносимой во времени информации сокращается, не тратится время на расшифровку команд и нет обязательного закрепленного набора действий, т.к. на каждом такте формируется гибкая структура ИСК, соответствующая специфике технологического процесса и конкретного набора блоков операционной части СРВ. Этот подход не относится к числу принципиально новых, т.к. используется при проектировании некоторых спецпроцессоров. Однако наличие программных систем класса Matlab, LabView и др., наличие широкой номенклатуры типовых микроконтроллеров, а также отсутствие четких и эффективных методик синтеза аппаратных средств с ориентацией на большие интегральные схемы (БИС) и сверхбольшие интегральные схемы (СБИС) привело к тому, что микропрограммный принцип управления не для отдельных операций, а для всей СРВ редко используется. Проектировщик для повышения быстродействия скорее выберет принцип многопроцессорной параллельности, чем путь оригинальной разработки структуры СРВ и микропрограммных автоматов (МПА).

Новая ориентация меняет и формулировку задач: при отказе от командной структуры организации управления необходим поиск синтеза МПА по одному единому сложному алгоритму управления [7–11].

Понятие простоты и сложности с позиции инженерного подхода меняется в процессе технологического развития и усложнения самой элементной базы. В работе [12] предложено производить классификацию МПА на сверхпростые (СП), простые (ПА), средней (СА) и высокой сложности автоматы (ВС).

СП – применяются обычно как устройства логического управления отдельными блоками (функциональными блоками, памятью, аналого-цифровыми преобразователями [6]). ПА – микропрограммы в микропроцессорах и микроконтроллерах. СА – МПА для спецпроцессоров. ВС – МПА для СРВ. Поскольку основной характеристикой МПА является число внутренних состояний (m) и число (q) входных логических переменных (условий), это и явилось основой для классификации (табл. 1).

Таблица 1

МПА	m	q	V	V_H	L
СП	3	4	0,38	0,05	8
ПА	4	8	16	0,13	128
СА	5	12	640	0,32	2048
ВС	6	16	24000	0,79	32000
Формулы			$m2^{m+q}$	$m2^{m+1}$	V/V_H
Размерность			Кб	Кб	

Количество типов МПА определяется от 6 до 8, хотя базовыми являются две структуры? автоматы Мура и Мили [2, 16]. Существуют формальные правила преобразования автоматов Мура в автоматы Мили. Автоматы Мили предназначены главным образом для управления быстродействующими системами передачи информации и вычислительными структурами. Для управления техническими системами и технологическими процессами предпочтительны автоматы Мура.

На основании структурной модели (СММ) [8], автомат Мура может быть представлен как взаимодействие пяти подсистем (рис.1):

– функциональной (Ф), для формирования ИСК по коду состояния автомата a(t);

– адресной (А), для формирования кода $y_1y_2\ldots y_m$ следующего состояния $a(t+1)$ по конкатенации кодов $\{\alpha\}\{X\}$, где $\{X\}$ – $x_1x_2\ldots x_m$ – код a(t), $\{\alpha\}$ – $\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_q$ – входные переменные (логические условия);

– логической (Л), формирующей $\{\alpha\}$, для автоматов Мура это ОУ – объект управления с присущими ему датчиками значений $\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_q$;

– информационной (И) – регистры памяти для хранения кодов a(t), a(t+1) и $\{\alpha\}$;

– управляющей (У), для внутренней синхронизации Ф, И, А, Л подсистем МПА.

Формальное описание функционирования автомата задается уравнениями (1)

$$a(t+1) = F_1(a(t), \{\alpha\}), \quad A(t) = F_2(a(t)). \tag{1}$$

Здесь $A(t) – A_1, A_2, \ldots, A_к$ – множество ИСК. F_1 и F_2 – системы булевых функций. Анализ назначения систем в СММ и уравнения (1) позволяет

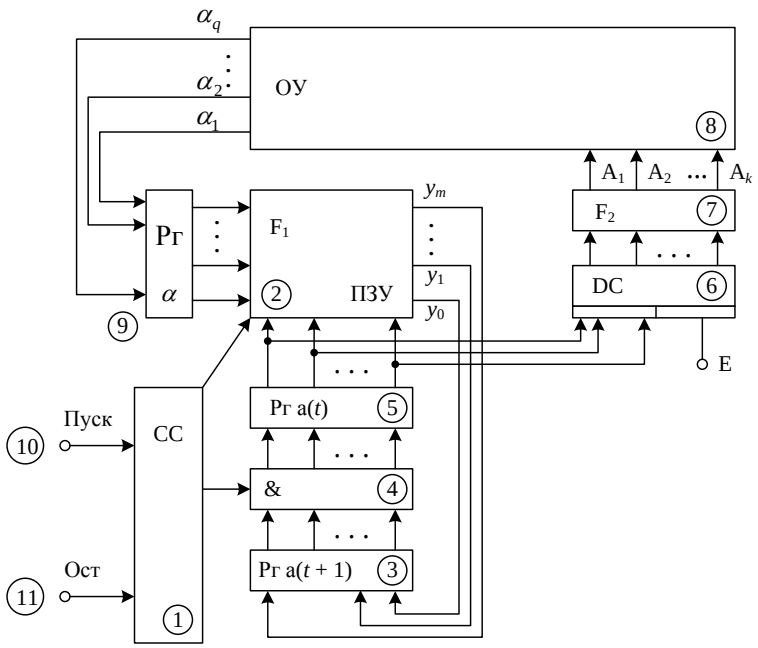


Рис. 1. Блок-схема автомата Мура

сделать вывод о том, что для СА и ВС наиболее сложной является подсистема А, т.к. конкатенация кодов {α}{X} определяет число комбинаций на входе F_1, равное 2^{m+q}. Для ВС это число > 4 млн, поэтому реализация системы из m булевых функций (m+q) переменных методом прямого считывания на постоянном запоминающем устройстве (ПЗУ) или программируемой логической матрице (ПЛМ) проблематична для СА и ВС даже для современных СБИС.

Объем ПЗУ определится выражением $V = m2^{m+q}$. Численные значения в килобайтах приведены в табл. 1.

Для современных технологий такие объемы памяти в одном кристалле не являются ограничением, однако необходимо отметить тот факт, что каждый логический вентиль потребляет ~ 0,4 мкВт, а в СБИС их от 1 до 5 млн. Поэтому токи потребления достигают 0,15–0,35 А, а мощность, рассеиваемая кристаллом площадью ~9 мм^2 может составлять 2–4,5 Вт. Возникает проблема термоотвода, и для обеспечения надежной работы необходимы сложные конструктивные решения, применение охлаждения и др.

Известные методы упрощения А-подсистемы сводятся к следующему:

1. Минимизация систем булевых функций (эффект 30–20 % только для СП и ПА) – [1];

2. Декомпозиция А-подсистемы, т.е. представление единой схемы F_1 параллельно-последовательным комплексом комбинационных схем с меньшим чем m+q числом переменных на входе. Метод позволяет для СА и ВС уменьшить на 20–30 % число входов частных ПЗУ (ПЛМ);

3. Решение задачи синтеза МПА не на основе наукоемкого анализа графов переходов МПА, из которых «выписывается» m булевых функций F_1, а на основе декомпозиции самого алгоритма [7]. Это наиболее эффективный метод из всех известных, он позволяет для СА снизить число входных переменных в 1,4–1,8 раз, однако имеет ограничения для ВС автоматов в связи с необходимостью введения дополнительных логических переменных для кодирования отдельных декомпозируемых частей алгоритма управления.

Более глубокий анализ А-подсистемы в структуре СММ автомата Мура позволяет поставить задачу синтеза МПА на принципиально новую основу: необходимо найти такую методику синтеза МПА, которая позволяла бы вместо параллельной подачи $\bigwedge_{i=1}^{q} \alpha_i$ для каждого конкретного $a_i(t)$, в данный момент времени t определить единственное $\alpha_j \in \{\alpha\}$.

Такая постановка задачи обоснована тем, что в СРВ в каждый данный момент времени t наиболее вероятно изменение значения только одной переменной $\alpha_j \in \{\alpha\}$, а если это и не так, то всегда можно произвести задержку сигнала $\alpha_j (i \neq j)$ на один такт работы МПА. Рассмотрим методику синтеза МПА, основанную на преобразовании исходной схемы алгоритма по следующим правилам:

– если между двумя логическими операторами α_i и α_j ($j, i \in \overline{1,q}$) отсутствует оператор дей-

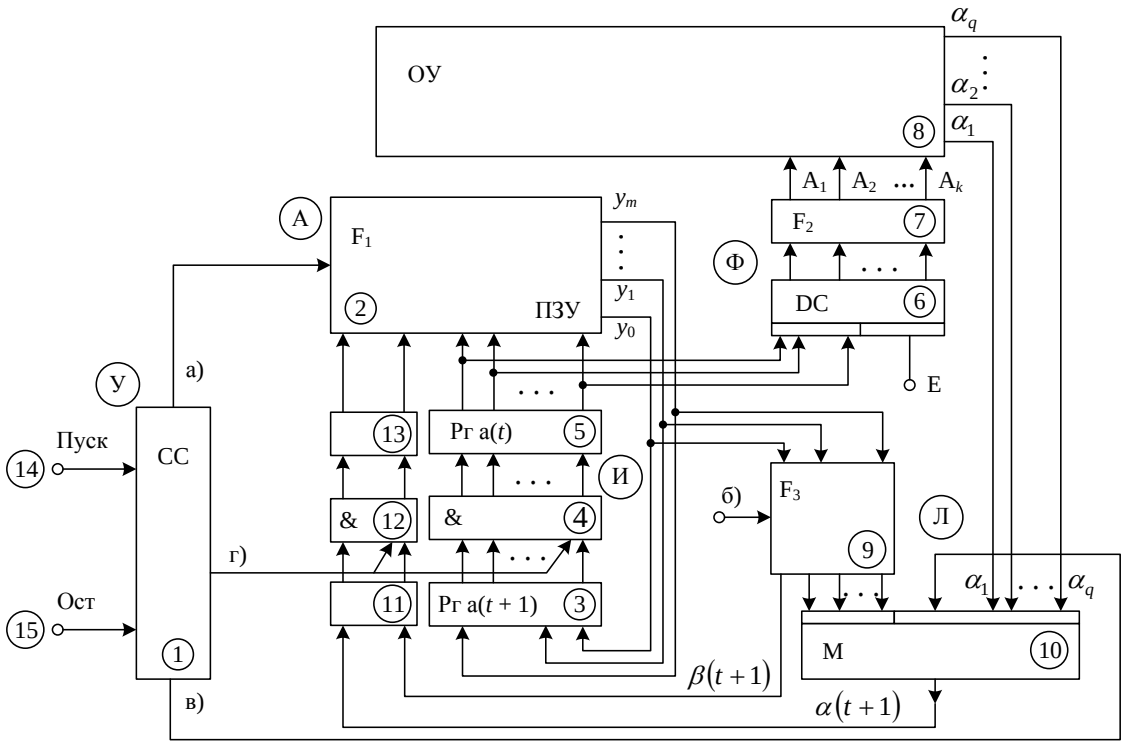


Рис. 2. Блок-схема автомата управления с выбором логического условия

ствия A_r ($r \in \overline{1,k}$), то между ними ставится оператор (пустой), которому не соответствует выдача ИСК;

– пустой оператор ставится также перед любым α_i ($i \in \overline{1,q}$), если к нему передается управление от нескольких ИСК.

В этом случае работа автомата Мура описывается системой уравнений (2):

$$\begin{aligned} a(t+1) &= F_1(\alpha_i, \beta, a(t)), \\ A(t) &= F_2(a(t)), \\ i &= F_3(a(t+1)), \end{aligned} \qquad (2)$$

i – номер α_i, соответствующий a(t+1); β – символ безусловного перехода.

Структурная схема МПА для реализации уравнений (2) оригинальна [9] и представлена на рис. 2.

Для иллюстрации процедур анализа и синтеза МПА по новой методике приведем упрощенный пример алгоритма управления. Для синтеза МПА используются операторные формы задания алгоритмов (ОСА) в виде граф-схем (ГСА), логических схем (ЛСА), матричных (МСА) и табличных схем (ТСА). Правила взаимных преобразований всех форм ОСА приведены в [10]. Пример алгоритма в ЛСА имеет вид:

ЛСА исходного алгоритма

$$A_0 \overset{1}{\downarrow} A_1 \overset{2}{\downarrow} A_2 \overline{\alpha}_1 \overset{1}{\uparrow} A_3 \overline{\alpha}_2 \overset{3}{\uparrow} \overline{\alpha}_3 \overset{4}{\uparrow} \overline{\alpha}_4 \overset{5}{\uparrow} A_7 \overset{8}{\downarrow} A_8 A_9 \overline{\alpha}_5 \overset{6}{\uparrow} A_{10} \overline{\alpha}_6 \overset{2}{\uparrow} A_{11} A_k ; \overset{3}{\downarrow} A_4 \overset{8}{\uparrow} ; \overset{4}{\downarrow} A_5 \overset{8}{\uparrow} ; \overset{5}{\downarrow} A_6 \overset{8}{\uparrow} ; \overset{6}{\downarrow} A_{10} \overset{7}{\uparrow},$$

После преобразований алгоритма по сформулированным правилам получим ЛСА в виде:
ЛСА нового алгоритма

$$A_0 \overset{1}{\downarrow} A_1 \overset{2}{\downarrow} A_2 \overline{\alpha}_1 \overset{1}{\uparrow} \overset{7}{\downarrow} A_3 \overline{\alpha}_2 \overset{3}{\uparrow} A_{12} \overline{\alpha}_3 \overset{4}{\uparrow} A_{13} \overline{\alpha}_4 \overset{5}{\uparrow} A_7 \overset{8}{\downarrow} A_8 A_9 \overline{\alpha}_5 \overset{6}{\uparrow} A_{15} \overline{\alpha}_6 \overset{2}{\uparrow} A_{11} A_k ; \overset{3}{\downarrow} A_4 \overset{8}{\uparrow} ; \overset{4}{\downarrow} A_5 \overset{8}{\uparrow} ; \overset{5}{\downarrow} A_6 \overset{8}{\uparrow} ; \overset{6}{\downarrow} A_{10} \overset{7}{\uparrow}.$$

На рис. 3, 4 представлены ГСА, полученные из ЛСА.

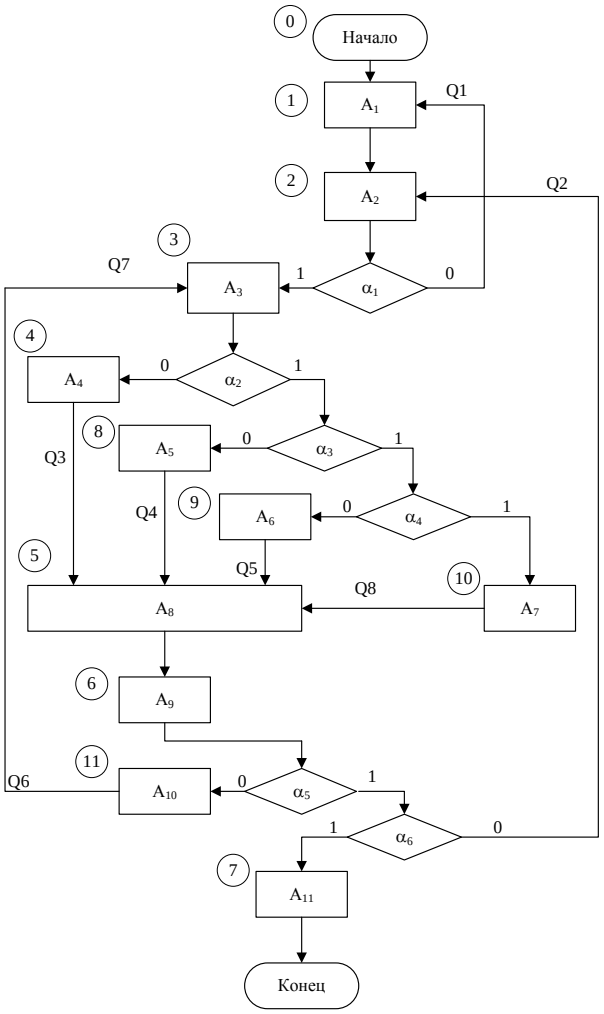


Рис. 3. ГСА исходного алгоритма

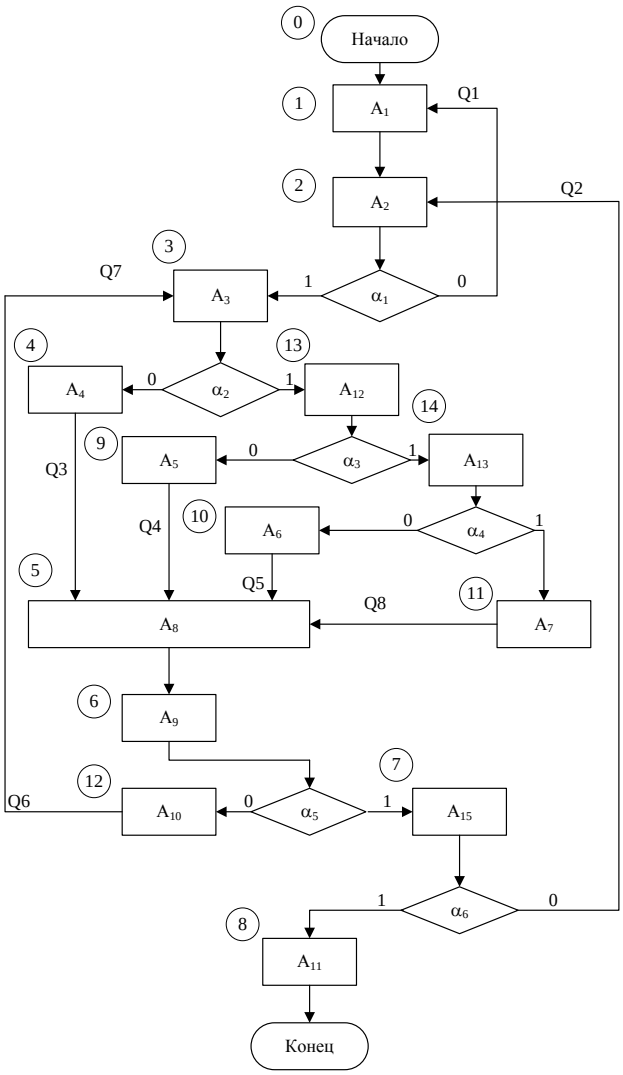


Рис. 4. ГСА нового алгоритма

На рис. 5, 6 представлены графы переходов автоматов, полученные на основании формальных правил, изложенных в работах [2, 10].

Как видно из графа переходов нового автомата, в каждом состоянии a(t) проверяется единственное логическое условие $\alpha_i \in \{\alpha\}$ или значение безусловного перехода β, которое можно рассматривать как α_0 с тождественным значением $\alpha_0 = 1$.

Для канонической структуры автомата Мура в графе переходов возможны переходы как по любому $\alpha_j \in \{\alpha\}$, так и по нескольким условиям. Одновременно для рассматриваемого примера это будут условия: $\overline{\alpha}_2\overline{\alpha}_3$, $\overline{\alpha}_5\overline{\alpha}_6$, $\alpha_2\overline{\alpha}_3\overline{\alpha}_4$ и др. (рис. 5).

Этот факт наличия только одного α и β и позволил создать структурную схему МПА с выносным мультиплексором (М), адрес *i* (для выбора α_i) которого формируется комбинационной схемой F_3.

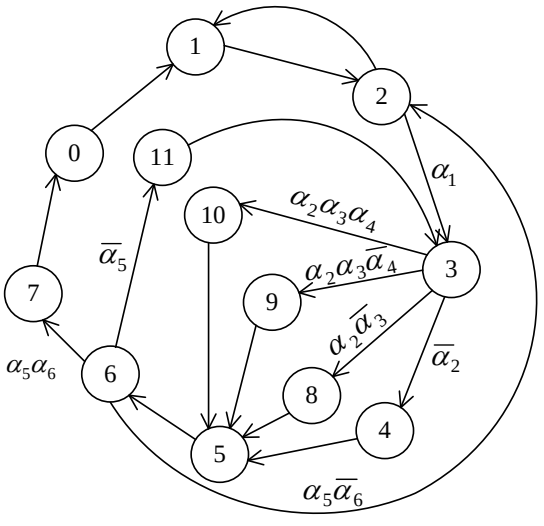


Рис. 5. Граф переходов классического автомата

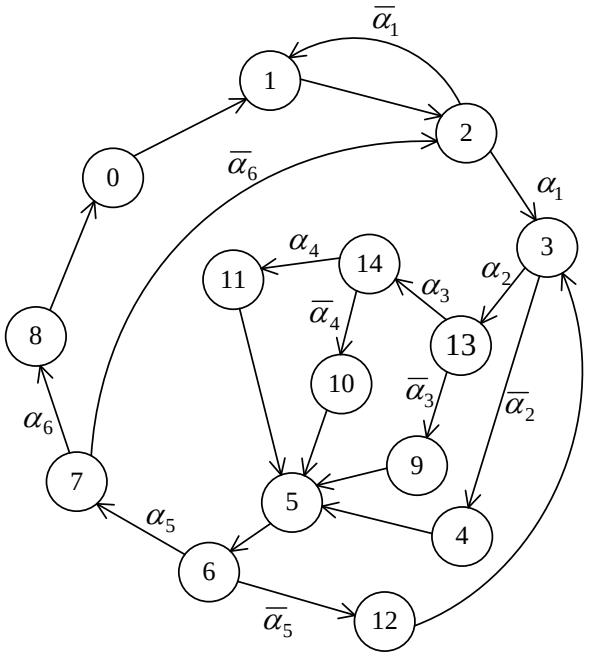


Рис. 6. Граф переходов автомата с выбором логического условия

Для примера в табл. 2 приведено правило формирования α и β. В такой конструкции МПА затраты оборудования на А-подсистему для ПЗУ определяется формулой $V = m2^{m+2}$. Следовательно, для реализации А-подсистемы можно выбрать не СБИС, а БИС, ПЗУ или ПЛМ наименьшей сложности.

Определим способ дополнительного снижения сложности МПА с новой структурной организацией:

– уберем β из списка входных переменных и внесем β в список {α} под номером α_0, а выбор нулевого индекса отнесем к функциям схемы F_3;

– произведем перенумерацию всех $\alpha_j \in \{\alpha\}$ таким образом, что каждому α припишем номер того состояния, при котором оно проверяется.

При этих преобразованиях нет необходимости в F_3, но каждое $\alpha_j \in \{\alpha\}$ нужно соединить с тем информационным входом мультиплексора, который соответствует номеру a(t), при котором производится проверка того или иного условия α и β. В этом случае структурная схема МПА по новой методике синтеза будет отличаться от структурной схемы канонического автомата только наличием выносного мультиплексора. Тогда объем ПЗУ для А-подсистемы оценивается по формуле $V_н = m2^{m+1}$, а уменьшение затрат оборудования определяется коэффициентом $L = V/V_н = 2^{q-1}$. Еще раз подчеркнем тот факт, что теперь существует специальное правило соединения всех $\alpha_j \in \{\alpha\}$, включая α_0 с соответствующими информационными входами мультиплексора.

Численные значения характеристик для всех типов автоматов приведены в табл. 1.

Заметим, что при числе переменных $m+1 \le 8$ на входе А-подсистемы применение методов минимизации булевых функций становится эффективным приемом и определяет целесообразность реализации А-подсистемы на ПЛМ.

Преимущество новой методики синтеза МПА проявляется не только в аппаратной реализации, но и в возможности существенного упрощения программной реализации новой структуры МПА на микроконтроллерах. Для тех СРВ, где нет высоких требований к частотному диапазону элементной базы, реализация алгоритма управления может осуществляться на типовом микроконтроллере. Существующие методики моделирования МПА на ЭВМ [4, 13, 16] чрезвычайно сложны, так как связаны с необходимостью проверки каждого терма каждой булевой функции из системы булевых функций, сравнения хранящихся кодов маски для каждого терма с предполагаемым значением терма со сравнением нескольких миллионов комбинаций. Даже при $m + q < 16$ используется 32-разрядные микроконтроллеры, а сама модель громоздка и сложна. Поэтому такие модели могут быть лишь инструментом анализа правильности функционирования абстрактной структуры МПА, но не способны заменить аппаратную реализацию МПА в СРВ. Не спасает и переход к сверхбыстродействующим 64- разрядным контроллерам.

Таблица 2

$a(t)$	i	β	$a(t+1)$		A(t)
			$\overline{\alpha}_i$	α_i	
0	0	1	1	1	A_0
1	0	1	2	2	A_1
2	1	0	1	3	A_2
3	2	0	4	13	A_3
4	0	1	5	5	A_4
5	0	1	6	6	A_8
6	5	0	12	7	A_9
7	6	0	2	8	A_{15}
8	0	1	0	0	A_{11}
9	0	1	5	5	A_5
10	0	1	5	5	A_6
11	0	1	5	5	A_7
12	0	1	3	3	A_{10}
13	3	0	9	14	A_{12}
14	4	0	10	11	A_{13}

Предлагаемая новая организация МПА позволяет создать модель на основе метода прямого считывания значений $y_1y_2\ldots y_m$ по конкатенации $\alpha_i\beta x_1x_2\ldots x_m$ [11]. Для иллюстрации новой методи-

ки моделирования МПА с выбором логического условия воспользуемся составленными ранее модифицированной ГСА управления операционным устройством (ОУ) (рис. 4) и графом переходов автомата (рис. 6) и используем их для составления табл. 2 переходов с одновременным отображением в ней как переходов, так и команд для ОУ.

Коды состояний переходов $a(t)$ и $a(t+1)$ в виде последовательности натуральных чисел берутся из рис. 4, изображенные в кружочках. В заголовках табл. 2 указаны все наименования переменных, используемые в системе уравнений (2). Основное требование к заполнению таблицы одно. Это обязательное последовательное упорядоченное заполнение столбца $a(t)$ числами от 0 до последнего состояния автомата, как на рис. 6, так как этот столбец будет использоваться для нумерации строк и дальнейшего заполнения следующих столбцов таблицы. Нумерация строк и столбцов начинается с 0.

Согласно рис. 6 и столбцу $a(t)$ заполняем данными столбцы i (номер у $\overline{\alpha_i}$ и α_i) и β. Для столбца $a(t+1)$ требуются пояснения. Он разделен на два столбца, в которые заносятся два разных варианта состояния, если $i \neq 0$ и одно и тоже состояние, если $\beta = 1$. В работе алгоритма выделенные ячейки таблицы 2 не используются, т.к. сочетание условий $\alpha_i = 1$ и $\beta = 1$ запрещено. Эти ячейки могут использоваться для проверки корректности данных при длительном хранении. Столбец A(t) заполняется с помощью рис. 4, на котором в прямоугольных блоках изображены исполнительные команды управления (ИСК) ОУ, а выше левых верхних углов блоков обозначены коды состояния $a(t)$, т.е. первый столбец табл. 2. Команда A_0 означает сброс и приведение в начальное положение ОУ, команды A_{12}, A_{13} и A_{15} ничего не выполняют (пустые операторы).

В табл. 2 допустимо повторение значений i при разных состояниях $a(t)$. Таблица удобна для изменений, добавлений и удалений данных, только нужно следить за последовательным упорядоченным состоянием столбца $a(t)$.

Блок-схема программной модели представлена рис. 7 и табл. 3 расшифровки команд.

Поскольку величина (m + 1) даже для сложных автоматов менее или равна 7 (число состояний a(t) – $N \leq 64$), то таблица соответствия $\alpha_i\beta x_1x_2\ldots x_m \xrightarrow{F1} y_1y_2\ldots y_m$ реализуется на ПЗУ (или ОЗУ для универсальных микроконтроллеров) с объемом менее 128 шестиразрядных чисел. В этом случае программная модель может непосредственно заменить аппаратную реализацию МПА. Более того, самые простые микроконтроллеры имеют разрядность 8, а для ВС, согласно табл. 1, максимальная разрядность m + 1 = 7. Следовательно, можно моделировать на 8-ми разрядных микроконтроллерах и автоматы с m = 7 ($N \leq 128$) и числом переменных q ~ 16–24 и более. Это приведет лишь к усложнению аппаратного или программно реализуемого мультиплексора, но совершенно не изменит структуры и разрядности программной модели МПА.

Новый метод синтеза автоматов управления и новая структурная организация автоматов МПА, обеспечивают снижение сложности основной комбинационной схемы в 2^{q-1} раз (q – количество входных переменных). Показана возможность быстродействующей программной реализации сложных автоматов на 8-разрядных микроконтроллерах с таблично-алгоритмическим способом организации процедуры моделирования.

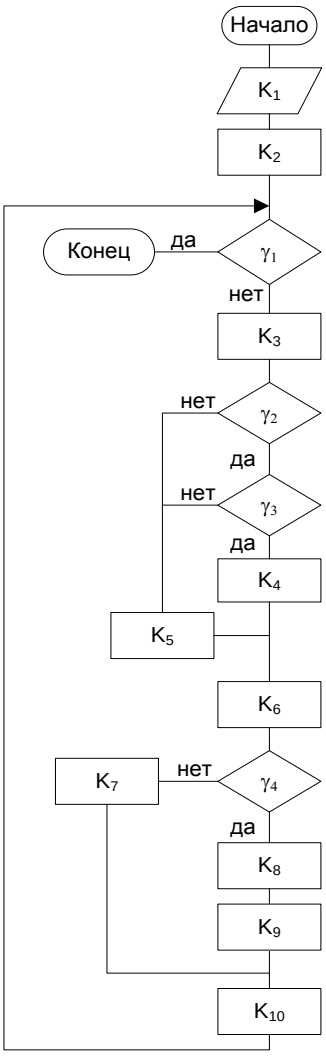


Рис. 7. Блок-схема программной модели

Таблица 3

Расшифровка команд

Команда	Расшифровка
K_1	Ввод данных из табл. 2 в область хранения данных программной модели.
K_2	Объявление и присвоение из строки с номером 0 начальных значений рабочим переменным. Инициализация и перевод в начальное положение ОУ. $a(t)$ присваивается значение $a(t+1)$, т.е текущей строкой становится строка с номером один.
γ_1	Проверка на равенство нулю значения состояния $a(t)$, т.е. на окончание работы программы.
K_3	Считывается из таблицы строка, которая соответствует ИСК ОУ и состоянию автомата в момент времени t, т.е. номеру строки, равному значению $a(t)$. Полученные команды A(t) отправляются на вход ОУ согласно рис. 2.
γ_2	Проверка на равенство нулю β, т.е. при $\beta = 1$ происходит линейное выполнение алгоритма и выполняется команда K_5
γ_3	При $\beta = 0$ происходит ветвление алгоритма и проверяется на равенство нулю α_i . Если $\alpha_i = 0$, то выполняется команда K_5, иначе команда K_4.
K_4	При $\beta = 0$ и $\alpha_i = 1$ в столбце $a(t+1)$ таблицы присваивается число находящееся в строке под номером, равным значению $a(t)$ в правой колонке таблицы, т.е. получаем новое текущее значение номера строки таблицы в момент времени t+1.
K_5	При $\beta = 1$ и(или) $\alpha_i = 0$ в столбце $a(t+1)$ таблицы присваивается число находящееся в строке под номером, равным значению $a(t)$ в левой колонке таблицы, т.е. получаем новое текущее значение номера строки таблицы в момент времени t+1.
K_6	На основании вычисленного состояния автомата в момент времени $t+1$ командами K_4 или K_5 в колонке i в строке с номером равному значению $a(t+1)$ находится номер у α_i, соответствующий состоянию $a(t+1)$ в таблице.
γ_4	Проверка на неравенство нулю вычисленного в K_6 значения i.
K_7	Если $i = 0$, то в момент времени $t+1$ $\beta = 1$ $\alpha_i = 0$, что соответствует линейному выполнению алгоритма для МПА в момент $t+1$.
K_8	Если $i > 0$, то с выхода ОУ считываются датчики значений $\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_i\ldots\alpha_q$ при $t+1$.
K_9	Запуск мультиплексора в момент времени t+1, на вход которому подаются набор значений $\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_i\ldots\alpha_q$ и номер i , на выходе получаем α_i равный 0 или 1, а β будет равна 0.
K_{10}	Присвоение переменным в момент времени t значений переменных в момент времени $t+1$ как на рис. 2. После выполнения данной команды следует переход на команду γ_1 и все повторяется, пока $a(t)$ не будет равен нулю.

Таким образом, новая методика синтеза автоматов управления дает возможность построения устройств управления на схемотехнике среднего уровня интеграции, несмотря на требования реализации весьма сложных алгоритмов управления. Эта методика открывает новый подход к решению вопроса анализа и синтеза автоматов для систем обработки информации реального времени.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ачасова С. М. Алгоритм синтеза автоматов на ПЛМ. – М. : Сов. радио, 1987. – 135 с.
2. Баранов С. И., Синев В. Н., Янцен Н. Я. Синтез автоматов на элементах с матричной структурой // Проектирование функционально-ориентированных вычислительных систем. – Л. : ЛГУ, 1990. – С. 90–108.
3. Бибило П. Н. Синтез логических схем на VHDL. – М. : Солон–Р., 2002. – 364 с.
4. Горбатов А. В., Смирнов М. И., Хлытчиев И. С. Логическое управление распределенными системами. – М. : Энергоатомиздат, 1991. – 288 с.
5. Мухопад Ю. Ф. Анализ и синтез устройств управления системами реального времени [аналит. обзор] // Информационные технологии и проблемы математического моделирования сложных систем. – Иркутск : ИрГУПС, 2009. – С. 32–53.
6. Мухопад Ю. Ф., Антошкин С. Б. Двухступенчатый АЦП с коррекцией погрешностей : пат. 44436 Российская Федерация, МПК[5] H 03 M 1/10, 1/26/ заявитель и патентообладатель Иркут. гос. ун-т путей сообщ. – № 2004125330 ; заявл. 17.08.04 ; опубл.10.03.05. – 3 с. : ил.
7. Мухопад Ю. Ф., Бадмаева Т. С. Синтез автоматов управления по декомпозированной схеме алгоритма // Информационные системы контроля и управления на транспорте. – Иркутск : ИрИИТ, 2002. – С. 14–25.
8. Мухопад Ю. Ф. Системная модель микропроцессорных устройств // Локальные вычислительные сети и распределенная обработка. – Новосибирск : НЭТИ, 1991. – С. 63–71.
9. Мухопад А. Ю., Мухопад Ю. Ф. Микропрограммный автомат : пат. 82888 Российская Федерация / заявитель и патентообладатель Иркут. гос. ун-т путей сообщ. – 2009, Бюл. № 13.
10. Мухопад Ю. Ф. Теория дискретных устройств. – Иркутск : ИрГУПС, 2009. – 162 с.
11. Мухопад А. Ю., Мухопад Ю. Ф., Полетаев А. Ф. Электронные ресурсы поддержки научно-исследовательских работ. Алгоритм моделирования автомата в системе управления операционным устройством // Хроники объединенного фонда электронных ресурсов. – Наука и образование. – 2010. – № 5. – URL : http://ofernio.ru/portal/newspaper/ofernio/2010/5.doc (дата обращения 30.07.2010).
12. Мухопад А. Ю. Структурный синтез автоматов управления системами обработки информации реального времени : автореф. дис. канд. техн. наук. – Братск : БГУ, 2010. – 19 с.
13. Поликарпова Н. В., Шалыто А. А. Автоматное программирование. – СПб. : Питер, 2009. – 176 с.
14. Рыцар Б. Е., Кметь А. Б. Новый метод кодирования подфункций в задачах синтеза цифровых уст-

ройств на ПЛМ // Кибернетика и системный анализ. – 2003. – № 2. – С. 63–89.
15. Уилмсхерст Т. Разработка встроенных систем с помощью микроконтроллеров PIC. – М. : МК-Пресс, 2008. – 543 с.
16. Шалыто А. А. Логическое управление. Методы аппаратной и программной реализации алгоритмов. – СПб. : Наука, 2000. – 284 с.

УДК 681.332

Елисеев Сергей Викторович,
д.т.н., профессор, директор НИИ Современных технологий, системного анализа и моделирования ИрГУПС, заслуженный деятель науки РФ, тел. (3952) 59-84-28
Ермошенко Юлия Владимировна,
к.т.н., докторант НИИ Современных технологий, системного анализа и моделирования ИрГУПС, тел. 8-924-604-29-28
Фомина Инна Владимировна,
аспирант НИИ Современных технологий, системного анализа и моделирования ИрГУПС, тел. 8-914-882-41-11

ВОЗМОЖНОСТИ СОЧЛЕНЕНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ В ЦЕПНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

S.V. Eliseev, Yu.V. Ermoshenko, I.V. Fomina

OPPORTUNITIES OF COUPLING OF RIGID BODIES IN CHAIN MECHANICAL SYSTEMS

Аннотация. *Рассматриваются изменения динамического состояния механических колебательных систем цепного типа. Предлагается методика построения математических моделей при наложении дополнительных связей в виде сочленений твердых тел, входящих в состав системы. Рассмотрены примеры построения виброзащитных систем с сочленениями.*

Ключевые слова: *сочленения твердых тел, математические модели виброзащитных систем, передаточные функции, структурные схемы.*

Abstract. *Changes of dynamical movement of chain mechanical systems are considered. Methodology of building mathematical models of systems with additional ties based on coupling of rigid bodies is suggested. Examples of mathematical models of vibroprotection systems are considered.*

Keywords: *coupling of rigid bodies, mathematical models of vibroprotection systems, transfer functions, structure schemes.*

В исследованиях динамических свойств виброзащитных систем, расчетная схема которых представляет собой цепную механическую систему, отмечались возможности изменения динамического состояния путем «включения» и «выключения» связей [1, 2]. Последнее инициировало ряд исследований по использованию методов теории систем с переменной структурой [3] и нашло отражение в работах [4, 5]. Вместе с тем многие вопросы физической реализации процессов управления структурой систем еще не получили должной детализации представлений, что требует предварительной оценки спектра возможных изменений.

I. Рассмотрим особенности влияния сочленений в механической системе, расчетная схема которой показана на рис. 1. Выражения для кинетической энергии и потенциальной имеют вид

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{y}_3^2, \qquad (1)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_3 - y_2)^2 + \\ + \frac{1}{2}k_4(y_3 - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_5(y_3 - y_1)^2 + \frac{1}{2}(y_2 - z_2)^2, \qquad (2)$$

где k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6 – соответствующие коэффициенты жесткости пружин, соединяющих массы $m_1 \div m_3$, каждая из которых может представлять собой объект защиты. В системе (рис. 1) рассматриваются кинематические возмущения z_1 и z_2. При заданной схеме расположения упругих элементов система не может быть отнесена к непланарным системам [6].

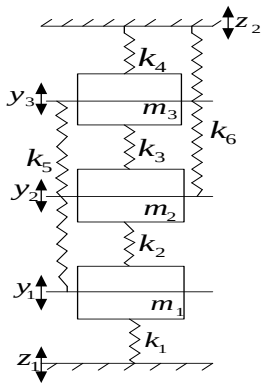


Рис. 1. Расчетная схема виброзащитной системы с тремя степенями свободы

Используя формализм Лагранжа, получим систему дифференциальных уравнений движения в системе координат y_1, y_2, y_3. В этом случае выражения (1) и (2) движения системы (рис. 1) примут вид

$$\left.\begin{aligned} &m_1\ddot{y}_1 + y_1(k_1+k_2+k_3) - k_2y_2 - k_3y_3 = k_1z_1,\\ &m_2\ddot{y}_2 + y_2(k_2+k_3+k_6) - k_2y_1 - k_3y_3 = k_6z_2,\\ &m_3\ddot{y}_3 + y_3(k_3+k_4+k_5) - k_3y_2 - k_3y_1 = k_4z_2. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

В табл. 1 представлены коэффициенты уравнения (3), приведенные к унифицированному виду [6].

Обозначим правые части уравнений (3) соответственно

$$b_1 = k_1z_1,\ b_2 = k_6z_2,\ b_3 = k_4z_2. \quad (4)$$

Полагая, что свойства сочленения масс m_1 и m_2 будут связаны с другой системой координат, введем

$$y_0 = y_2 - y_1, \quad (5)$$

перейдем к системе y_0, y_1, y_3. В этом случае выражения (1) и (2) преобразуются к виду

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2(\dot{y}_0+\dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2}m_3\dot{y}_3^2, \quad (6)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1-z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_0+y_1-y_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_3-y_0-y_1)^2 + \frac{1}{2}k_4(y_3-z_2)^2 + \frac{1}{2}k_5(y_3-y_1)^2 + \frac{1}{2}k_6(y_0+y_1-z_2)^2\ . \quad (7)$$

Используя выражения (4) и (5), можно аналогичным образом записать соответствующую систему уравнений движения в координатах y_0, y_1, y_3.

$$\begin{aligned} &(m_1+m_2)\ddot{y}_1 + y_1(k_1+k_3+k_5+k_6) + m_2\ddot{y}_0 + (k_3+k_6)y_0 + \\ &+ y_3(-k_3-k_5) = k_1z_1 + k_6z_2;\\ &m_2\ddot{y}_2 + y_1(k_3+k_6) + m_2y_0 + y_0(k_2+k_3+k_6) + \\ &+ y_3(-k_3) = k_6z_2;\\ &m_3\ddot{y}_3 + y_3(k_3+k_4+k_5) + y_1(-k_3-k_5) + y_0(-k_3) = k_4z_2. \end{aligned} \quad (8)$$

В табл. 2 приведены коэффициенты уравнения (8) в унифицированной форме.

Для соответствующей системы координат y_0, y_1, y_3 обобщенные силы имеют вид

$$b_1 = k_1z_1 + k_6z_2,\ b_2 = k_6z_2,\ b_3 = k_4z_2. \quad (9)$$

При переходе от одной системы координат к другой обобщенные силы обычно определяются

Таблица 1

Значения коэффициентов уравнений для системы координат y_1, y_2, y_3

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$m_1p^2 + k_1 + k_2 + k_3$	$-k_2$	$-k_3$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2$	$m_2p^2 + k_2 + k_3 + k_6$	$-k_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_3$	$-k_3$	$m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_5$

Таблица 2

Значения коэффициентов уравнения (8) в системе координат y_0, y_1, y_3

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(m_1+m_2)p^2 + k_1 + k_3 + k_5 + k_6$	$m_2p^2 + k_3 + k_6$	$-k_3 - k_5$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$m_2p^2 + k_3 + k_6$	$m_2p^2 + k_2 + k_3 + k_6$	$-k_3$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_3 - k_5$	$-k_3$	$m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_5$

через соответствующее равенство работ на виртуальных перемещениях в двух сопоставимых системах координат [7]. В данном случае, когда возмущение носит кинематический характер, обобщенные силы параллельно получаются в процессе вывода уравнений. Их проверка по правилу, упомянутому выше, дает такие же результаты.

II. Рассмотрим систему координат вида y_1, y_2, y_{00}: при этом

$$y_{00} = y_3 - y_2. \qquad (10)$$

Запишем выражения для кинетической и потенциальной энергий системы, преобразуя соответствующим образом (1) и (2):

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\ddot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3(\dot{y}_{00} + \dot{y}_2)^2, \qquad (11)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_{00})^2 + \frac{1}{2}k_4(y_{00} + y_2 - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_5(y_{00} + y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_6(y_2 - z_2)^2, \qquad (12)$$

откуда могут быть получены уравнения движения системы (рис. 1) в системе координат y_1, y_2, y_{00}. Соответствующие значения коэффициентов унифицированной системы уравнений приведены в табл. 3.

Обобщенные силы системы с координатами y_1, y_2, y_{00} имеют вид

$$b_1 = k_1 z_1, b_2 = k_6 z_2 + k_4 z_2, b_3 = k_4 z_2. \qquad (13)$$

III. Для рассмотрения случая сочленения трех тел введем в рассмотрение систему обобщенных координат y_1, y_2, y_{000}, где

$$y_{000} = y_3 - y_1. \qquad (14)$$

В этом случае выражения для кинетической и потенциальной энергий (1) и (2) преобразуются к виду

$$T = \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\ddot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3(\dot{y}_1 + \dot{y}_{000})^2, \qquad (15)$$

$$\Pi = \frac{1}{2}k_1(y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2}k_2(y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2}k_3(y_1 + y_{000} - y_2)^2 + \frac{1}{2}k_4(y_1 + y_{000} - z_2)^2 + \frac{1}{2}k_5(y_{000})^2 + \frac{1}{2}k_6(y_2 - z_2)^2. \qquad (16)$$

Представим в табл. 4 значения коэффициентов унифицированной системы уравнений, которые могут быть получены способом, аналогичным вышеприведенным.

Обобщенные силы для системы с координатами y_1, y_2, y_{000} имеют вид

$$b_1 = k_1 z_1 + k_4 z_2, b_2 = k_6 z_2, b_3 = k_4 z_2. \qquad (17)$$

Таблица 3

Значения коэффициентов системы уравнений в системе координат y_1, y_2, y_{00}

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$m_1p^2 + k_1 + k_2 + k_5$	$-k_2 + k_5$	$-k_5$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2 + k_5$	$(m_2 + m_3)p^2 + k_2 + k_4 + k_5 + k_6$	$k_4 + k_5 + m_3p^2$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$-k_5$	$m_3p^2 + k_4 + k_5$	$m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_5$

Таблица 4

Значения коэффициентов уравнения движения в координатах y_1, y_2, y_{000}

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(m_1 + m_3)p^2 + k_1 + k_2 + k_3 + k_4$	$-k_2 - k_3$	$m_3p^2 + k_3 + k_4$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$-k_2 - k_3$	$m_2p^2 + k_2 + k_3 + k_6$	k_3
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$m_3p^2 + k_3 + k_4$	$-k_3$	$m_3p^2 + k_3 + k_4 + k_5$

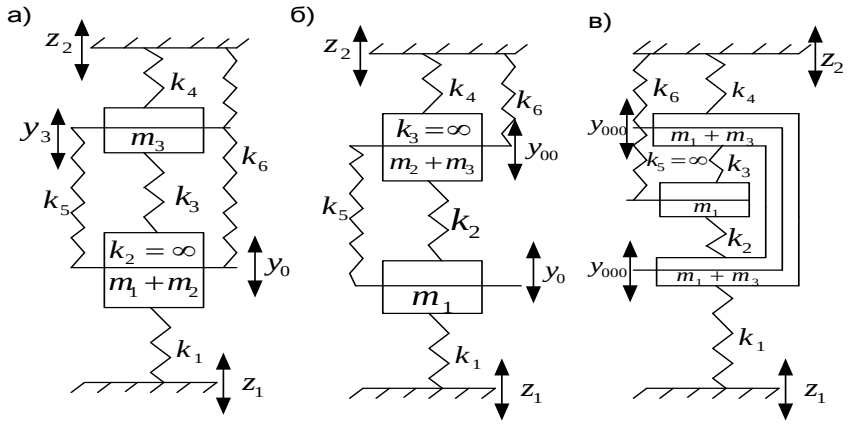


Рис. 2. Расчетные схемы для ВЗС с сочленениями:
а) $y_2 - y_1 = 0$ $(y_0 = 0)$;
б) $y_2 - y_3 = 0$ $(y_{00} = 0)$;
в) $y_1 - y_3 = 0$ $(y_{000} = 0)$

Введение относительных координат y_1, y_2, y_{000} позволяет получить соответствующие частные виды расчетных схем по отношению к исходной системе, приведенной на рис. 1.

На рис. 2 (а, б, в) приведены соответствующие расчетные схемы. При этом при «обнулении» y_0, y_{00}, y_{000} соответствующим образом «обнуляются» соответствующие столбцы и строки матрицы коэффициентов, что упрощает построение.

Структурные схемы эквивалентных в динамическом отношении САУ приведены на рис. 3 (а, б, в). Исходные данные для построения соответствующих структурных схем могут быть взяты из табл. 2–4.

Сочленение изменяет структуру системы; при этом каждое сочленение устраняет одну степень свободы. Остающиеся динамические связи определяются матрицей коэффициентов после исключения соответствующих строки и столбца.

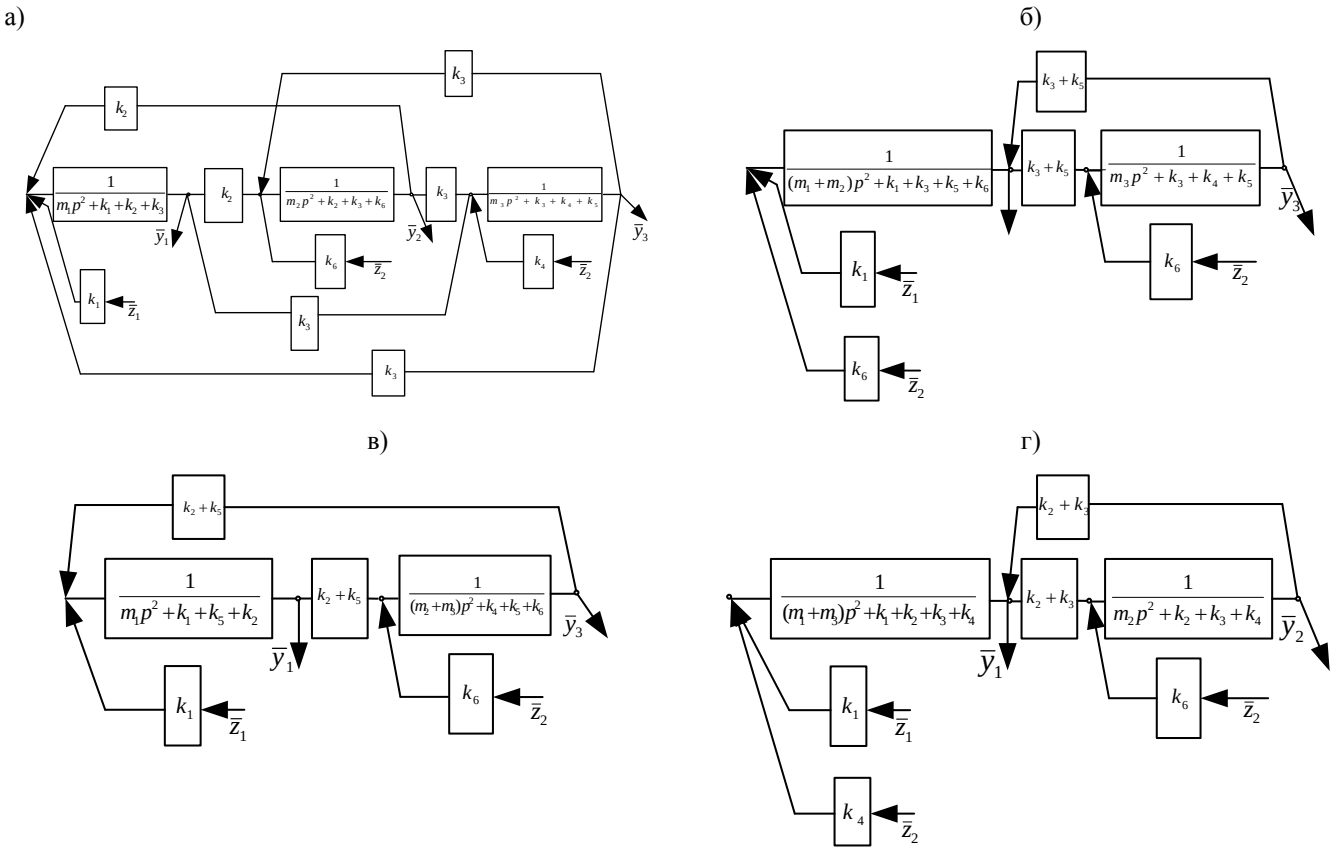


Рис. 3. Структурные схемы ВЗС для различных случаев сочленения в системах координат:
а) y_1, y_2, y_3 **(сочленений нет); б)** y_0, y_1, y_3 $(y_0 = y_2 - y_1 = 0)$; **в)** y_1, y_2, y_{00} $(y_{00} = y_2 - y_3 = 0)$;
г) y_1, y_2, y_{000} $(y_{000} = y_1 - y_3 = 0)$

Рассматривая «обнуление» движения ($y_i = 0 (i = 1,3)$) как сочленение, можно упростить расчетные схемы, представленные на рис. 3 (а, б, в, г), до системы с одной степенью свободы.

Если развивать способ упрощения (или синтеза) систем, представляет интерес рассмотрение движения в системе координат y_1, y_0, y_{00} ($y_0 = y_2 - y_1, y_{00} = y_2 - y_3$). В этом случае выражения для кинетической и потенциальной энергий (1) и (2) преобразуется к виду

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{y}_0 + \dot{y}_1)^2 + \frac{1}{2} m_3 (\dot{y}_{00} + \dot{y}_0 + \dot{y}_1)^2, \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \Pi = {} & \frac{1}{2} k_1 (y_1 - z_1)^2 + \frac{1}{2} k_2 (y_2 - y_1)^2 + \\ & + \frac{1}{2} k_3 (y_3 - y_2)^2 + \frac{1}{2} k_4 (y_3 - z_2)^2 + \\ & \frac{1}{2} k_5 (y_3 - y_1)^2 + \frac{1}{2} (y_2 - z_2)^2. \end{aligned} \quad (19)$$

Делая ряд преобразований, аналогичных вышеприведенным, получим систему дифференциальных уравнений движения

$$\left.\begin{aligned} & (m_1 + m_2 + m_3)\ddot{y}_1 + y_1 (k_1 + k_4 + k_6) + \\ & + (m_2 + m_3)\ddot{y}_0 + (-k_4) y_0 + \ddot{y}_{00} m_3 + \\ & + y_{00}(k_6 + k_4) = k_1 z_1 + k_4 z_2 + k_6 z_2; \\ & (m_2 + m_3)\ddot{y}_0 + y_0 (k_2 + k_5) + m_3 \ddot{y}_{00} + \\ & + y_{00}(k_4 + k_5) + \\ & + \ddot{y}_1 (m_2 + m_3) + y_1 (-k_4) = k_4 z_2; \\ & m_3 \ddot{y}_{00} + y_{00} (k_3 + k_4 + k_5 + k_6) + \\ & + \ddot{y}_0 (m_3) + y_0 (k_4 + k_5) + \\ & + m_3 \ddot{y}_1 + (k_4 + k_6) y_1 = k_4 z_2 + k_6 z_2. \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

Значения коэффициентов уравнения (20), приведенного к унифицированной форме, представлены в табл. 5.

Обобщенные силы системы с координатами y_1, y_0, y_{00} имеют вид

$$b_1 = k_1 z_1 + k_4 z_2 + k_6 z_2, b_2 = k_4 z_2, b_3 = k_4 z_2 + k_6 z_2. \quad (21)$$

Если полагать, что $y_0 = 0$ и $y_{00} = 0$, то есть $y_1 = y_2 = y_3$, то система примет вид, как показано на рис. 4 (а, б).

Таблица 5

Значения коэффициентов уравнения движения в координатах y_1, y_0, y_{00}

a_{11}	a_{12}	a_{13}
$(m_1 + m_2 + m_3)p^2 + k_1 + k_4 + k_6$	$-(m_2 + m_3)p^2 - k_4$	$m_3 p^2 + k_6 + k_4$
a_{21}	a_{22}	a_{23}
$(m_2 + m_3)p^2 - k_4 + k_6$	$(m_2 + m_3)p^2 + k_2 + k_5$	$m_3 p^2 + k_4 + k_5 + k_6$
a_{31}	a_{32}	a_{33}
$m_3 p^2 - k_4 + k_6$	$m_3 p^2 + k_4 + k_5 + k_6$	$m_3 p^2 + k_3 + k_4 + k_5 + k_6$

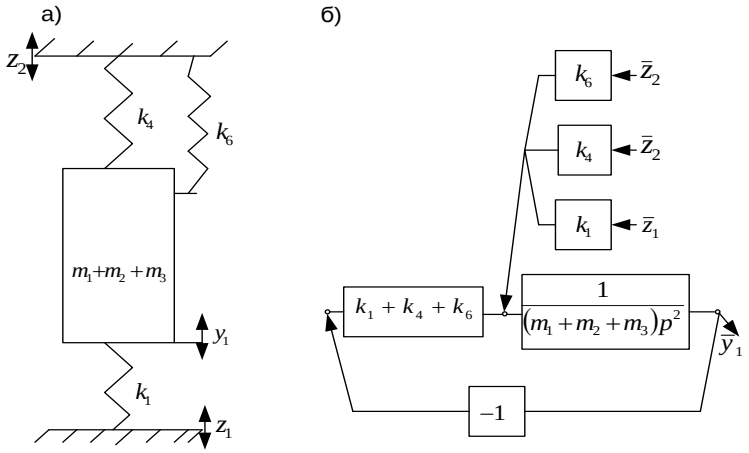


Рис. 4. Расчетная схема исходной системы (рис. 1) для случая сочленения трех тел (а), структурная схема , соответствующая схеме с тремя сочленениями (б)

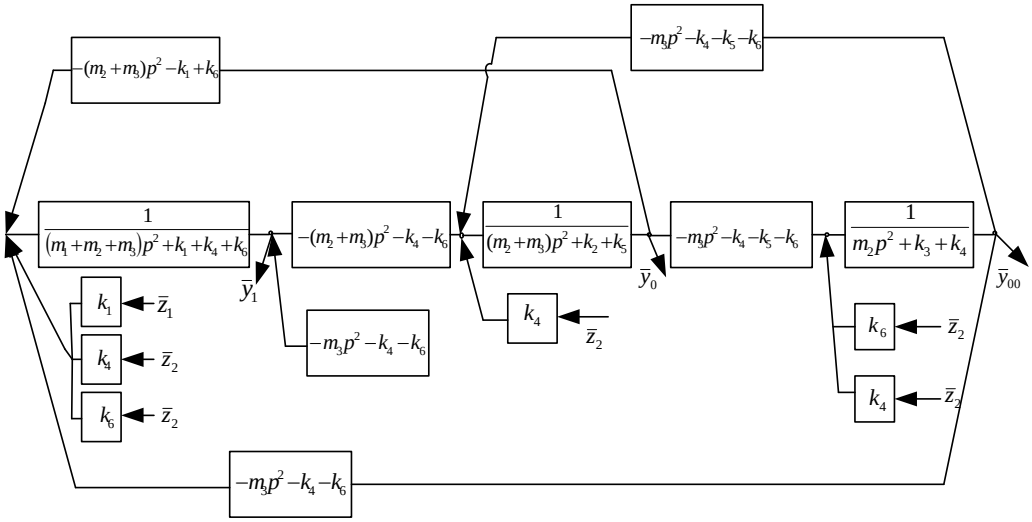


Рис. 5. Структурная схема эквивалентной САУ в системе координат y_1, y_0, y_{00}

Для оценки возможностей использования сочленений, как способа изменения структуры и ее последующего упрощения, рассмотрим структурную схему эквивалентной в динамическом отношении САУ (рис. 5) в системе координат y_1, y_0, y_{00}, что соответствует математической модели в виде системы уравнений (20).

Для сравнения на рис. 6 (а, б, в) приведены структурные схемы эквивалентных САУ для виброзащитных систем в координатах y_1, y_0, y_3 (рис. 6а), координатах y_1, y_2, y_{00} (рис.6б), координатах y_1, y_2, y_{000} (рис. 6в).

Таким образом, сочленения в механических колебательных системах могут выступать как корректоры структуры и динамических связей в исходной системе. В этом плане заслуживают внимания два подхода. Первый заключается в том, что бы «обнулить» разность координат, видя в этом перспективы упрощения схем. Вторая особенность связана с тем, что сочленения можно рассматривать как упругую связь, жесткость которой стремится к бесконечности. Отметим, что сочленения можно рассматривать как «потерянную» степень или несколько степеней свободы, что зависит от конфигурации механической системы и выбора системы координат. Приведенное выше представляет собой посуществу доказательство возможности формирования сочленения путем соответствующего выбора системы координат. Последующие процедуры проводятся в формализованном порядке и обеспечивают получение со-

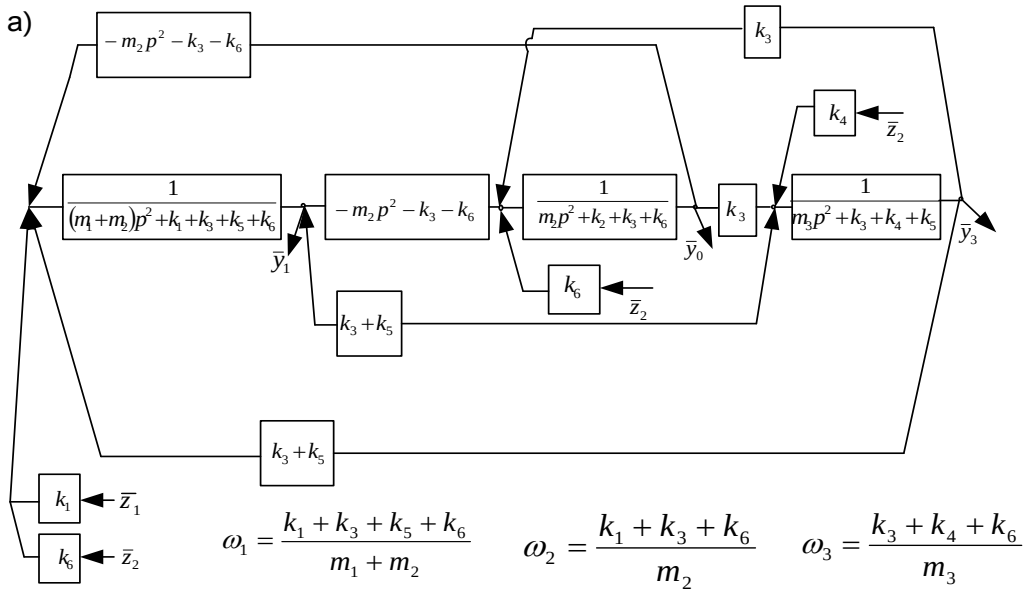


Рис. 6а. Структурная схема для ВЗС (рис. 1) в системе координат: $y_1, y_0, y_3 (y_0 \neq 0)$

б)

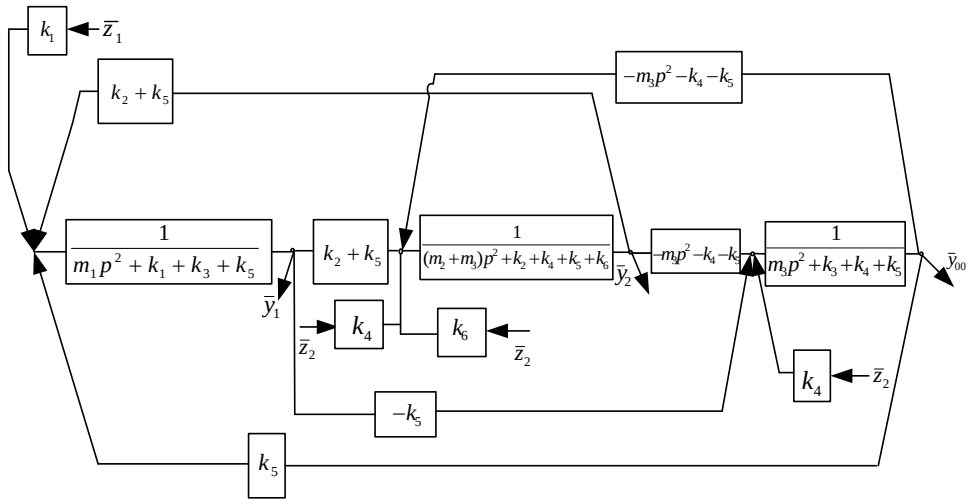


Рис. 6б. Структурная схема для ВЗС (рис. 1) в системе координат: y_1, y_2, y_{00} ($y_{00} \neq 0$)

в)

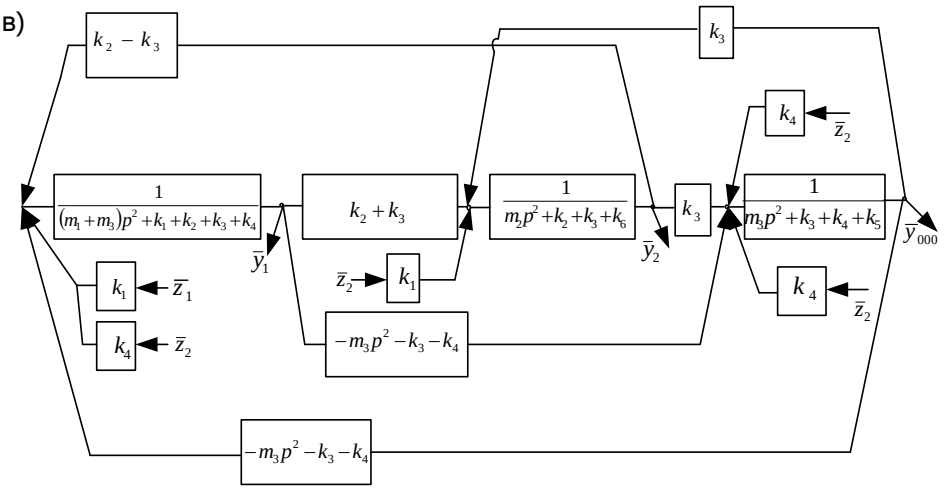


Рис. 6в. Структурная схема для ВЗС (рис. 1) в системе координат: y_1, y_2, y_{000} ($y_{000} \neq 0$)

ответствующей модели. Доказательная основа подхода связана с переходом системы с большим числом степеней свободы к системе с меньшим числом степеней, что не затрагивает условия разрешимости уравнений. Получение математических моделей систем с сочленениями возможно, и физически это объяснимо, если параметры элементов, соединяющих определенные точки системы (упругие элементы и любые другие из расширенного набора типовых звеньев ВЗС), будут принимать предельные значения (или очень большие по сравнению с другими).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Елисеев С.В. Структурная теория виброзащитных систем. – Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1978. – 224 с.
2. Лукьянов А.В. Методы и средства управления по состоянию технических систем переменной структуры : дис. докт. техн. наук. – Иркутск : ИрГУПС, 2002. – 391 с.
3. Емельянов С.В. Теория систем с переменной структурой. – М. : Наука, 1970. – 592 с.
4. Хоменко А.П. Динамика и управление в задачах виброзащиты и виброизоляции подвижных объектов. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 2000. – 293 с.
5. Лыткина Е.М., Лукьянов А.В. Управление колебаниями в механической системе при релейном подключении дополнительной массы // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2005. – № 4 (8). – С. 32–38.
6. Дружинский И.А. Механические цепи. – Л. : Машиностроение, 1977. – 238 с.
7. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики. – М. : Наука, 1968. – Т. 2 : Динамика. – 690 с.

УДК 63-83-52:519.768.2

Дунаев Михаил Павлович,
д.т.н., профессор каф. «Электропривод и электротранспорт» ИрГТУ,
тел. (3952) 40-51-28, e-mail: jane@buk.irk.ru
Головин Сергей Валерьевич,
аспирант каф. «Электропривод и электротранспорт» ИрГТУ, тел. (3952) 40-51-28

ПРОЦЕСС СОЗДАНИЯ ЭКСПЕРТНОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ НАЛАДКИ СИНХРОННЫХ МАШИН

M.P. Dunaev, S.V. Golovin

CONSULT EXPERT SYSTEM FOR AC MACHINES ADJUSTING

Аннотация. *Обсуждено создание консультирующей экспертной системы для наладки синхронных машин переменного тока.*

Ключевые слова: *экспертные системы, синхронные машины переменного тока.*

Abstract. *Creation of advising expert system for adjustment of synchronous AC machines is discussed.*

Keywords: *expert system, AC machines.*

Введение. Синхронные машины (СМ) нашли широкое применение в электроприводах разнообразных машин и механизмов, что объясняется их высокими технико-экономическими показателями:

- высоким коэффициентом мощности;
- высоким коэффициентом полезного действия;
- жесткой механической характеристикой;
- выгодными конструктивными особенностями.

В процессе эксплуатации любое электрооборудование физически и морально изнашивается. На степень износа оказывает влияние ряд факторов, обусловленных воздействием окружающей среды, профессиональными навыками персонала, условиями технологического процесса, проведением ремонтов данного электрооборудования.

В процессе эксплуатации синхронные машины подвергаются значительным нагрузкам, например, в горной промышленности данные двигатели используются в качестве «гонных» в системах электропривода экскаватора ЭШ-20/90; кроме того, они являются источником компенсации реактивной мощности сети, то есть выполняют функцию регулятора сети. Следовательно, при эксплуатации данного оборудования необходимо уделять особое внимание поддержанию его в исправном состоянии посредством проведения ремонтов и периодического технического обслуживания, которое включает процесс технического диагностирования.

Техническое диагностирование оборудования представляет собой процесс определения его технического состояния, включающего в себя совокупность свойств объекта, подверженных изменению при производстве или эксплуатации и характеризуемых признаками (параметрами), установленными технической документацией на оборудование [1].

Основное назначение технической диагностики состоит в повышении надежности объектов на этапе их эксплуатации, а также в предотвращении производственного брака на этапе изготовления объектов и их составных частей [2].

Повышение надежности обеспечивается улучшением таких показателей, как коэффициент готовности, коэффициент технического использования, время восстановления работоспособного состояния, а также ресурс или срок службы и наработка до отказа или наработка на отказ для резервированных объектов с восстановлением. Кроме того, диагностическое обеспечение позволяет получать высокие значения достоверности правильного функционирования объектов.

Алгоритм диагностирования. Однако процесс технического диагностирования является трудоемким и зачастую длительным по времени обнаружения, поиска и устранения неисправности. Эти факторы являются предпосылками для разработки оптимизированных алгоритмов диагностирования.

Для построения оптимального алгоритма диагностирования синхронных двигателей (СД) рассмотрим функциональную модель.

Функциональная схема (модель) синхронной машины показана на рис. 1, где обозначено: ИЭЭ – источник электроэнергии; АС – автомат питания обмотки статора; АР – автомат питания обмотки ротора; ОР – обмотка ротора; ОС – обмотка статора; ОДП – обмотка дополнительных полюсов; ЩА – щеточный аппарат; КК – контактные кольца; С – сердечник (механическая часть ротора); В – вал (механическая часть ротора); М – магнитопровод (механическая часть статора); Н – нагрузка электрической машины; Uc – напряжение питания обмотки статора; Uв – напряжение питания обмотки ротора; Wp – частота вращения ротора; Ic – ток статора.

На рис. 2 показана функциональная схема синхронного двигателя (СД), построенная в соответствии с функциональной моделью рис. 1. На рис. 3 изображена логическая модель СД, построенная в соответствии с функциональной схемой рис. 2.

Модель СД можно представить в виде системы логических уравнений (1):

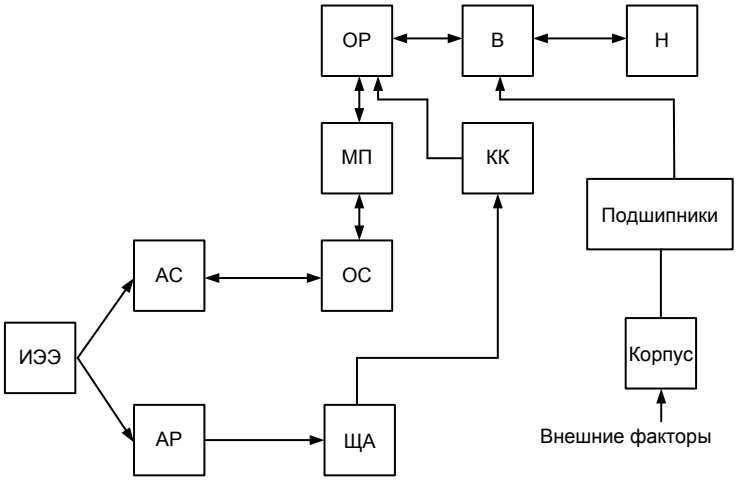


Рис. 1. Функциональная модель синхронной машины

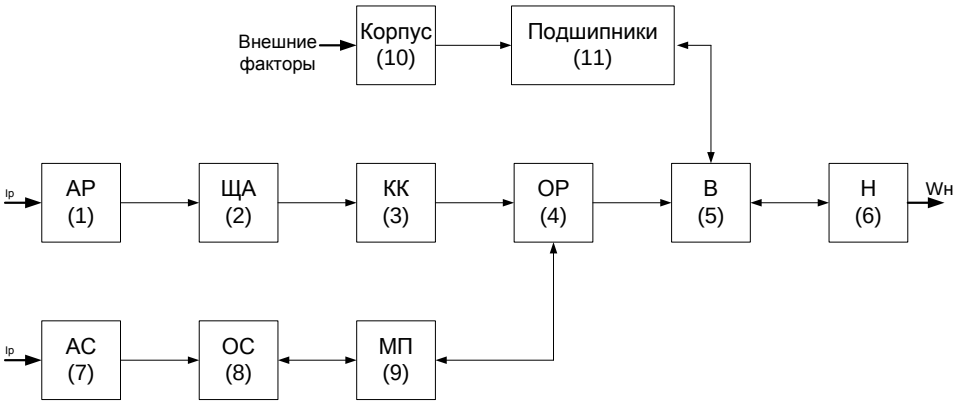


Рис. 2. Функциональная схема синхронного двигателя

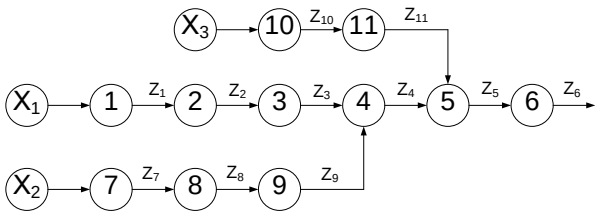


Рис. 3. Логическая схема синхронного двигателя

$$\begin{cases} Z_1 = e_1 \wedge X_1; \\ Z_2 = e_2 \wedge Z_1; \\ Z_3 = e_3 \wedge Z_2; \\ Z_4 = e_4 \wedge Z_3 \wedge Z_9; \\ Z_5 = e_5 \wedge Z_4 \wedge Z_{11}; \\ Z_6 = e_6 \wedge Z_5; \\ Z_7 = e_7 \wedge X_2; \\ Z_8 = e_8 \wedge Z_7; \\ Z_9 = e_9 \wedge Z_8; \\ Z_{10} = e_{10} \wedge X_3; \\ Z_{11} = e_{11} \wedge Z_{10}. \end{cases} \quad (1)$$

Анализ основных методов диагностирования показал, что оптимизированным методом диагностирования является метод поиска с учетом относительной вероятности (V-алгоритм) [3].

Данный метод представлен графом алгоритма диагностирования СД (V-алгоритм), изображенном на рис. 4.

Средние затраты на определение одного состояния СД по данному методу составляют $C(Z_o, E_T) =$ 0,2783.

Разработка базы знаний. Выбор оптимизированного метода диагностирования является первым этапом создания экспертной системы (ЭС) для наладки синхронных машин.

На втором этапе создания БЗ для наладки СД происходит структурирование БЗ ЭС с учетом выбранного диагностического метода.

Структура БЗ ЭС для наладки синхронных двигателей показана на рис. 5.

В завершение процесса создания базы знаний для наладки СМ знания о функциональной модели формулируются в виде правил и дополняются практическими знаниями специалистов по наладке (экспертов), которые также записываются в виде определенных правил. На данном этапе происходит окончательное структурирование базы знаний экспертной системы.

Вывод. Процесс наладки является трудоемким и включает в себя проверку электродвигателя и устройств управления, настройку системы возбуждения синхронного двигателя и снятие характеристик электропривода. Вследствие этого создание экспертной системы для наладки синхронных машин позволит сократить время обучения персонала и ускорить процесс диагностирования электрооборудования.

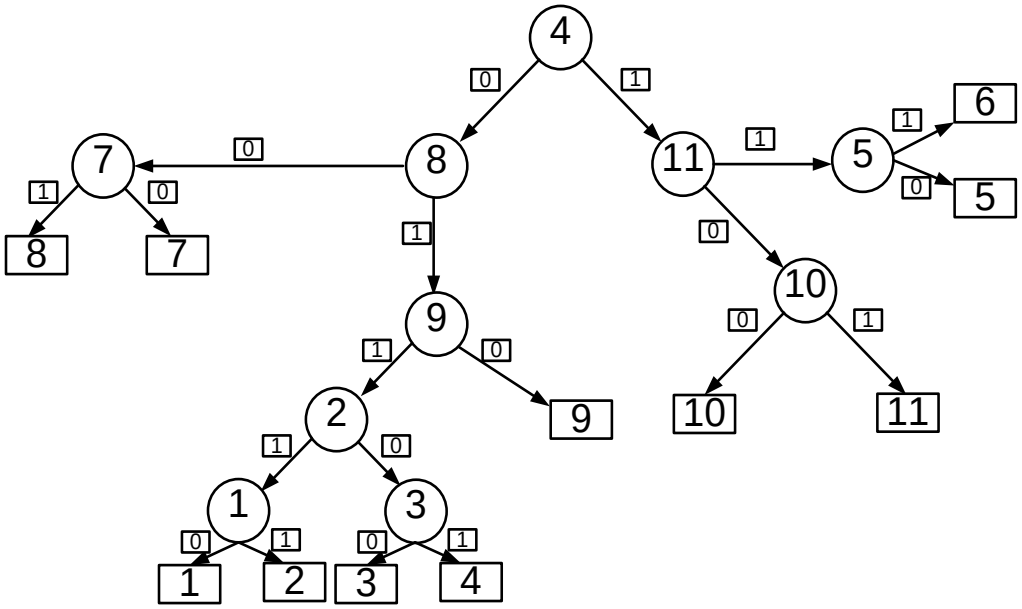


Рис. 4. Граф V-алгоритма диагностирования СД

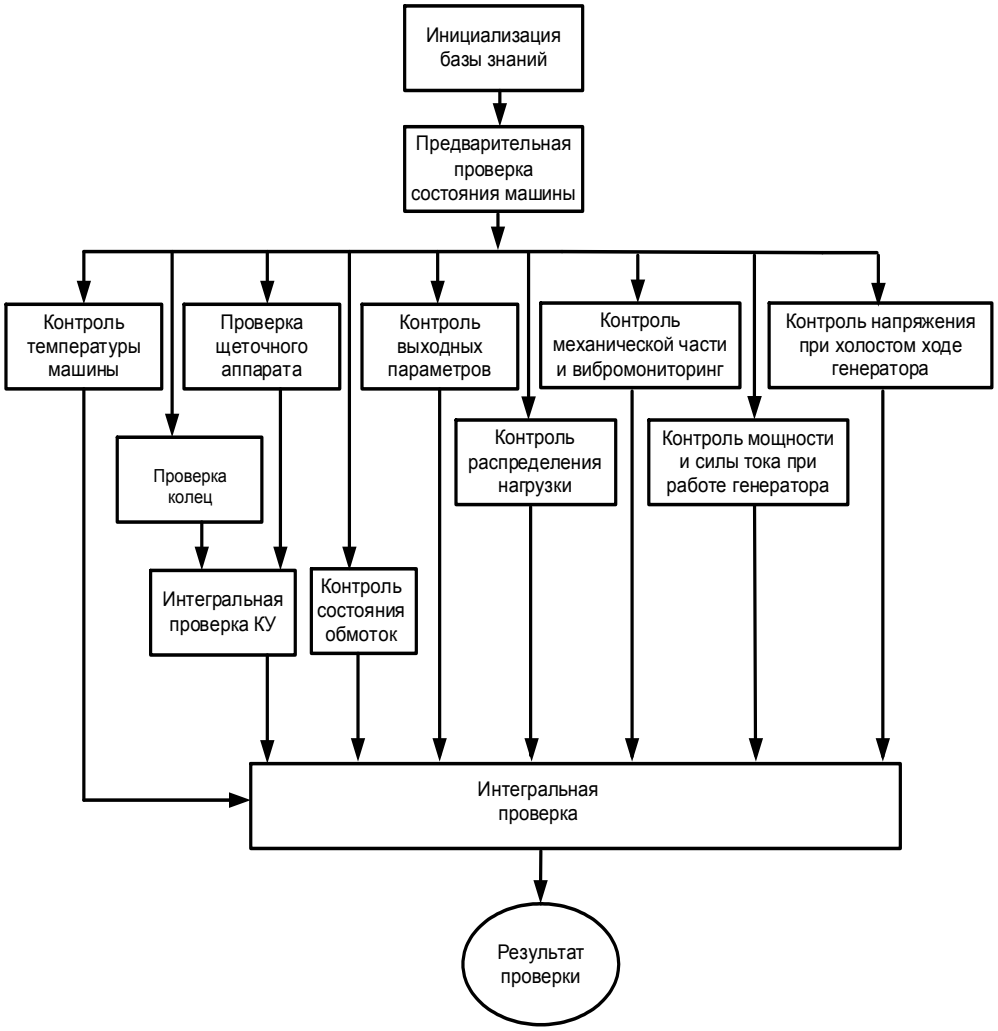


Рис. 5. Структура БЗ ЭС для наладки синхронных машин

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. ГОСТ 20911-89. Техническая диагностика: основные термины и определения. – М. : Изд-во стандартов, 1989.
2. Григорьев А. В., Осотов В. Н. Диагностика в технике. Понятия, цели, задачи // Электротехника. – 2003. – № 4. – С. 46–51.
3. Дунаев М. П. Экспертные системы для наладки электроприводов : моногр. – Иркутск : ИрГТУ, 2004. – 138 с.

УДК 004.272.2

Данеев Алексей Васильевич,
д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Информатика», ИрГУПС, тел. (3952) 410-112, e-mail: daneev@mail.ru
Басыров Александр Геннадьевич,
канд. техн. наук, доцент, преподаватель кафедры электронной вычислительной техники. Военно-космическая академия имени А.Ф. Можайского (г. Санкт-Петербург), e-mail: alexanderbas@mail.ru
Мастин Александр Борисович,
канд. техн. наук, зам. начальника отдела, НИЦ БТС 12 ЦНИИ МО РФ. (г. Санкт-Петербург)

ДИСПЕТЧЕР ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

A.V. Daneev, A.G. Basyrov, A.B. Mastin

MANAGER OF ENERGY-SAVING PARALLEL COMPUTING

Аннотация. *Рассматривается подход к построению диспетчера стохастических параллельных вычислительных процессов, направленный на снижение энергопотребления высокопроизводительной вычислительной системы. Приведены оценки энергосбережения в вычислительных системах при использовании предлагаемого диспетчера.*

Ключевые слова: *диспетчер, вычислительная система, параллельный вычислительный процесс, энергоэффективность.*

Abstract. *The approach to construction of the manager of the stochastic parallel computing processe, directed on decrease in power consumption of the high-efficiency computing system is considered.. Evaluation of energy saving in computing systems using the proposed approach to the construction manager is given.*

Keywords: *manager, computer system, parallel computing, energy efficiency.*

На рынке бортовых (встроенных) вычислительных систем (БВС), на которых строятся мобильные компьютеры, коммуникаторы, автономные системы управления различными технологическими объектами и т. д., отчетливо просматривается тенденция к реализации многопроцессорных решений для обработки постоянно усложняющихся целевых задач. Одной из основных проблем, ограничивающих возможности широкого применения технологий параллельных вычислений в таких системах, является ограничение энергоресурса бортовых источников питания. «Многоядерная революция» в создании современных микропроцессоров позволяет повышать их производительность при одновременной оптимизации энергопотребления. Потребности современных задач в вычислительных ресурсах свидетельствуют о том, что технологического решения проблемы энергоэффективности явно не достаточно и необходимы новые подходы к организации энергосберегающих вычислений.

Анализ ситуации, сложившейся к настоящему времени в области энергосберегающих технологий, применяемых для построения и управления вычислительными системами, показал, что:

- проблема энергосберегающего функционирования вычислительных систем является актуальной по причине как экономического, так и технического характера;
- повышение требований к производительности и надежности вычислительных систем, функционирующих в условиях ограниченного энергоресурса, в ближайшем будущем потребует принципиально новых подходов к всесторонней организации энергосберегающих вычислительных процессов.

Организация энергосберегающих вычислительных процессов основывается на методологии, реализуемой через соответствующее математическое, алгоритмическое и программное обеспече-

ние вычислительных систем. Одним из основных элементов системы энергосберегающих вычислений является диспетчер вычислительного процесса, входящий, как правило, в состав программного обеспечения вычислительной системы.

Диспетчер вычислительного процесса представляет собой программу, на которую возложены функции реализации вычислений на основе плана (расписания) вычислительного процесса. При *централизованном* диспетчировании эта программа выполняется на управляющем вычислительном модуле (ВМ), специально выделенном для решения задач управления вычислениями. При *децентрализованном* диспетчировании копия программы-диспетчера выполняется на каждом ВМ при наступлении определенных событий, например при завершении решения очередного задания.

Особенностью диспетчера *энергосберегающего* вычислительного процесса является решение дополнительных задач по управлению энергопотреблением вычислительной системы с целью повышения ее энергоэффективности. Для достижения этой цели в ВМ должна быть предусмотрена возможность перехода из активного режима, в котором ВМ потребляет номинальную мощность при выполнении вычислений, в пассивный, в котором ВМ не производит вычислений и потребляет минимальную мощность.

Особенностью диспетчера *стохастического* вычислительного процесса является отсутствие априорно известных моментов времени начала выполнения заданий. Известен лишь порядок следования заданий на каждом ВМ. В связи с этим при возникновении события, связанного с завершением задания, встает необходимость анализа готовности очередного задания к выполнению.

Актуальность диспетчирования параллельных вычислительных процессов с целью снижения энергоемкости функционирования вычислительной системы вызвана тем, что при наличии отношений частичного порядка между заданиями целевой задачи возникают вынужденные простои в работе ВМ, вызванные проблемой синхронизации заданий. Как будет показано ниже, при увеличении связности графа целевой задачи, т. е. количества связей между заданиями, время вынужденного простоя ВМ весьма значительно.

Большинство современных микропроцессоров обеспечивают возможность их перевода в режим пониженного энергопотребления (режим «сна», дежурный режим). Это позволяет реализовать в вычислительной системе задачи диспетчера энергосберегающего вычислительного процесса.

Пусть заданы

1) матрица $\|A\|_{N,N}$ смежности заданий [1], определяющая отношения частичного порядка между заданиями, причем

$$A_{kl}=\begin{cases}0, \text{ если между заданиями } k \text{ и } l \text{ нет связи},\\ 1, \text{ если задание } l \text{ может выполняться}\\ \quad \text{только после выполнения задания } k;\end{cases}$$

2) индикаторная переменная (флаг) α_i, $i=\overline{1,N}$, готовности к выполнению задания i

$$\alpha_i=\begin{cases}0, \text{ если задание } i \text{ готово начать выполнение},\\ 1 - \text{ в противном случае};\end{cases}$$

3) индикаторная переменная β_i завершения выполнения задания i

$$\beta_i=\begin{cases}0, \text{ если задание } i \text{ завершено},\\ 1 - \text{ в противном случае}.\end{cases}$$

Данные параметры связаны между собой N логическими уравнениями:

$$\begin{gathered}\alpha_1=0,\\ \alpha_2=A_{1,2}\cdot\beta_1,\\ \alpha_3=A_{1,3}\cdot\beta_1\vee A_{2,3}\cdot\beta_2,\\ \alpha_4=A_{1,4}\cdot\beta_1\vee A_{2,4}\cdot\beta_2\vee A_{3,4}\cdot\beta_3,\\ \cdots\cdots\\ \alpha_l=\bigcup_{k=1}^{l-1}A_{k,l}\cdot\beta_k,\\ \cdots\cdots\\ \alpha_N=\bigcup_{k=1}^{N-1}A_{k,N}\cdot\beta_i.\end{gathered} \qquad (1)$$

4) индикаторная переменная признака активной работы ВМ γ_j, $j=\overline{1,M}$, где M – число ВМ:

$$\gamma_j=\begin{cases}0, \text{ если ВМ } j \text{ в пассивном режиме } (\text{выключен}),\\ 1 - \text{ если ВМ } j \text{ в активном режиме } (\text{включен}).\end{cases}$$

Отметим, что элементы $A_{i,j}$ матрицы смежности являются константами, а индикаторные

переменные α_i, β_i изменяют свои значения в ходе реализации вычислительного процесса. Пересчет индикаторных переменных производится после завершения выполнения каждого задания.

Пусть также известен план (расписание) вычислительного процесса, определяющий последовательность выполнения заданий на каждом вычислительном модуле вычислительной системы. Определим этот план прямоугольной матрицей $|\Psi|_{M,N}$, каждая строка $j=\overline{1,M}$ которой содержит последовательность заданий для выполнения на ВМ *j*.

Пример матрицы-расписания $|\Psi|_{3,8}$, определяющий план вычислительного процесса из восьми заданий, выполняющийся на трех ВМ:

$$|\Psi|_{3,8}=\begin{vmatrix}1&4&5&0&0&0&0&0\\2&6&0&0&0&0&0&0\\3&7&8&0&0&0&0&0\end{vmatrix},$$

где «нулевой» элемент означает отсутствие задания.

Тогда работа диспетчера в общем виде выглядит следующим образом:

- формирование для каждого ВМ очереди заданий в соответствии с их расположением в строках матрицы-расписания;
- при завершении любого задания *i* выполняется сброс (обнуление) соответствующей индикаторной переменной β_i и производится пересчет всех индикаторных переменных $\alpha_l, l=\overline{1,N}$, в соответствии с уравнениями (1);
- выбор из очереди и выполнение очередного задания *k* при условии, что $\alpha_k=0$, или, в противном случае, перевод ВМ в состояние ожидания.

При нахождении ВМ в состоянии ожидания возможен его перевод в режим пониженного энергопотребления или даже полное отключение питания. Очевидно, что если очередь заданий ВМ пуста, целесообразно с точки зрения минимизации энергопотребления вычислительной системы отключать соответствующий ВМ. Если предположить, что время τ на перевод ВМ в режим пониженного энергопотребления (или выключение) для ожидания загрузки и вывод его в «полноценный» режим для выполнения вычислительной работы пренебрежительно малы, то целесообразно отключать ВМ в любом случае, когда очередное задание не готово к запуску. Если время τ является достаточно большим, то его необходимо учитывать при принятии решения на выключение ВМ.

Рассмотрим последовательность выполнения заданий, представленную на рис. 1.

Пусть в момент времени t_0 на ВМ2 завершилось выполнение задания X_0. В этот же момент на ВМ1 и ВМ3 продолжают выполняться задания X_1 и X_3 соответственно. Моменты времени t_1 и t_3 завершения этих заданий являются случайными величинами. Пусть в соответствии с планом вычислительного процесса по завершении заданий X_1 и X_3 на ВМ2 должно начаться выполнение задания. Тогда момент времени t_2 начала выполнения X_2 также является случайной величиной, зависящей от t_1 и t_3, а $t_2=\max\{t_1,t_3\}$.

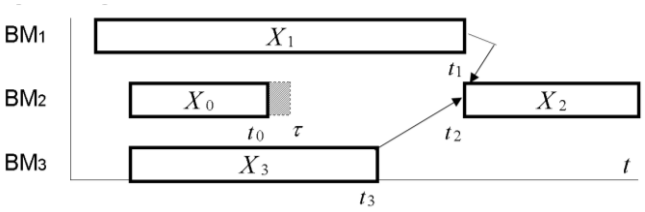


Рис. 1. Диаграмма реализации вычислительного процесса

Если после завершения задания X_0 ВМ2 перевести в режим ожидания с пониженным энергопотреблением или выключить, а потом, при готовности к выполнению задания X_2, включить, то на переходные процессы потребуется некоторое время и ВМ2 будет готов к решению очередного задания в момент времени τ ($\tau \geq t_0$). Целесообразность выключения ВМ2 в этом случае будет иметь место только в случае, когда $\tau \leq t_2$.

Очевидно, что при наступлении готовности к выполнению задания X_2 включение ВМ2 должно инициироваться диспетчером, функционирующим на ВМ, отличном от ВМ2. Отсюда следует возможность функционирования диспетчера либо на выделенном ВМ, который не отключается на всем интервале выполнения целевой задачи, либо применение децентрализованного диспетчирования, т. е. запуск копии программы-диспетчера на каждом ВМ при завершении выполнения на нем очередного задания.

Рассмотрим алгоритм работы диспетчера энергосберегающего параллельного вычислительного процесса в соответствии с расписанием $\Psi_{M,N}$, где M – число вычислительных модулей, а N – число заданий. Программа-диспетчер запускается на каждом ВМ при начале решения целевой задачи, а также при завершении выполнения очередного задания и имеет одинаковый алгоритм функционирования, представленный на рис. 2. Будем считать, что перед началом реализации ПВП в общей памяти вычислительной системы расположены:

- матрица $\|A\|_{N,N}$ смежности заданий;
- матрица-расписание $\Psi_{M,N}$ ПВП;
- индикаторные переменные α_i, β_i и γ_j.

В начале выполнения целевых задач устанавливаются в единицу все индикаторные пере-

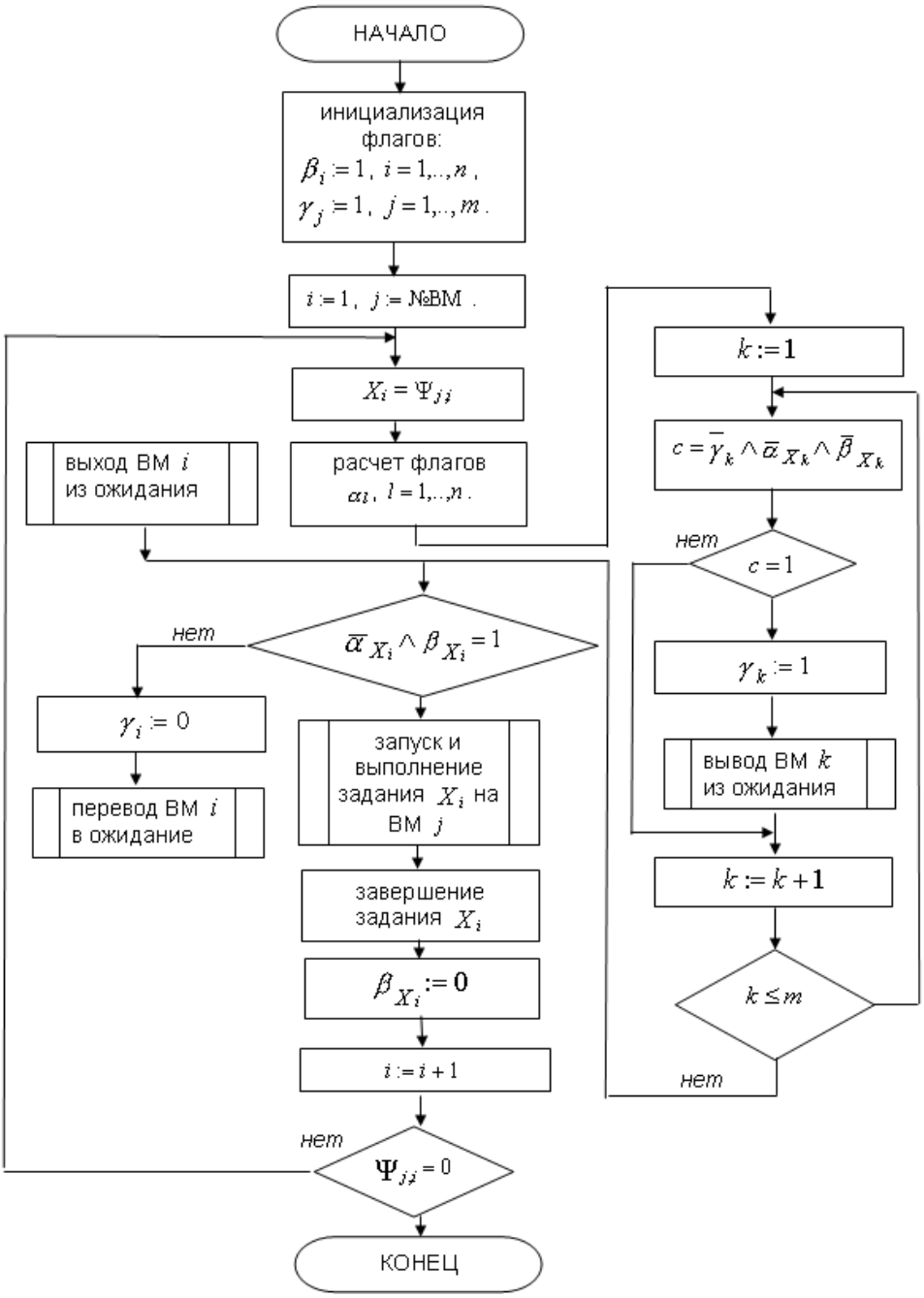


Рис. 2. Алгоритм работы диспетчера

менные β_i, что означает незавершенность выполнения всех заданий, и все индикаторные переменные γ_j, что означает активное (включенное) состояние всех ВМ.

Указатель очереди заданий для каждого ВМ отмечает первое задание, номер очередного задания запоминается в переменной X_i. Пересчитываются значения всех индикаторных переменных α_l. Проверяется готовность к выполнению заданий, назначенных на каждый ВМ, находящийся в пассивном состоянии (выключенный). При наличии таких заданий для *j*-го ВМ он переводится в активное состояние (включается), а соответствующая ему индикаторная переменная γ_j переводится в единицу. Если очередное задание готово к выполнению, оно запускается на решение. В противном случае ВМ переводится в состояние ожидания (пассивный режим, выключается). По завершении выполнения любого *i*-го задания индикаторная переменная β_i устанавливается в единицу, означая факт окончания работы задания, выбирается из очереди следующее задание и описанные действия продолжаются с пересчета индикаторных переменных α_i. Решение целевых задач завершается выключением каждого ВМ при отсутствии в его очереди невыполненных заданий. При нахождении ВМ в пассивном (выключенном) состоянии в нем должна оставаться возможность перевода в активный лежим (включение) по внешнему сигналу, генерируемому другим ВМ.

Для анализа эффективности диспетчирования энергосберегающих вычислительных процессов рассмотрим результаты имитационного моделирования процесса планирования параллельных вычислений и оценим временные затраты на непроизводительные простои ВМ, вызванные необходимостью синхронизации параллельно выполняемых заданий. Простой в работе ВМ возникает в случае, когда при реализации плана ПВП ВМ освобождается от выполнения задания, а для очередного задания, которое должно начать свое выполнение на данном ВМ, еще не готовы исходные данные. Подобная ситуация имеет место в случае, когда задания, являющиеся источниками этих данных, еще не выполнены.

Моделирование проводилось для вычислительных систем, содержащих от двух ВМ до числа ВМ, соответствующего ширине ярусно-параллельной формы графа [2] целевых задач. При моделировании целевых задач генерировались графы с числом вершин 10–50 и коэффициентом связности [3] 0–0,3.

В качестве показателя простоев ВМ была выбрана относительная доля времени простоя ВМ, определяемая из соотношения

$$\delta = \left(\frac{T_p}{T_з} - 1 \right) \cdot 100\%,$$

где T_p – общее время работы всех ВМ вычислительной системы;

$T_з$ – общее время выполнения всех заданий.

На рис. 3 графически показаны выявленные закономерности изменения среднего значения $\bar{\delta}$ простоев вычислительных модулей от коэффициента связности k_s графа целевой задачи для трех значений числа заданий – 10, 30 и 50. Приведенные зависимости наглядно демонстрируют, что как с ростом числа заданий, так и с повышением их связности простои ВМ увеличиваются, достигая 40 % (при N = 50). Следовательно, управляя режимами энергопотребления ВМ во время их простоев, можно существенно повысить энергоэффективность вычислительного процесса.

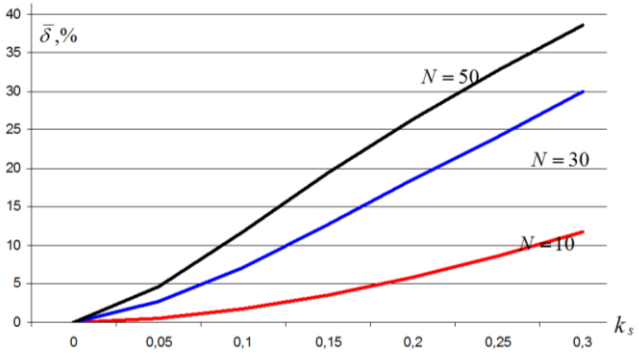


Рис. 3. Структура БЗ ЭС для наладки синхронных машин

Результаты моделирования процесса диспетчирования параллельных вычислений в перспективной бортовой вычислительной системе малого космического аппарата свидетельствуют о возможном снижении потребления энергоресурса

бортовых источников питания до 30 % при решении широкого круга целевых задач.

Таким образом, рассмотренный подход обеспечивает снижение энергопотребления вычислительной системой за счет перевода вычислительных модулей в пассивный энергосберегающий режим на интервалах времени, когда отсутствует рабочая нагрузка. Предлагаемый диспетчер может с успехом применяться в многопроцессорных вычислительных системах, функционирующих в условиях ограничений энергоресурсов, при обработке множества программ, имеющих информационно-управляющие связи. Ожидаемый эффект возрастает с увеличением числа процессоров в вычислительной системе, числа обрабатываемых программ и взаимосвязей между ними и может заключаться в экономии энергоресурса на 30–40 %.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Барский А. Б. Параллельные информационные технологии : учеб. пособие. – М. : Интернет-университет информационных технологий ; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 503 с.
2. Оре О. Теория графов. – М. : Наука, 1968. – 336 с.
3. Кустов В. Н. Основы теории ограниченного структурного параллелизма. – М. : МО РФ, 1992. – 246 с.

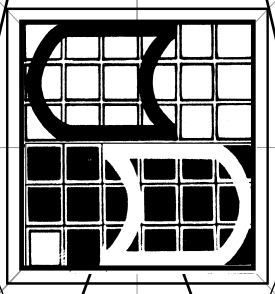
Министерство образования и науки Российской Федерации
Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта

Иркутский государственный университет путей сообщения
Иркутский научный центр СО РАН
Российская инженерная академия

Современные технологии

Системный анализ

Моделирование



Раздел 3.

Системный анализ. Моделирование. Транспорт. Энергетика. Строительство

Содержание научного журнала:

- Инженерная механика
- Транспортные средства
- Энергетика и электромеханика
- Строительство, материалы и конструкции
- Охрана окружающей среды
- Автоматизация технологических процессов
- Современные технологии
- Системный анализ
- Моделирование технических систем
- Транспортные системы
- Телекоммуникации и связь
- Управление техническими системами
- Информационные технологии

УДК 620.424.1

Алексеев Виктор Алексеевич,
аспирант, ИрГУПС (г. Иркутск), тел. 89041320369
Лукьянов Анатолий Валерьянович,
д.т.н., профессор каф. ТМиП, ИрГУПС (г.Иркутск), e-mail:loukian@inbox.ru

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ СИЛОВОГО ТРАНСФОРМАТОРА

V.A. Alekseev, A.V. Lukyanov

MATHEMATICAL MODELING OF THE POWER TRANSFORMER TECHNICAL STATE

Аннотация. *В статье рассматривается возможность использования алгоритмов нечеткого логического вывода для комплексной оценки технического состояния силовых маслонаполненных трансформаторов, а также генетических алгоритмов для последующего обучения нечеткой модели.*

Ключевые слова: *техническое состояние силовых трансформаторов, метод нечеткой логики, нечеткие модели, генетические алгоритмы*.

Abstract. *The possibility of using fuzzy inference algorithms for comprehensive assessment of the technical state of oil-filled power transformers, as well as genetic algorithms for continuous training of fuzzy model is considered in the article.*

Keywords: *technical state of power transformers, method of fuzzy logic, fuzzy models, genetic algorithms*

Комплексный анализ технического состояния. Теоретические исследования и опыт эксплуатации электрооборудования за рубежом показывают, что наиболее эффективной и перспективной является система технического обслуживания и ремонта по фактическому состоянию (ОФС) в сочетании с использованием в ограниченных пределах стратегий технического обслуживания и ремонта по наработке.

Необходимо отметить, что для перехода к ремонту по фактическому состоянию задачей первостепенной важности является разработка теоретической и программной базы для проведения комплексной оценки технического состояния всей номенклатуры электрооборудования, т. к. не имея информации об остаточном ресурсе, невозможно говорить о планировании технического обслуживания и ремонта.

В данной статье рассматривается возможность использования алгоритмов нечеткого логического вывода для комплексной оценки технического состояния силовых маслонаполненных трансформаторов, а также генетических алгоритмов для последующего обучения нечеткой модели.

Для анализа разнородных данных, полученных в результате различных измерений и испытаний, как уже говорилось выше, будет использоваться математический аппарат нечеткой логики, главным достоинством которого является то, что он отвечает отсутствию четких границ между классами состояния. Нечеткость границ связана с тем, что степень принадлежности к классам технического состояния – величина, непрерывно изменяющаяся от полной принадлежности к какому-либо классу до полной непринадлежности к нему. Обычное математическое понятие множества, основанное на бинарной характеристической функции, не позволяет формализовать такое описание, тогда как нечеткая логика позволяет это сделать.

Генетический алгоритм представляет собой метод, отражающий естественную эволюцию методов решения проблем, и в первую очередь задач оптимизации. Главное достоинство этого математического аппарата состоит в том, что он очень гибок и, будучи построенным в предположении что об окружающей среде нам известен лишь минимум информации (как это часто бывает для сложных технических систем), алгоритм успешно справляется с широким кругом проблем, особенно в тех задачах, где не существует общеизвестных алгоритмов решения или высока степень априорной неопределенности. В статье будет рассматриваться возможность использования генетических алгоритмов для нахождения таких значений весов

правил и параметров функций принадлежности, при которых возможно будет минимизировать ошибку.

Этапы обработки информации. Процесс обработки информации включает в себя несколько этапов

- На первом этапе всем диагностическим параметрам состояния присваиваются степени принадлежности различным нечетким множествам («удовлетворительно», «неудовлетворительно», «низкий», «высокий», «средний»).
- На втором этапе с помощью одного из методов контроля устанавливается принадлежность технического состояния трансформатора тем или иным процессам, протекающим внутри него (дается общая характеристика технического состояния).
- На третьем этапе устанавливается степень принадлежности состояния элементов трансформатора возможным неисправностям (проводится локализация дефектов).
- На четвертом этапе силовому трансформатору присваивается один из трех классов технической надежности:

D_1 – исправное состояние (возможна дальнейшая эксплуатация трансформатора без ограничений);

D_2 – неисправное состояние (дальнейшая эксплуатация трансформатора возможна только с ограничениями по времени или режиму работы);

D_3 – предельное состояние (требуется немедленный вывод трансформатора из эксплуатации).

На рис. 1 представлена структура нечеткого логического вывода о состоянии силового трансформатора.

Функции принадлежности. Как уже говорилось выше, на первом этапе всем диагностическим параметрам состояния присваиваются степени принадлежности различным нечетким множествам. Существует свыше десятка типовых форм кривых для задания функций принадлежности. Наибольшее распространение получили: треугольная, трапецеидальная и гауссова функции принадлежности (рис. 2).

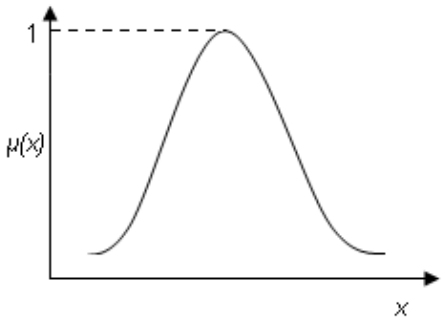


Рис. 2. Гауссова функция принадлежности

Для нашей математической модели мы будем использовать гауссову функцию принадлежности, которая описывается формулой

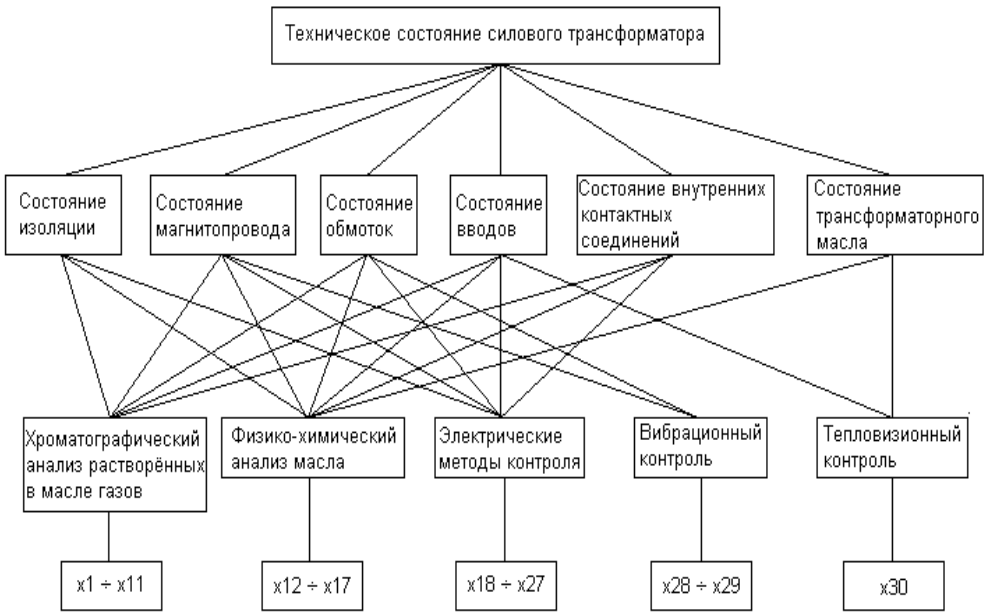


Рис. 1. Структура нечеткого логического вывода о состоянии силового трансформатора

$$\mu(x) = exp\left[-\left(\frac{x-c}{b}\right)^2\right]. \quad (1)$$

и оперирует двумя параметрами: параметр c обозначает центр нечеткого множества, а параметр b отвечает за крутизну функции.

Нечеткие матрицы знаний. На втором и третьем этапах обработка данных ведется с помощью нечетких матриц знаний, каждая строчка которых – нечеткое высказывание (правило) в форме «если – то», пример которого показан ниже.

$$ЕСЛИ\ x_1 = A_{1,1} \ldots И \ldots x_n = A_{1,n}, ТО\ N_1 = n_{k,l}. \quad (2)$$

Пример нечеткой матрицы знаний приведен в таблице 1.

Таблица 1

Нечеткая матрица знаний «Хроматографический анализ газов, растворенных в масле»

x_1	x_2	x_3	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	W_1	N_1
Н	С	Н	Н	Н	Н	Н	Н	w_{11}	n_{11}
Н	Н	Н	В	Н	Н	Н	Н	w_{12}	n_{12}
В	Н	Н	В	Н	Н	Н	Н	w_{13}	n_{13}
С	С	С	В	Н	В	Н	Н	w_{14}	n_{14}
В	С	В	В	Н	В	Н	Н	w_{15}	n_{15}
Н	С	С	Н	Н	Н	Н	Н	w_{16}	n_{16}
Н	В	Н	Н	Н	Н	Н	В	w_{17}	n_{17}
Н	В	С	Н	В	Н	Н	В	w_{18}	n_{18}
Н	В	В	Н	В	Н	В	В	w_{19}	n_{19}

$x_1 \div x_9$ – параметры состояния;

x_1 – C_2H_2 / C_2H_4;

x_2 – CH_4 / H_2;

x_3 – C_2H_4 / C_2H_6;

x_5 – концентрация H_2;

x_6 – концентрация CH_4;

x_7 – концентрация C_2H_2;

x_8 – концентрация C_2H_4;

x_9 – концентрация C_2H_6;

W_1 – весовые коэффициенты, определяющие степень уверенности эксперта в правилах матрицы знаний;

N_1 – возможные процессы, протекающие внутри трансформатора и определяемые с помощью хроматографического анализа растворенных в масле газов;

$n_{1,1}$ – нормальное состояние;

$n_{1,2}$ – частичные разряды с низкой плотностью энергии;

$n_{1,3}$ – частичные разряды с высокой плотностью энергии;

$n_{1,4}$ – разряды малой мощности;

$n_{1,5}$ – разряды большой мощности;

$n_{1,6}$ – термический дефект низкой температуры (<150 °С);

$n_{1,7}$ – термический дефект в диапазоне низких температур (150-300 °С);

$n_{1,8}$ – термический дефект в диапазоне средних температур (300-700 °С);

$n_{1,9}$ – термический дефект высокой температуры (>700 °С).

Определение класса технической надежности трансформатора. Задача классификации состоит в отнесении объекта, заданного вектором информативных признаков $X = (x_1, x_2, ..., x_{30})$, к одному из наперед определенных классов $\{D_1, D_2, D_3\}$, т. е. состоит в выполнении отображения вида

$$X = (x_1, x_2, ..., x_{30}) \rightarrow y \in \{D_1, D_2, D_3\}. \quad (3)$$

В качестве решения выбирают класс с максимальной степенью принадлежности.

Генетический алгоритм оптимизации нечеткой модели. Словарь терминов, используемых в генетическом алгоритме:

Параметрический код – кодовая последовательность, составленная из параметров нечеткой модели (весовых коэффициентов или параметров функций принадлежности).

Структура – цепь, звеньями которой являются параметрические коды.

Кроссовер – операция, при которой две структуры обмениваются своими частями.

Генетический алгоритм оптимальной настройки нечеткой модели $F(X,W,B,C)$, где X – параметры состояния, W – веса правил, B и C – параметры функций принадлежности, будет иметь следующий вид.

1. Проводим инициализацию**,** т. е. формирование исходного конечного множества тестируемых структур, случайным выбором заданного количества структур, сводя неизвестные параметры в один вектор

$$S = (W, B, C) = (b_{11}, c_{11}, ..., b_{nl_i}, c_{nl_i}, w_1 ... w_N), \quad (4)$$

где N – общее число строк в нечеткой базе знаний;

l_i – количество термов-оценок входной переменной x_i;

$$l_1 + l_2 + ... + l_n = q, i = \overline{1,n};$$

q – общее число термов.

2. Находим значения функций оценки, далее называемой ошибкой диагноза $FF(S_i)$, $i = 1,K$ по формуле

$$FF(S) = \sum_{l=1}^{M} \left[\sum_{j=1}^{m} \left[\mu^{d_j}\left(X^l, W, B, C\right) - \mu^{d_j}\left(X^l\right) \right]^2 \right] \quad (5)$$

3. Определяем пары структур первого поколения. Существуют различные методы определения пар структур первого поколения. Наиболее популярным считается так называемый *метод рулетки*. Каждой структуре может быть сопоставлен сектор колеса рулетки, величина которого устанавливается пропорциональной значению достоверности диагноза, равной $1 - FF(S)$ данной структуры. Поэтому чем достовернее диагноза, тем больше сектор на колесе рулетки. Все колесо рулетки соответствует сумме значений достоверностей диагнозов всех структур рассматриваемого множества структур. Каждой структуре, обозначаемой S_i, для $i = 1,2,...,N$ (где N обозначает число структур первого поколения) соответствует сектор колеса $v(S_i)$, выраженный в процентах согласно формуле

$$v(S_i) = p(S_i) \cdot 100\%, \quad (6)$$

где

$$p(S_i) = \frac{1 - FF(S_i)}{\sum_{i=1}^{N} 1 - FF(S_i)}. \quad (7)$$

3.1. Отложим ряд p_i на горизонтальной оси (рис. 3).

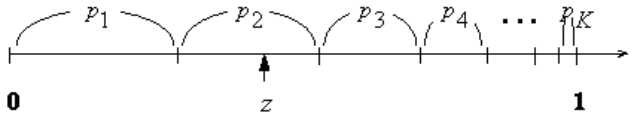


Рис. 3. Выбор структуры первого поколения

3.2. Сгенерируем случайное число z (рис. 3), имеющее равномерный закон распределения на интервале [0, 1].

3.3. В качестве структуры первого поколения выберем структуру S_i, соответствующую подынтервалу p_i, в который попало число z. Например, на рис. 3 сгенерированное число z определяет в качестве структуры первого поколения S_2.

3.4. Повторим шаги 3.1–3.3 для определения второй структуры первого поколения.

Выполняем операцию кроссовера (деление параметрических кодов и взаимообмен их частями в каждой паре структур первого поколения). В результате операции кроссовера из двух структур первого поколения S_1 и S_2 получаем две структуры второго поколения Ch_1 и Ch_2 путем обмена частями параметрических кодов относительно $(n+1)$-й точки скрещивания.

а) Структуры первого поколения

$$\left|b_{11}^{\ 1}\right|c_{11}^{\ 1}\left|\right|...\left|b_{1l_1}^{\ 1}\right|c_{1l_1}^{\ 1}\left|...\right|b_{n_1}^{\ 1}\left|c_{n_1}^{\ 1}\right|...\left|b_{nl_n}^{\ 1}\right|c_{nl}^{\ 1}\left|\right.$$

$$\left|w_1^{\ 1}\right|...\left|w_N^{\ 1}\right| - \textit{первая структура;}$$

$$\left|b_{11}^{\ 2}\right|c_{11}^{\ 2}\left|\right|...\left|b_{1l_1}^{\ 2}\right|c_{1l_1}^{\ 2}\left|...\right|b_{n_1}^{\ 2}\left|c_{n_1}^{\ 2}\right|...\left|b_{nl_n}^{\ 2}\right|c_{nl_n}^{\ 2}\left|\right.$$

$$\left|w_1^{\ 2}\right|...\left|w_N^{\ 2}\right| - \textit{вторая структура.}$$

б) структуры второго поколения

$$\left|b_{11}^{\ 1}\right|c_{11}^{\ 1}\left|\right|...\left|b_{1l_1}^{\ 2}\right|c_{1l_1}^{\ 2}\left|...\right|b_{n_1}^{\ 1}\left|c_{n_1}^{\ 1}\right|...\left|b_{nl_n}^{\ 2}\right|c_{nl}^{\ 2}\left|\right.$$

$$\left|w_1^{\ 1}\right|...\left|w_N^{\ 2}\right| - \textit{первая структура;}$$

$$\left|b_{11}^{\ 2}\right|c_{11}^{\ 2}\left|\right|...\left|b_{1l_1}^{\ 1}\right|c_{1l_1}^{\ 1}\left|...\right|b_{n_1}^{\ 2}\left|c_{n_1}^{\ 2}\right|...\left|b_{nl_n}^{\ 1}\right|c_{nl_n}^{\ 1}\left|\right.$$

$$\left|w_1^{\ 2}\right|...\left|w_N^{\ 1}\right| - \textit{вторая структура.}$$

$w_j^{S_1}$ – j-й вес правила в структуре первого поколения S_1;

$w_j^{S_2}$ – j-й вес правила в структуре первого поколения S_2;

$w_j^{Ch_1}$ – j-й вес правила в структуре второго поколения Ch_1;

$w_j^{Ch_2}$ – j-й вес правила в структуре второго поколения Ch_2;

$b_{ip}^{S_1}$ – i-й параметр b в структуре первого поколения S_1;

$b_{ip}^{S_2}$ – i-й параметр b в структуре первого поколения S_2;

$b_{ip}^{Ch_1}$ - i-й параметр b в структуре второго поколения Ch_1;

$b_{ip}^{Ch_2}$ - i-й параметр b в структуре второго поколения Ch_2.

То же для параметра c.

Генерируем случайные числа z_i в количестве $(n+1)$, такие что $1 \le z_i \le l_i$, где l_i – число термов-оценок входной переменной x_i, $i = \overline{1,n}$; $1 \le z_{n+1} \le N$, где N – общее число строк в нечеткой базе знаний.

Осуществляем обмен генов в соответствии с найденными значениями точек обмена z_i по правилам:

$$w_j^{Ch_1} = \begin{cases} w_j^{S_1}, j \le z_{n+1} \\ w_j^{S_2}, j > z_{n+1} \end{cases}, w_j^{Ch_2} = \begin{cases} w_j^{S_2}, j \le z_{n+1} \\ w_j^{S_1}, j > z_{n+1} \end{cases}, \quad (8)$$

$$1 \le j < N,$$

$$b_j^{Ch_1} = \begin{cases} b_{ip}^{S_1}, p \le z_i \\ b_{ip}^{S_2}, p > z_i \end{cases}, \; b_j^{Ch_2} = \begin{cases} b_{ip}^{S_2}, p \le z_i \\ b_{ip}^{S_1}, p > z_i \end{cases}, \quad (9)$$

$$1 \le p < l_i, i = \overline{1,n}.$$

То же для параметра c.

Из полученного множества тестируемых структур второго поколения отбрасываем структуры, имеющие худшие значения ошибки диагноза $FF(S_i)$.

Если получена структура S_i, для которой $FF(S_i) = 0$, то конец алгоритма, иначе переходим к шагу 7.

Если не исчерпано заданное число шагов, то переходим к шагу 2. В противном случае структура, имеющая наименьшее значение ошибки диагноза $FF(S_i)$, представляет субоптимальное решение.

Конец алгоритма.

Выводы

1. На основе математической модели технического состояния силового трансформатора разработана простая, не требующая многоходовых расчетов методика для комплексной оценки технического состояния силовых трансформаторов.

2. Данная математическая модель, основанная на аппарате нечеткой логики, может быть обучена с помощью генетических алгоритмов.

3. Использование программного продукта на основе нечеткой модели технического состояния силового трансформатора позволит:

- уменьшить временные затраты на анализ данных;
- улучшить качество оценки технического состояния оборудования за счет исключения человеческого фактора при анализе данных;
- разработать ряд аналогичных программ комплексного анализа, охватывающий всю номенклатуру электрооборудования тяговых подстанций и локомотивов;
- разработать программу прогнозирования остаточного ресурса, базирующуюся на оценке комплексного анализа технического состояния электрооборудования;
- точно планировать расходы на эксплуатацию и ремонт электрооборудования тяговых подстанций и локомотивов;
- перейти от системы планово-предупредительных ремонтов к системе обслуживания по фактическому состоянию.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аверкин А. Н., Нгуен Х. Использование нечеткого отношения моделирования для экспертных систем / Вычисл. центр АН СССР. – М., 1988.
2. Борисов А. Н., Крумберг О. А., Федоров И. П. Принятие решений на основе нечетких моделей. Примеры использования. – Рига : Зинатне, 1990.
3. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применения к принятию приближенных решений. – М. : Мир, 1976. – 165 с.
4. Лукьянов А. В. Управление техническим состоянием роторных машин (система планово-диагностического ремонта). – Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 2000. – 230 с.
5. Методические указания по диагностике развивающихся дефектов по результатам хроматографического анализа газов, растворённых в масле силовых трансформаторов : РД 34.46.302-89. – М. : ВНИИЭ, 1989. – 28 с.
6. О повреждениях силовых трансформаторов напряжением 110...500 кВ в эксплуатации / Б. В. Ванин, Ю. Н. Львов, М. Ю. Львов, Б. Н. Неклепаев, К. М. Антипов, А. С. Сурба, М. И. Чичинский // Электрические станции. – 2001. – № 9. – С. 53–58.
7. Объём и нормы испытаний электрооборудования : РД 34.45-51.300-97 : утв. Департаментом науч.-техн. политики и развития РАО "ЕЭС России" 10.01.2000, 22.08.2000. – 6-е изд. перераб. и доп. – М. : Изд. НЦ ЭНАС, 2001.
8. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы. – М. : Горячая Линия - Телеком, 2006. – 452 с.
9. Сутруктура экспертно-диагностической и информационной системы оценки состояния высоковольтного оборудования / Давыденко И. В., Голубев В. П., Комаров В. И., Осотов В. Н.// Электрические станции. – 1997. – № 6. – С. 25–27.

УДК 621.313

Арсентьев Михаил Олегович,
аспирант кафедры «Электроснабжение железнодорожного транспорта» ИрГУПС (г. Иркутск),
Крюков Андрей Васильевич,
д.т.н., проф. кафедры «Электроснабжение железнодорожного транспорта» ИрГУПС (г. Иркутск)

ПОВЫШЕНИЕ КАЧЕСТВА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ НЕТЯГОВЫХ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ УСТАНОВОК РАСПРЕДЕЛЕННОЙ ГЕНЕРАЦИИ

M.O. Arsent'ev, A.V. Kryukov

ADVANCE OF ELECTRIC ENERGY QUALITY OF RAILWAY NON-TRACTION ENERGY SUPPLYING BY DISTRIBUTED GENERATION UNITS

Аннотация. *С помощью компьютерного моделирования показано, что на основе использования установок распределенной генерации можно существенно повысить качество электроэнергии в системах электроснабжения, питающихся от тяговых подстанций, и улучшить работу электрооборудования стационарных потребителей железнодорожного транспорта.*

Ключевые слова: *системы электроснабжения нетяговых потребителей железных дорог переменного тока, распределенная генерация.*

Abstract. *By computer modeling it is shown that using of distributed generation units can essentially advance electric energy quality in systems that are supplied from railway traction substations. This measure increases the conditions of static railway electric consumers.*

Keywords: *railway alternating current electric systems, railway non-traction energy supplying, distributed generation.*

В последние годы разработан целый ряд эффективных энерготехнологий, которые позволяют потребителям электроэнергии (ЭЭ) создавать собственные экономичные установки, конкурирующие с централизованным производством ЭЭ [1…6]. При этом электростанции потребителей обеспечивают не только собственные потребности в ЭЭ, но и выступают конкурентами на энергетическом рынке [1].

Под распределенной генерацией (РГ)[1] понимается совокупность потребительских энергоустановок как индивидуального использования, так и объединенных в микроэнергосистемы. Создание установок РГ диктуются необходимостью адаптации к условиям рынка, а также ужесточением требований экологии, стимулирующих использование нетрадиционных возобновляемых источников энергии.

Современная преобразовательная техника [7] позволяет присоединять установки РГ к электроэнергетической системе (ЭЭС) через вставки постоянного тока. Подобная концепция ограничивает мощность короткого замыкания на шинах источников РГ, обеспечивает высокое качество электроэнергии и придает электроснабжению потребителей характер гарантированного питания [1]. Источники РГ, объединенные в микроэнергосистемы (кластеры), обеспечивают не только повышенную надежность электроснабжения, но и открывают широкие возможности для оптимизации режимов и повышения экономичности производства и распределения ЭЭ. Таким образом, применение технологий РГ позволяет получить целый ряд положительных эффектов, главные из которых состоят в снижении затрат на энергообеспечение, повышении надежности электроснабжения ответственных потребителей, а также в уменьшении техно-

[1] Иногда используется термин «рассредоточенная энергетика».

генного воздействия на окружающую природную среду.

Имеющийся отечественный и зарубежный опыт показывает применимость технологий РГ в промышленности, коммунально-бытовом секторе, сельском хозяйстве и на транспорте. В настоящей работе рассматриваются технические аспекты применения установок распределенной генерации в системах электроснабжения железнодорожного транспорта.

Вопросы использования технологий РГ на железнодорожном транспорте нашли отражение в нормативных документах, определяющих перспективы развития отрасли: в энергетической стратегии ОАО «РЖД» на период до 2010 года и на перспективу до 2030 года [8] и в стратегических направлениях научно-технического развития ОАО «РЖД». В этих документах отмечается, что на железнодорожном транспорте предусматривается развитие собственной генерации энергии на нетяговые нужды, внедрение энергоемких накопителей энергии, существенное повышение эффективности рекуперации энергии. Предполагается использовать следующие направления:

- миниэлектростанции на газовых технологиях для выработки электрической и тепловой энергии;
- диверсификацию углей путем их подземной газификации или глубокой переработки на жидкое моторное топливо с выработкой электрической и тепловой энергии для нужд инфраструктуры железных дорог;
- местные энергоресурсы, биоотходы и отходы производства.

В регионах, где внешнее электроснабжение железных дорог является неустойчивым, предполагается создавать принадлежащие ОАО «РЖД» источники ЭЭ для обеспечения тяги поездов и нужд нетяговых железнодорожных потребителей.

Для того чтобы избежать зависимости от многочисленных сетевых компаний, предполагается в ряде случаев использовать построение системы тягового электроснабжения (СТЭ), при котором в зоне крупной электростанции ЭЭС сооружается опорная железнодорожная подстанция, питающая по собственной ЛЭП 65, 90 или 110 кВ, проложенной по опорам контактной сети, промежуточные тяговые подстанции. Одновременно обеспечивается повышение качества электроэнергии, симметрирование нагрузки, снижение электромагнитного влияния тяговой сети на смежные линии [9…12]. Такое построение СТЭ создает особо благоприятные условия для внедрения установок распределенной генерации.

При строительстве новых железнодорожных линий может стать целесообразным создание транспортно-энергетических коридоров, в которых совмещаются трассы железной и автомобильной дорог, высоковольтных ЛЭП и магистральных линий связи. При этом снижаются расходы по их строительству и эксплуатации, что дает дополнительные доходы компании. Для повышения надежности электроснабжения ответственных потребителей в таких объектах инфраструктуры также актуально использование установок распределенной генерации.

Особую сферу применения установок РГ образуют системы гарантированного электроснабжения устройств сигнализации, централизации и автоблокировки, обеспечивающие повышение безопасности движения поездов. Аналогичные установки РГ применяются для гарантированного электроснабжения технологической автоматики, сигнализации и связи в искусственных сооружениях железнодорожного транспорта.

На основе изучения технологических процессов на железнодорожном транспорте, особенностей построения систем электроснабжения электрической тяги и нетяговых потребителей [13, 14] можно наметить следующие сферы применения установок распределенной генерации:

- объекты железнодорожного транспорта (включая электрическую тягу поездов) в регионах с потенциально неустойчивым электроснабжением;
- для повышения надежности электроснабжения ответственных потребителей при создании транспортно-энергетических коридоров, совмещающих трассы железной и автомобильной дорог, высоковольтные ЛЭП и линии связи;
- на предприятиях железнодорожного транспорта, имеющих собственные теплоисточники (использование режимов совместной генерации электрической и тепловой энергии);
- в районах электроснабжения нетяговых и нетранспортных потребителей для снижения затрат на энергообеспечение и повышение качества электроэнергии (в частности, для уменьшения отклонений напряжения, вызываемых резкопеременной тяговой нагрузкой);
- для питания автономных объектов железнодорожного транспорта с использованием нетрадиционных возобновляемых источников энергии.

На основе установок РГ может быть эффективно решена проблема улучшения качества электроэнергии в сетях нетяговых потребителей. Железнодорожные районы электроснабжения (РЭС) предназначены для снабжения электроэнергией

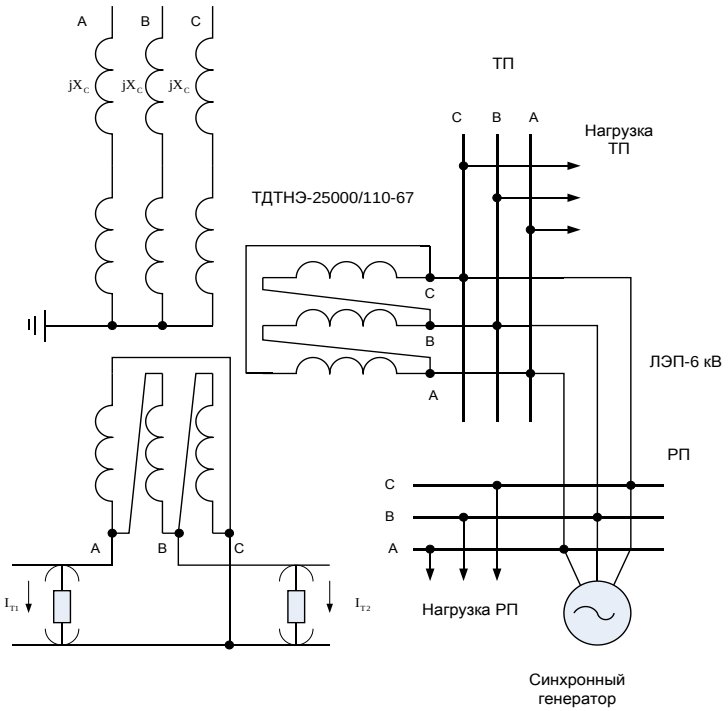


Рис. 1. Высоковольтный генератор

нетяговых и нетранспортных потребителей, расположенных вдоль железной дороги. Они отличаются большей протяженностью линий, достигающей нескольких десятков километров. Это обстоятельство определяет достаточно большую удаленность отдельных потребителей как от источников питания, так и друг от друга, и в такой ситуации влияние установок распределенной генерации на качество электроэнергии может быть значительным.

Моделирование, выполненное на основе программного комплекса «Fazonord-Качество», доказало эффективность применения установок РГ на железнодорожном транспорте [13, 14].

Выработка электроэнергии в установках РГ осуществляется на основе синхронных машин (СМ). Исследование режимов работы СМ в сетях с несимметричным и несинусоидальным напряжением позволит более точно определить возможности технологий РГ для повышения качества электрической энергии. С этой целью выполнено моделирование системы электроснабжения, питающейся от типовой ТП напряжением 115/27,5/6,3 кВ. Моделирование проводилось в среде MATLAB с применением прикладного пакета Simulink. Схема сети показана на рис. 1, а схема модели представлена на рис. 2.

В модели использовался источник питания напряжением 115 кВ. К нему подключен тяговый трансформатор ТДТНЭ-25000/110-67. К тяговой обмотке трансформатора подключены два двухпульсовых выпрямителя (каждый с полным током 300 А и tgφ, равным единице), которые имитируют нагрузку электроподвижного состава. От обмотки 6,3 кВ тягового трансформатора питаются стационарные потребители суммарной мощностью 8 МВт. К распределительному пункту (РП) 6 кВ подключен явнополюсный синхронный генератор (СГ) СГС-14-1-100-6У, характеризующийся следующими параметрами:

- номинальная мощность 2500 кВт;
- номинальное напряжение 6,3 кВ;
- синхронная скорость 1000 об./мин;
- КПД 96 %;
- коэффициент мощности 0,8.

Исследования проводились при двух режимах работы:

- синхронный генератор отключен;
- СГ работает с номинальной нагрузкой.

На рис. 3 приведена осциллограмма напряжений на шинах РП при отключенном СГ. Коэффициент несимметрии напряжения по обратной последовательности на шинах РП составляет 12,5 %, что втрое превышает предельно допустимое значение. Коэффициент несинусоидальности напряжения для РП равен 15,1 %, что также значительно превышает допустимое значение. Результаты моделирования при включенном СГ представлены на рис. 4.

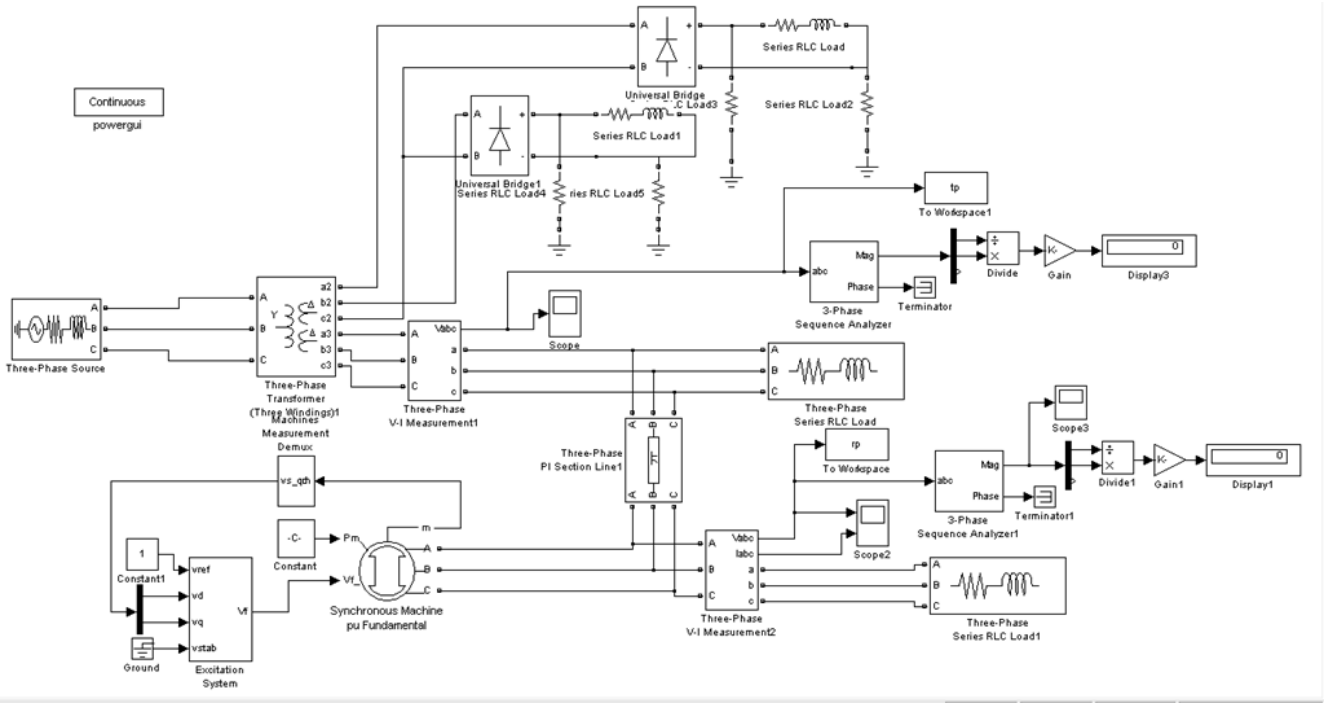


Рис. 2. Модель системы электроснабжения

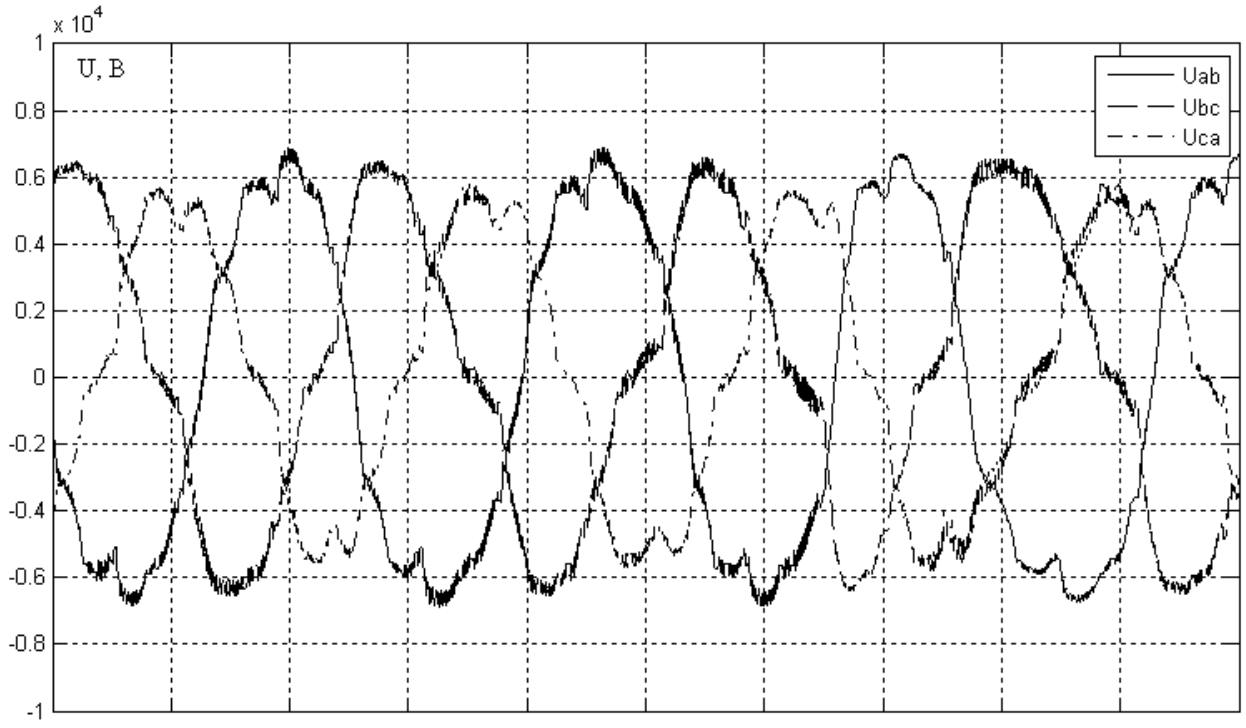


Рис. 3. Осциллограмма напряжения на шинах РП без СГ

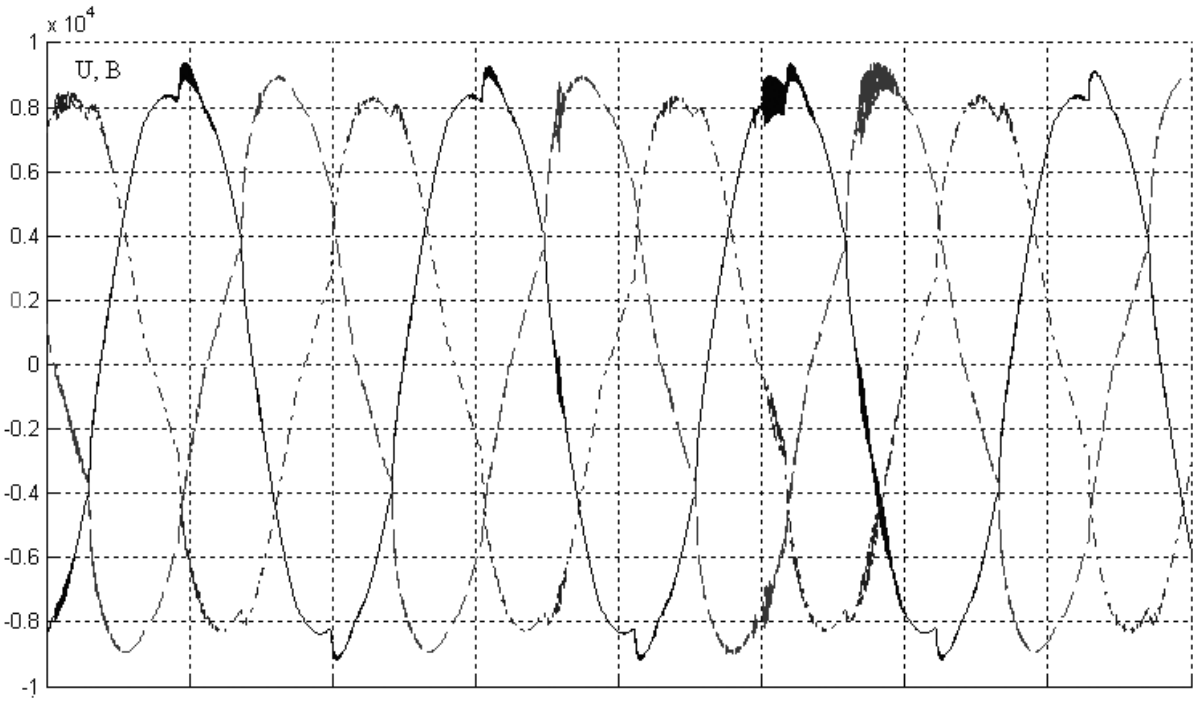


Рис. 4 Осциллограмма напряжения на шинах ТП при включении СГ

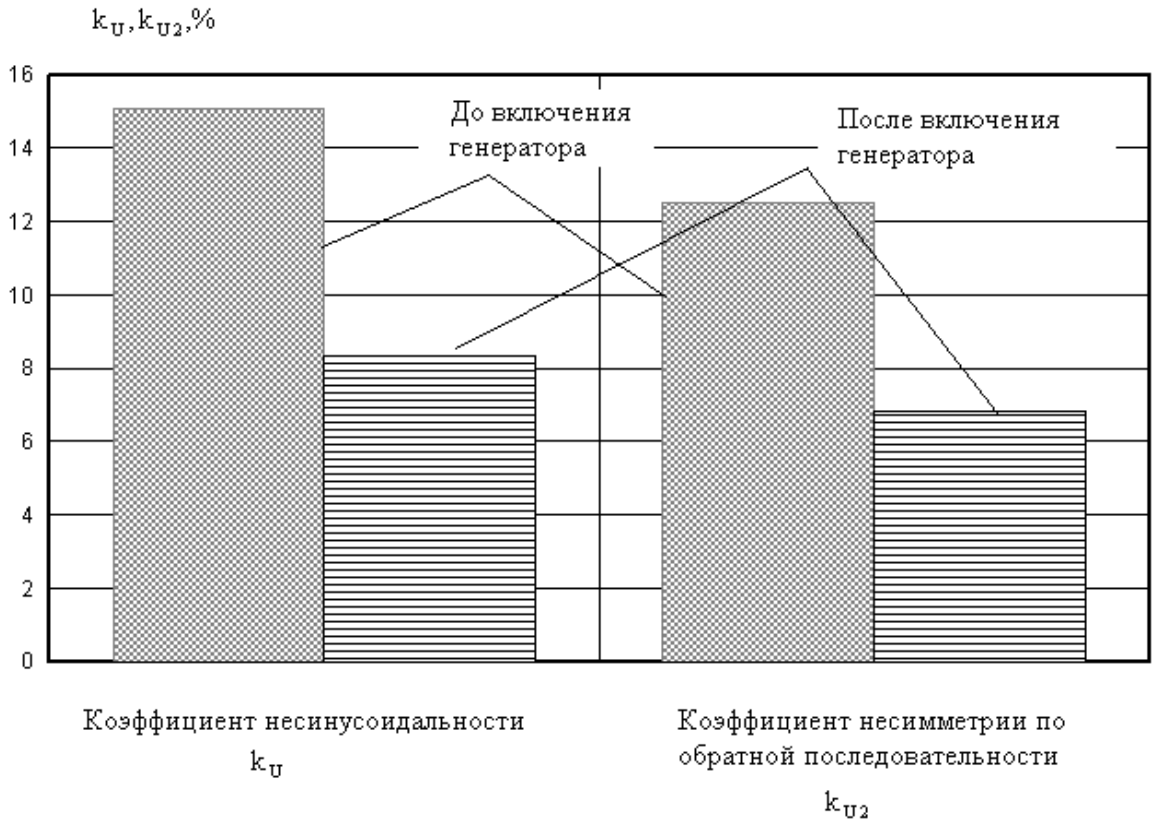


Рис. 5. Улучшение качества электроэнергии на основе РГ

При включенном синхронном генераторе качество электроэнергии существенно улучшается: уровень напряжения повышается примерно на 28 %, коэффициент несимметрии напряжения по обратной последовательности на шинах РП снижается до 6,8 %. Заметно улучшается синусоидальность напряжения: коэффициент несину-

соидальности напряжения РП понижается до 8,3 %.

Вывод

Таким образом, использование установок РГ существенно повышает качество электроэнергии в системах электроснабжения, питающихся от тяговых подстанций, и улучшает работу электрооборудования стационарных потребителей железнодорожного транспорта.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Фотин В. П. Рассредоточенная энергетика [Электронный ресурс] / Федер. гос. унитар. предприятие Всерос. электротехн. ин-т им. В. И. Ленина. – URL : http://www.vei.ru/public/public2.htm.
2. Фотин В. П., Аракелян В. Г. Технологическая стратегия электроэнергетической системы России // Электричество. – № 9. – 2001. – С. 12–20.
3. Фотин В. П. Энергетика и экономика России: виртуальное настоящее и реальное будущее [Электронный ресурс] / Федер. гос. унитар. предприятие Всерос. электротехн. ин-т им. В. И. Ленина. – URL : http://www.vei.ru/public/public2.htm.
4. Агроскин В. Распределённая генерация, перспективы и проблемы [Электронный ресурс] // ЭСКО. – № 7 (19). – 2003. – URL : http://esco-ecosys.narod.ru/journal/journal19.htm.
5. Фотин В. П. Электрификация теплоснабжения [Электронный ресурс] / Федер. гос. унитар. предприятие Всерос. электротехн. ин-т им. В. И. Ленина. – URL : http://www.vei.ru/public/public2.htm.
6. Пейсахович В. Роль малой энергетики в решении проблем энергетического обеспечения потребителей [Электронный ресурс] // Энергорынок. – № 5. – 2005. – URL : http://www.e-m.ru.
7. Куро Ж. Современные технологии повышения качества электроэнергии при ее передаче и распределении [Электронный ресурс] // Новости электротехники. – 2005. – № 1 (31). – URL : http://news.elteh.ru/arh.
8. Котельников А. В. Энергетическая стратегия железных дорог России // Железные дороги мира. – № 2. – 2005.
9. Василянский А. М., Мамошин Р. Р., Якимов Г. Б. Совершенствование системы тягового электроснабжения железных дорог, электрифицированных на переменном токе 27,5 кВ, 50 Гц // Железные дороги мира. – 2002. – № 8. – С. 40–46.
10. Бородулин Б. М. Симметрирование токов и напряжений на действующих тяговых подстанциях переменного тока // Вестн. ВНИИЖТ. – 2003. – № 2.
11. Бардушко В. Д., Закарюкин В. П., Крюков А. В. Режимы работы системы тягового электроснабжения напряжением 94 кВ с симметрирующими трансформаторами // Вестн. ВНИИЖТ. – 2005. – № 3. – С. 44–47.
12. Закарюкин В. П., Крюков А. В. Имитационное моделирование системы тягового электроснабжения 94 кВ с симметрирующими трансформаторами // Вестн. ВНИИЖТ. – 2005. – № 5. – С. 12–17.
13. Крюков А. В., Закарюкин В. П., Арсентьев М. О. Применение технологий распределенной генерации для питания нетяговых потребителей железных дорог // Вестн. ИрГТУ. – 2008. – №2. – С. 214–221.
14. Крюков А. В. Закарюкин В. П., Арсентьев М. О. Свойства и характеристики систем распределенной генерации для электроэнергетики железнодорожного транспорта // Энергосбережение: технологии, приборы, оборудование. – Иркутск, 2009. – С. 5–22.

УДК 519.142.1+512.643.8

Евсевлеева Лариса Геннадьевна,
к.х.н., доцент, зав. кафедрой «высшей математики»,
Ангарская государственная техническая академия
тел.: 8 908 651 2 397, 8(3955) 51-29-50, e-mail: cpk@myangarsk.ru
Кузьмин Олег Викторович,
д.ф-м.н., профессор, зав. кафедрой «теории вероятностей и дискретной математики»,
Иркутский государственный университет
тел.: 8 (3952) 24-22-26, 8 902 560 41 33, e-mail: quz@irk.ru; quzminov@mail.ru

СЛУЧАЙНЫЕ ГРАФЫ В ИЗУЧЕНИИ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ В УСЛОВИЯХ ПОТОКА

L.G. Evsevleeva, O.V. Kuzmin

RANDOM GRAPHS IN STUDYING CHEMICAL REACTIONS IN THE CONDITION OF FLOW

Аннотация. *К изучению случайных графов авторы обратились в связи с некоторыми прикладными вопросами, связанными с изучением динамики химических реакций, реализующихся в условиях потока. Подобные химические системы легко представить в виде случайного графа, вершины которого при t = 0 изолированные, а при t > 0 между вершинами случайным образом устанавливается связь, в результате чего граф становится связным с вероятностью*

$$P(A \mid t) = \sum_{n=1} (-1)^{n-1} (n-1)! \sum_{\{A\}_n} e^{-t\sum_{i}^{n} L(A_i)L(A_j)}.$$

Ключевые слова: случайные графы, динамика химических реакций, условия потока.

Abstract. *The authors began to study random graphs in connection with some applied problems related with studying dynamics of chemical reactions realizing in the condition of flow. It is easy to represent similar chemical systems as a random graph: graph nodes under t = 0 are isolated: under t > 0 a link is established between nodes in a random manner, consequently graph is related with probability*

$$P(A \mid t) = \sum_{n=1} (-1)^{n-1} (n-1)! \sum_{\{A\}_n} e^{-t\sum_{i}^{n} L(A_i)L(A_j)}.$$

Keywords: *random graphs, dynamic of chemical reactions, condition of flow.*

1. Проточно-инжекционные системы

Реализация химических реакций в условиях потока основана на вводе (инжекции) заданного количества вещества в создаваемый перистальтическим насосом неразрывный или, как часто говорят, несегментированный ламинарный поток носителя, содержащего необходимые для протекания реакции реагенты. Идею метода иллюстрирует рис. 1. На рис. 1а условно показан ввод пробы посредством дозирующего крана.

Инжектируемый образец образует в потоке носителя некую зону, границы которой контролируются в основном диффузией. Времени для этого достаточно, поскольку зона образца проходит смесительную спираль. Это приводит к некоторому размыванию, или, как говорят химики, дисперсии пробы. Детектор, в который поступает продукт реакции, непрерывно регистрирует свойство этого продукта. Это может быть потенциал индикаторного электрода или любое другое измеряемое физическое свойство (рис. 1б). Результат одного цикла регистрируется в виде характерного острого пика, причем высота пика пропорциональна концентрации образовавшегося вещества в потоке. Если объемную скорость поддерживать постоянной, чего нетрудно добиться, используя перистальтические насосы, то время нахождения пробы в проточной системе, то есть, в сущности, время протекания реакции, будет для всех проб практически одним и тем же.

Как видно из рис. 1, основные элементы проточной системы включают перистальтический насос, систему жидкостных коммуникаций, дозатор для ввода пробы, смесительную спираль, детектор и регистрирующее устройство.

Конструктивно заложенные в блочную структуру проточной системы возможности позволяют подбирать необходимую для решения

конкретной химической задачи конфигурацию (рис. 1в). Можно приспособить проточную систему для наилучшего проведения реакции, сделать ее двух- или трехканальной, добавив в конфигурацию системы механический смеситель, можно осуществлять титрование в потоке. В проточную систему можно включать устройства, выполняющие различные аналитические процедуры: ионный обмен, экстракцию и т. д. В случае, если реакция протекает медленно, ее можно осуществлять в условиях остановки потока носителя.

Для осуществления реакций в потоке необходима строгая воспроизводимость условий выполнения процесса – время нахождения пробы в проточной системе и постоянство гидродинамических условий в ней. С химической точки зрения важно, что в условиях потока реакция, как правило, не доходит до конца и детектирование осуществляется в стационарном состоянии. Стационарное состояние, достигаемое в системе, является одной из самых характерных особенностей этого метода, с точки зрения термодинамики неравновесных процессов, отличается минимальной скоростью производства внутренней энтропии системы $\frac{dS_i}{dt}$ – в отличие от равновесного состояния, когда скорость изменения энтропии равна нулю. Таким образом, знание величины этого теоретического параметра позволило бы охарактеризовать степень приближения стационарного состояния к равновесному и, следовательно, полноту протекания конкретной реакции. Таким образом, наличие стационарного состояния и сам факт осуществления реакции в потоке требуют привлечения переменной «время», которой не оперирует классическая химическая термодинамика.

При этом важно отметить, что время пребывания пробы в системе зависит от таких факторов, как скорость химической реакции, объем вводимой пробы, геометрия и конфигурации проточной системы, длина и внутренний диаметр смесительной спирали, объемная скорость потока.

При осуществлении химической реакции в условиях потока химико-аналитическая система проходит через ряд последовательных, возможно альтернативных состояний. Организованная таким образом проточная система может быть представлена в виде схемы маршрута, в котором точка «отправления» будет отвечать «инжектированию» пробы, а точка «прибытия» - детектированию аналитического сигнала по образующейся аналитической форме в условиях стационарного состояния. Указанные особенности проточных систем можно описать в математической форме, используя язык теории графов, в частности используя формализм случайных графов. Это позволит в одном уравнении связать воедино все разнородные процессы: химические, физические, информационные, протекающие в жидкостных и электронных коммуникациях системы и в измерительном устройстве.

Принципиально важно, что выбор пути от одной вершины к другой не имеет особого значения: разность между начальным и конечным состояниями системы не зависит от пути достижения последнего. Отметим, что этот формализм согласуется с логикой термодинамического описания химических реакций. Важно знать начальное и конечное состояние системы и принципы, лежащие в основе ее функционирования. Таким образом, методы теории графов не противоречат основам химической термодинамики и могут быть привнесены в математическое описание рассматриваемых реакций.

Выше уже упоминалось о том, что сложной химической реакции, реализующейся в условиях потока, невозможно однозначно приписать механизм реакции. А любая интерпретация механизма несовместима с целостным характером реакции. С другой стороны, при потере целостного характера может быть дана вероятностная интерпретация особенностей механизма; иными словами, можно определить наиболее вероятный путь реакции и, как следствие, оценить ее временные характеристики, а также степень протекания реакции. Это, в свою очередь, позволит управлять избирательностью и эффективностью всего химического процесса и априори оптимизировать его.

2. Связность случайных графов

Целью настоящей работы является получение явного выражения для вероятности связности случайного графа, позволяющего оценить момент времени, в который граф впервые становится связным, а химическая реакция, реализующаяся в условиях потока, достигает стационарного состояния.

Пусть G_m – полный граф без параллельных ребер и без петель с m вершинами. Если рассматривать случайный граф, то все его количественные характеристики становятся случайными величинами, законы распределения которых однозначно определяются законами образования графа [1].

Рассмотрим случайный граф $G_m(t)$, удовлетворяющий следующим условиям:

1) в начальный момент времени t = 0 все вершины изолированы;

2) с течением времени между вершинами случайным образом устанавливаются связи, в дальнейшем не исчезающие;

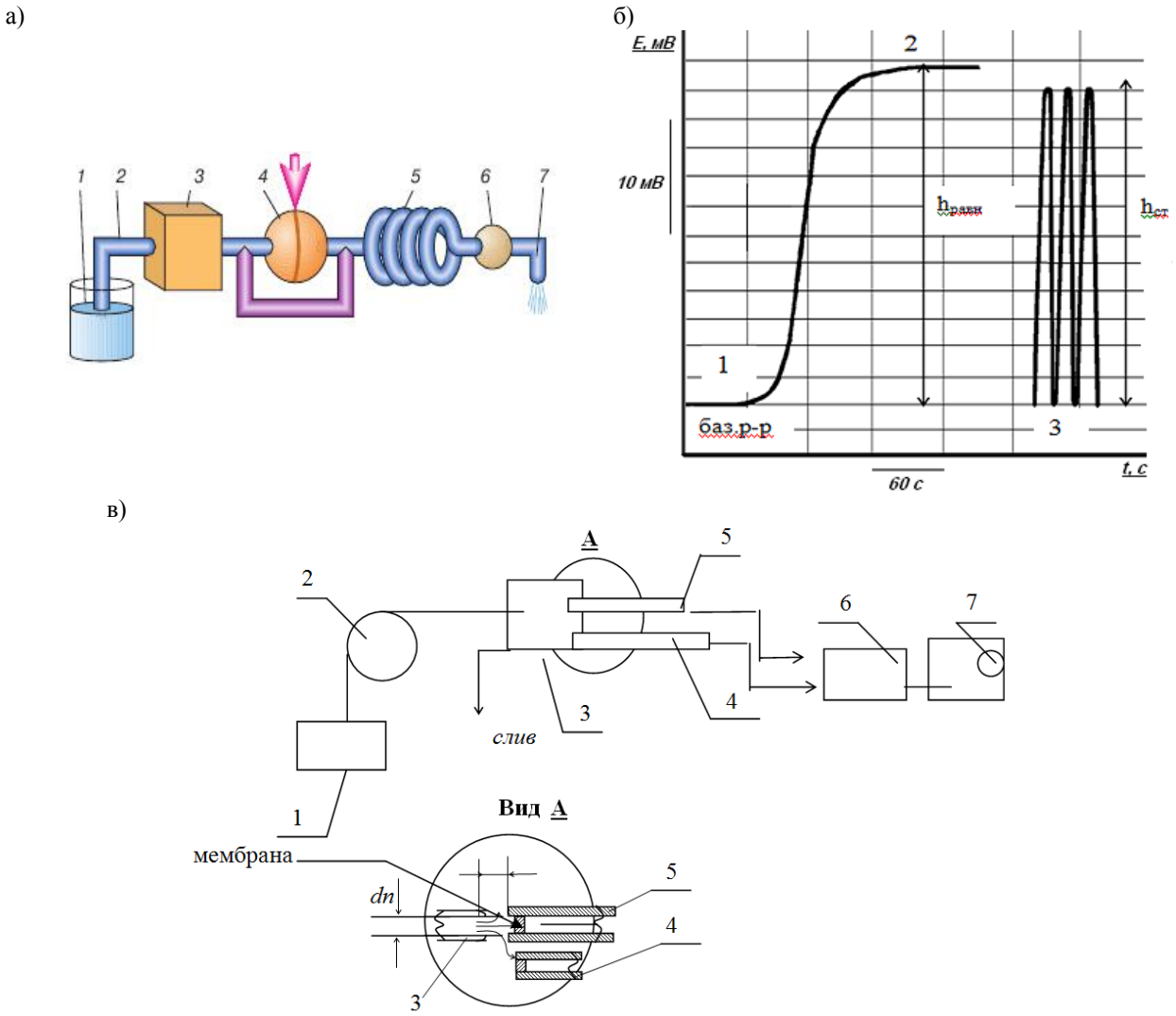


Рис. 1. Принципиальная схема проточной системы (а) и характер регистрируемых сигналов (б): 1 – раствор носителя и реагента; 2 – трубопровод; 3 - перистальтический насос; 4 – дозатор; 5 – смесительная реакционная спираль; 6 – детектор; 7 – слив; (в) схема с применением проточной ячейки: 1 – резервуар; 2 – насос; 3 – проточная ячейка; 4 – электрод сравнения; 5 – мембранный модуль; 6 – иономер; 7 – самописец

3) события, состоящие в установлении связи между любыми двумя вершинами, не зависят от других таких же событий;

4) если между какими-то двумя вершинами к моменту времени t связь не установлена, то вероятность того, что она появится в малом интервале времени от t до t + Δt, равна Δt + o(Δt).

Граф $G_m(t)$ можно определить как подграф графа G_m, получившийся путем случайного уничтожения ребер в G_m, так что каждое ребро независимо от других ребер уничтожается с вероятностью $q = e^{-t}$ и остается с вероятностью $p = 1- e^{-t}$. Параметр t здесь обозначает время, и смысл его введения состоит в том, что граф $G_m(t)$ можно представить развивающимся во времени.

Вероятность того, что граф $G_m(t)$ – связный, обозначим $P_m(t)$. Как функция от t вероятность $P_m(t)$ – непрерывная монотонная, такая что $P_m(0) = 0$ и $P_m(\infty) = 1$. С вероятностной точки зрения $P_m(t)$ есть функция распределения случайного момента времени τ_m, в который граф $G_m(t)$ впервые становится связным.

Пусть A – остов, тогда подграф графа $G_m(t)$, порожденный всеми вершинами A, обозначим как G(A|t). Пусть L(A) – мера, которая определяется своими значениями на вершинах (в данной работе имеется в виду степень вершин, или валентность) и является величиной аддитивной, то есть

$$L(A) = \sum_{\forall A_i \in A} L(A_i), \qquad (1)$$

Из перечисленных выше предположений о характере установления связей следует, что:

а) если остовы A и B не пересекаются, то случайные графы G(A|t) и G(B|t) независимы;

б) если остовы A и B не пересекаются, то вероятность того, что в момент t не будет ни одного ребра, идущего из A в B, равна $e^{-L(A)L(B)}$.

Таким образом, возникает задача об определении вероятности P(A|t) того, что граф G(A|t) будет связным.

Любой неупорядоченный отбор элементов $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ остова A отождествим со случайным событием, состоящим в том, что графы $G(A_1|t)$, $G(A_2|t)$,.. $G(A_n|t)$ являются компонентами случайного графа G(A|t). Произвольному отбору элементов отвечают несовместные события, и так как граф G(A|t) каким-то образом распадается на компоненты, система всех событий $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ – полная группа.

Обозначим вероятность связности случайно отобранных вершин $\{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ через $P(A_1, A_2, \ldots, A_n|t)$, полагая, что

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{\{A\}_n} P(A_1, A_2 \ldots A_n|t) = 1. \qquad (2)$$

Во внутренней сумме (2) суммирование проводится по всем неупорядоченным n- разбиениям, а суммирование по n фактически проводится до значения равного |A| = m.

Графы $G(A_i|t)$ (i = 1, 2, …, n) будут компонентами графа G(A|t), если:

1) Отсутствуют ребра, соединяющие между собой любые две вершины, принадлежащие различным компонентам. Вероятность этого определится как

$$\prod_{i<j} e^{-tL(A_i)L(A_j)} = e^{-t\sum_{i<j} L(A_i)L(A_j)}.$$

2) Каждый из графов $G(A_i|t)$ связный. Так как графы $G(A_i|t)$ независимые, то вероятность этого события равна $P(A_1|t)\,P(A_2|t)\ldots P(A_n|t)$.

События 1) и 2) независимые. Поэтому

$$P(A_1, A_2, .., A_n \mid t) = \\ = P(A_1 \mid t)\cdot P(A_2 \mid t)\ldots P(A_n \mid t)\cdot e^{-t\sum_{i<j} L(A_i)L(A_j)}. \qquad (3)$$

Так как функция L(A) – аддитивная и остовы A_i не пересекаются, то на основании (1) $L(A) = \sum_{i=1}^{n} L(A_i)$. Возведем обе части последнего равенства в квадрат:

$$L^2(A) = \sum_{i=1}^{n} L^2(A_i) + 2\sum_{i<j} L(A_i)L(A_j),$$

$$\sum_{i<j} L(A_i)L(A_j) = \frac{1}{2}L^2(A) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} L^2(A_i).$$

Подставив результат в (3), получим

$$P(A_1, A_2, .., A_n \mid t) = e^{-\frac{1}{2}tL^2(A)} \prod_{i=1}^{n} P(A_i \mid t)\cdot e^{\frac{1}{2}tL^2(A_i)}.$$

Учитывая (2), получаем:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{\{A\}_n}\sum_{i=1}^{n} e^{\frac{1}{2}tL^2(A_i)} P(A_i \mid t) = e^{\frac{1}{2}tL^2(A)}.$$

Используя формулу обращения Мебиуса (см. [2], с. 175, [3], с. 226), можно сразу записать явное выражение для $P_L(A|t)$:

$$P(A \mid t)e^{\frac{1}{2}tL^2(A)} = \sum_{n=1}(-1)^{n-1}(n-1)!\sum_{\{A\}_n} e^{t\sum_{i}^{n}\frac{1}{2}L^2(A_i)},$$

или

$$P(A \mid t) = e^{-\frac{1}{2}tL^2(A)}\sum_{n=1}(-1)^{n-1}(n-1)!\sum_{\{A\}_n} e^{t\sum_{i}^{n}\frac{1}{2}L^2(A_i)} =$$

$$= e^{-\frac{1}{2}tm^2}\sum_{n=1}(-1)^{n-1}(n-1)!\sum_{\{A\}_n} e^{-\frac{t}{2}\sum_{i}^{n}L^2(A_i)}. \qquad (4)$$

Сделаем несколько замечаний по поводу (4).

1) Ясно, что связность графа зависит от вершин малой интенсивности. Так, например, если одна из вершин имеет интенсивность существенно меньшую, чем остальные, то вполне возможно, что эта одна вершина будет оставаться долгое время изолированной, тогда как все остальные уже свяжутся между собой в одну компоненту. Возможно, что любая «достаточно малая» группа вершин не оказывает существенного влияния на связность графа G(A|t).

2) Вероятность P(A|t) при фиксированных L и A как функция от t представляет собой функцию распределения случайного момента времени τ, когда впервые все вершины остова A оказываются связанными в одну компоненту.

3) Схема применения (4) такова. Как только задана мера L(A) и остов A, из условия, что P(A|t) ограниченная функция, находится порядок величины t.

В качестве примера посмотрим, что дает полученное соотношение, когда интенсивности всех вершин равны 1. В этом случае мера L принимает на остове значение |A|, зависящее только от числа вершин остова A, но не от их спецификации.

Равенство (4) дает явное выражение вероятности $P_m(t)$. В рассматриваемом примере

$$L(A_m) = \sum_{i=1}^{m} 1 = m \text{ и}$$

$$p_m(t) = \sum_{i=1}^{m} e^{-t\sum_{i=1}^{m} L(Aj)L(A_i)} = me^{-tm}. \quad (5)$$

Далее будем использовать метод раскрутки (см. [4], с. 50), предложенный де Брейном.

Уравнение (4) можно представить в виде

$$t = \frac{\ln m}{m} - \frac{\ln p_m(t)}{m}. \quad (6)$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\ln p_m(t)}{m} = O\left(\frac{1}{m}\right),$$

$$t = \frac{\ln m}{m} + O\left(\frac{1}{m}\right). \quad (7)$$

Для дальнейшего улучшения результата уравнение (6) можно прологарифмировать и результат подставить в (6). Продолжая подобное «раскручивание», можно получить искомое приближение с любой степенью точности.

3. Вывод

Наша задача состояла в обеспечении простого способа оценки момента времени, в который химическая реакция, реализующаяся в условиях потока, достигнет стационарного состояния. Для этих целей была использована методология случайных графов. Все, что теперь требуется, – это использовать параметр «время» в термодинамических расчетах определения энтропии для принятия решения о степени завершения процесса.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Колчин В. Ф. Случайные графы. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 256 с.
2. Стенли Р. Перечислительная комбинаторика. – М. : Мир, 1990. – 440 с.
3. Эндрюс Г. Теория разбиений. – М. : Наука, 1982. – 256 с.
4. Грин Д, Кнут Д. Математические методы анализа алгоритмов. – М. : Мир, 1987. – 120 с.

УДК 541.138.2

Богданова Светлана Николаевна,
ст. преподаватель, Ангарская государственная техническая академия, тел.: (395) 555093, e-mail: cps@agta.irmail.ru
Истомина Наталия Владимировна,
д.х.н., доцент, зав. кафедрой «технология электрохимических производств», Ангарская государственная техническая академия, тел.: (395)676486, e-mail: cps@agta.irmail.ru
Корчевин Николай Алексеевич,
д.х.н., профессор, зав. кафедрой «Химия», Иркутский государственный университет путей сообщения, тел: (395)316641

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОДУГОВОГО ОКСИДИРОВАНИЯ АЛЮМИНИЯ

S.N. Bogdanova, N.V. Istomina, N.A. Korchevin

MATHEMATICAL MODELLING OF ALUMINIUM MICRO-ARC OXIDIZING

Аннотация. *Описано формирование оксидного покрытия методом МДО на алюминии в растворах различных электролитов и определение возможности использования данных покрытий в качестве защиты.*

Ключевые слова: *микродуговое оксидирование, анодная пленка, защита от коррозии.*

Abstract. *The formation of oxidant coating with ANOF – method based on aluminium in the solutions of different electrolytes and the definition of the coating use as the corrosion protection is described.*

Keywords: *micro-arc oxidation, anodic film, corrosion protection.*

Микродуговое оксидирование (МДО) – это электрохимический процесс, который протекает при высокой напряженности электрического поля и сопровождается образованием микроплазмы и микрообластей с высоким давлением за счет образующихся газов, что приводит к протеканию высокотемпературных химических превращений и транспорту веществ в дуге. Микродуговое оксиди-

рование позволяет получать многофункциональные керамоподобные покрытия с широким комплексом свойств, в том числе износостойкие, коррозионностойкие, теплостойкие, электроизоляционные покрытия.

Отличительной особенностью микродугового оксидирования является участие в процессе формирования покрытия поверхностных микроразрядов, оказывающих весьма существенное и специфическое воздействие на формирующееся покрытие и электролит, в результате чего состав и структура получаемых оксидных слоев существенно отличаются, а свойства значительно выше в сравнении с обычными анодными пленками. Другими положительными отличительными чертами процесса МДО являются его экологичность, относительная универсальность подготовки обрабатываемой поверхности перед процессом покрытия.

Целью работы являлось формирование оксидных покрытий методом микродугового оксидирования на алюминии в растворах различных электролитов и определение возможности использования данных покрытий в качестве защиты от коррозии.

Образцы алюминия марки АДО в виде проволоки (d = 1 мм, видимая поверхность h = 3 см, остальная покрыта изоляцией) перед формированием покрытия обезжиривали этиловым спиртом и сушили на воздухе. Противоэлектрод изготовлен из листового алюминия с площадью, в 50 раз превышающей площадь рабочего электрода. Электролиты готовили на дистиллированной воде из реактивов марки «ч.д.а.», «х.ч.». Процесс электролиза проводили в потенциостатическом режиме в сосуде из термостойкого стекла емкостью 250 мл, охлаждение осуществляли с помощью водяной рубашки водопроводной водой. После оксидирования образцы промывали дистиллированной водой и сушили на воздухе.

Напряжение на ячейке плавно меняли от 0 до 500 В. Изменения напряжения регистрировали с помощью блока питания В7–35, а изменение силы тока – вольтметром универсальным В7–21А.

Величину напряжения искрения оценивали по появлению первых визуально наблюдаемых искр на поверхности анода.

Поиск оптимального режима начинали с исследования зависимости плотности тока от напряжения. Эта зависимость, также называемая вольтамперной характеристикой, состоит из четырех стадий. На первой стадии формируется диэлектрическая пленка, затем происходит доискровое анодирование. Переход ко второй стадии связан с возникновением микропробоев, возникающих в пленке (стадия искровых разрядов). Третья стадия – стадия собственно микродуговых разрядов. Уже в области напряжений выше 400 В рост покрытий продолжается, но ухудшается его качество в результате мощных искровых пробоев. Последняя, четвертая стадия соответствует области дуговых разрядов, которые приводят к разрушению пленки.

В интервале от 250 до 400 В идет режим микродуговых разрядов, в котором формируются заданные покрытия. Далее в установленном интервале напряжений варьированием времени электролиза получали образцы и исследовали их свойства. Время электролиза составило 12–20 минут. Продолжительность испытаний устанавливали в зависимости от толщины полученных оксидных покрытий. Толщину покрытия определяли как разность толщины образца до и после опыта, используя микрометр.

В процессе исследований, изменяя режим процесса МДО, проведя более 90 опытов и используя 70 серий электролитов, вывели оптимальные режимы ведения МДО и наилучшие концентрации компонентов, при которых образовавшиеся покрытия удовлетворяли требованиям по коррозионной стойкости.

Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что в различных электролитах образуются несколько различных модификаций оксида алюминия, а также аморфных включений, несмотря на то, что при пробоях, сопровождающихся высокой температурой и перепадами давления, следует ожидать формирование оксида в одной, более устойчивой модификации, обладающей более высокой термодинамической стабильностью. В целом, все модификации оксидов вентильных металлов обладают различными физико-химическими, механическими, коррозионными и другими свойствами.

Коррозионная стойкость оксидного покрытия определяется химической инертностью самого покрытия, его равномерностью и сквозной пористостью. В процессе МДО на границе раздела «электрод – раствор» на поверхности металла возникают локальные микроплазменные разряды. Под их воздействием происходят формирование и изменение структуры образованной оксидной пленки. Как правило, в местах искрения на поверхности образуются поры. Электрофизические параметры оксидов, полученных при анодировании в потенциостатическом режиме (однородность, электрическое сопротивление и др.), высоки. Данным методом можно получать оксиды зна-

чительной толщины и микротвердости за короткий промежуток времени. В результате сформированные оксидные покрытия обладают различной пористостью и толщиной, которая зависит от времени формирования.

Наблюдаемое увеличение толщины анодного покрытия и веса образцов характеризуется наличием оксидных пленок, которые имеют хорошую адгезию к основному металлу. Время микродуговой обработки оказывает влияние на пористость оксидного покрытия. Результаты рентгенофазового анализа (РФА) показали, что формируются кристаллические включения и высокотемпературные модификации оксидов и шпинелей, что свидетельствует о прочности полученных покрытий.

На рис. 1 показана зависимость толщины покрытия от времени электролиза.

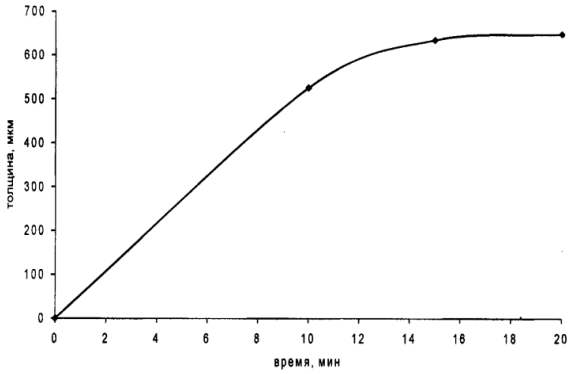


Рис. 1. Зависимость толщины покрытия от времени электролиза

Для изучения антикоррозионных свойств полученные анодные покрытия выдерживали в течение различных промежутков времени в 3 % растворе NaCl и изучали потенциостатически. Для построения поляризационных кривых использовали математически обработанные показания потенциостата при различных плотностях тока. Показания снимали для образцов из чистого алюминия, а также для всех образцов после коррозионных испытаний. Поляризационные кривые на рис. 2 показывают, что коррозионные характеристики анодно-искрового покрытия, полученного с добавлением хрома, улучшаются (снижается величина тока коррозии), следовательно, повышаются защитные свойства.

Таким образом, установлено, что наиболее толстые (до 600 мкм), коррозионностойкие оксидные пленки образуются при микродуговом оксидировании алюминия из электролита, состоящего из жидкого натриевого стекла с минимальным содержанием хромового ангидрида.

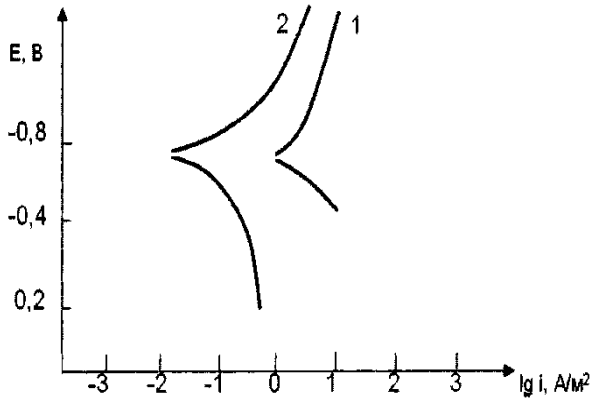


Рис. 2. Потенциостатические поляризационные кривые: 1 – анодная пленка, 2 – МДО–покрытие

Результаты испытаний образцов на общую коррозию представлены в табл. 1.

Таблица 1

Образец	Без покрытий	Анодная пленка	МДО
Потеря массы, $г \cdot м^2 \cdot ч^{-1}$	0,112	0,108	0,049

Из таблицы видно, что потеря массы МДО-покрытия уменьшается в 2 раза по сравнению с анодным покрытием, полученным в стандартном сернокислом электролите.

Для оценки коррозионных свойств полученных покрытий по ГОСТ 9.302-88 и 9.031-74 «Единая система защиты от коррозии и старения» были использованы методы, основанные на разрушении оксидных покрытий под действием испытываемых растворов. В одном случае при проведении контроля защитных свойств оксидных покрытий использовали техническую воду, в другом образцы с покрытием погружали в испытываемый раствор с добавкой ингибитора фирмы «Колтек». Продолжительность испытаний устанавливали в зависимости от толщины полученных оксидных покрытий. Испытания проводили при комнатной температуре и длительности эксперимента 1 сутки, 10 и 30 суток. Выдержка образцов с покрытием в технической воде с ингибитором составила 30 суток. Контроль за состоянием образцов с покрытием осуществляли визуальным осмотром и взвешиванием. Для определения значения толщины полученных оксидных покрытий после коррозионного воздействия применяли толщиномер.

Критериями разрушения оксидных покрытий согласно ГОСТу считали [4, 5]:

1) появление очагов коррозии на поверхности покрытия;

2) изменение цвета испытываемого раствора.

Результаты испытаний были обработаны в пакете Statgraphics Plus. Получены регрессионные уравнения, позволяющие прогнозировать потенциал напряжения на аноде (P < 0) и катоде (P > 0) в зависимости от значения плотности тока (i) и толщины полученных оксидных покрытий:

Толщина пленки 400 мкм:

для P < 0 P = 0,217106 – 0,275559 ℓg i; (1)

для P > 0 P = − 7,5398 + 1,5831 ℓg i. (2)

Толщина пленки 450 мкм:

для P < 0 P = 0,239798 − 0,272943 ℓg i; (3)

для P > 0 P = − 1,59769 + 0,368739 ℓg i. (4)

Толщина пленки 500 мкм:

для P < 0 P = 0,27159 – 0,195812 ℓg i; (5)

для P > 0 P = − 1,84642 + 0472263 ℓg i. (6)

Толщина пленки 550 мкм:

для P < 0 P = 0,17596 — 0,208781ℓg i; (7)

для P > 0 P = − 3,80156 + 0,803223 ℓg i. (8)

Толщина пленки 600 мкм:

для P < 0 P = 0,160988− 0,226411ℓg i; (9)

для P > 0 P = −0,20655 + 0,331221ℓg i. (10)

Статистические критерии адекватности полученных регрессионных зависимостей приведены в табл. 2.

На основании полученных данных показана возможность получения практически равномерных покрытий по всей поверхности образцов, время микродуговой обработки для формирования покрытия необходимой толщины составило 15 мин.

Проведенные исследования показали, что защитный эффект образцов в оборотной воде с содержанием ингибитора составил более 80 %, что дает возможность использования данных покрытий в качестве защиты. Достоинство оксидных слоев, формируемых микродуговым оксидированием на алюминии и его сплавах, способствует применению МДО-покрытий в различных отраслях промышленности.

Таблица 2

Критерии адекватности регрессионных зависимостей

Номер формулы	Объем выработки	Коэффициент детерминации, %	Критерий Дарбина-Уотсона	Среднеквадратическая ошибка	Средняя абсолютная ошибка
1	15	86,5	0,87	0,24	0,14
2	11	94,11	2,17	0,12	1,18
3	12	85,28	1,82	0,25	0,14
4	21	89,42	0,74	0,08	0,06
5	13	90,55	0,3	0,12	0,1
6	19	82,63	0,18	0,14	0,12
7	14	99,02	1,08	0,05	0,03
8	13	91,6	0,3	0,12	0,1
9	12	93,45	1,33	0,12	0,16
10	11	96,73	0,7	0,14	0,01

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Белеванцев В. И. Микроплазменные электрохимические процессы // Защита металлов. – 1998. – Т. 34, № 5. – С. 469–484.
2. Черненко В. И., Снежко Л. А., Папанова И. И. Получение покрытий анодно-искровым электролизом. – Л. : Химия, 1991.
3. Аверьянов Е. Е. Справочник по анодированию. – М. : Машиностроение, 1988.
4. Жук Н. П. Курс теории коррозии и защиты металлов. – М. : Металлургия, 1976.
5. Семенова Н. В., Флорианович Г. М., Хорошилов А. В. Коррозия и защита от коррозии / под ред. Н. В. Семеновой. – М. : Физматлит, 2002. – 336 с.

УДК 621.681.3

Сартаков Валерий Дмитриевич,
профессор кафедры электропривода и электрического транспорта
Иркутского государственного технического университета, тел.: (3952) 41-01-60, e-mail: valery_41@mail.ru
Пидченко Дмитрий Сергеевич,
аспирант кафедры электропривода и электрического транспорта
Иркутского государственного технического университета, тел.: 8-914-887-07-39, e-mail: d.pidchenko@sibron.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ СИНТЕЗА СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОПРИВОДА ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ

V.D. Sartakov, D.S. Pidchenko

RESEARCH OF ALGORITHM FOR ELECTRIC DRIVE SYSTEM SYNTHESIS WITH NUMERICAL METHODS

Аннотация. *В статье рассматриваются проблемы, связанные с реализацией функционального синтеза систем управления электроприводами с применением численных методов. Авторами разработаны математические модели для синтеза систем электропривода. Показаны особенности применения этих моделей. Приведены результаты синтеза для двух методов и выполнен их анализ.*

Ключевые слова*: синтез, система электропривода, структурная схема, инверсные уравнения.*

Abstract. *Problems associated with the implementation of a functional synthesis control systems of electric drive using numerical methods are considered in the article. Mathematical models for the synthesis of electrical drive system are designed by the authors. Some features of these models are shown in this work. Synthesis results for the two methods are given in the article and performed their analysis.*

Keywords: *synthesis, system of electric drive, block diagram, inverse equation.*

Функциональный синтез системы электропривода (СЭП) численными методами фактически осуществляется путем реализации инверсных уравнений [2, 3]. Инверсные уравнения для звеньев структурной схемы СЭП составляют на основе «прямых» уравнений для этих же звеньев. Примеры разработки инверсных уравнений для разомкнутых СЭП и систем электропривода с обратной связью с использованием численного метода А.В. Башарина (без итераций) приведены в [1, 3, 5].

При проектировании СЭП решаются два типа задач: задачи синтеза и задачи анализа. Как правило, при анализе системы осуществляется ее моделирование. Структурная схема (СС) системы электропривода, являющаяся одной из форм представления математической модели системы автоматического управления (САУ), служит основой для моделирования. Другая форма представления математической модели (ММ) системы – это уравнения состояния, которые связаны со структурной схемой.

Структурная схема изображается так, чтобы управляющее воздействие находилось в левой части чертежа. Тогда условно можно считать, что при моделировании процесс реализуется сначала для звена СС, изображенного в левой части, а далее для других звеньев, находящихся правее, т. е. решение задачи осуществляется «слева направо» [2, 3]. Процесс составления инверсных уравнений при функциональном синтезе начинается с крайнего правого звена структурной схемы системы (ССС) и продолжается для других звеньев, расположенных на изображении СС левее, т. е. задача решается в направлении «справа налево» [2, 3].

При составлении инверсных уравнений исходным материалом служит ССС, которая модифицируется в детализированную структурную схему системы (ДССС), состоящую только из типовых динамических звеньев (пропорционального, дифференцирующего и интегрирующего), узлов сравнения (сумматоров) и нелинейных звень-

ев. Для этого все «сложные» динамические звенья ССС, такие как апериодическое, колебательное и др., заменяются эквивалентными структурами, состоящими только из пропорциональных, дифференцирующих и интегрирующих звеньев. Таким образом, представляя систему электропривода в виде пропорциональных, дифференцирующих и интегрирующих звеньев, можно использовать для решения задач математические операции умножения (деления), дифференцирования и интегрирования.

В работе [1] была рассмотрена задача функционального синтеза разомкнутой системы электропривода (СЭП) при управлении пуском (рис. 1).

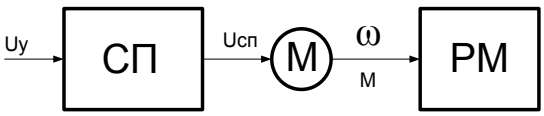


Рис. 1. Блок-схема разомкнутой СЭП

При решении задачи была использована структурная схема модели СЭП (рис. 2) и на ее основе получены по методу А.В. Башарина (без итераций) [2,3] инверсные уравнения (1, 2, 3, 4) для определения момента двигателя M_K, тока якоря i_K, напряжения силового преобразователя $U_{СП_K}$ и $U_{У\,k}$ на «**К**» шаге при реализации функционального синтеза.

$$M_K = 2 \cdot M_C - M_{K-1} + \frac{2 \cdot \Delta\omega_K \cdot J}{\Delta t}. \qquad (1)$$

$$i_K = 2 \cdot \frac{M_C}{c} - i_{K-1} + \frac{2 \cdot \Delta\omega_K \cdot J}{\Delta t \cdot c}. \qquad (2)$$

$$U_{СП_K} = \frac{2 \cdot L_Я \cdot \Delta i_K}{\Delta t} + 2 \cdot i_{K-1} \cdot R_Я + 2 \cdot c \cdot \omega_{K-1} - U_{СП_{Л-1}}. \qquad (3)$$

$$U_{У_K} = \frac{2 \cdot \Delta U_{СП_K} \cdot T_{СП}}{\Delta t \cdot K_{СП}} - \frac{2 \cdot U_{СП_{K-1}}}{\Delta t \cdot K_{СП}} - U_{У_{K-1}}. \qquad (4)$$

Наряду с методом А.В. Башарина (без итераций) для составления инверсных уравнений может быть применен классический параллельный метод Эйлера.

При выводе инверсных уравнений классическим методом были использованы уравнения состояния, подготовленные для звеньев детализированной структурной схемы разомкнутой СЭП (рис. 2).

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} \cdot (c \cdot i - M_C). \qquad (5)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L_Я} \cdot (U_{СП} - i \cdot R_Я - c \cdot \omega). \qquad (6)$$

Нелинейная зависимость $U_{СП} = \varphi(\mathrm{U}'_{\mathrm{У}})$.

$$\frac{dU'_{\mathrm{У}}}{dt} = \frac{1}{T_{СП}} \cdot (K_{СП} \cdot U_У - U'_{\mathrm{У}}), \qquad (7)$$

где $T_{СП}$ – постоянная времени силового преобразователя;

$K_{СП}$ – коэффициент передачи силового преобразователя на первом линейном участке его характеристики;

i – ток якоря ДПТ с независимым возбуждением;

$L_Я$, $R_Я$, c – индуктивность, сопротивление якоря и постоянная ДПТ;

J – момент инерции механической части СЭП;

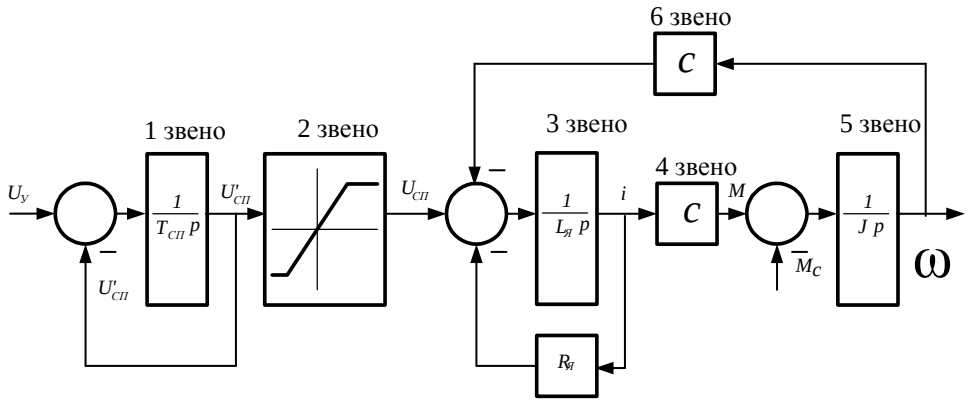


Рис. 2. Детализированная структурная схема разомкнутой СЭП

M_C – момент нагрузки ДПТ. В работе принято, что M_C = const.

Инверсное уравнение для M_K в классическом методе составлено на основе уравнения (5) с использованием численного метода Эйлера.

$$M_k = \frac{\Delta\omega_k \cdot J}{\Delta t} + M_C, \qquad (8)$$

где Δt – шаг синтеза.

Приращение скорости определяется по формуле $\Delta\omega_K = \omega_K - \omega_{K-1}$.

ω_K *и* ω_{K-1} – значения скорости ЭП на «**К**» и «**К–1**» шаге синтеза, определяемые при табличном задании зависимости скорости $\omega = \varphi(t)$ с применением интерполяции.

Выражение для тока i_K определяется при делении M_K на значение постоянной двигателя c.

$$i_k = \frac{\Delta\omega_k \cdot J}{\Delta t \cdot c} + M_C \cdot \frac{1}{c}, \qquad (9)$$

где $\Delta i_K = i_K - i_{K-1}$.

Инверсное уравнение для $U_{СП_K}$ в классическом методе получено на основе уравнения (6).

$$U_{СП_K} = \frac{T_Я \cdot \Delta i_K}{\Delta t \cdot R_Я} + i_K \cdot R_Я + c \cdot \omega_K, \qquad (10)$$

Силовой преобразователь (СП) обладает нелинейной характеристикой $U_{СП} = \varphi(U'_У)$, которая может быть задана в табличной форме. Значения $U'_У$ определяются по зависимости $U_{СП} = \varphi(U'_У)$ с применением интерполяции. Силовой преобразователь также характеризуется динамическими свойствами, которые представлены апериодическим звеном, соединенным последовательно с нелинейным звеном с характеристикой $U_{СП} = \varphi(U'_У)$.

Инверсное уравнение для $U_{У_K}$ выведено при использовании формулы (7).

$$U_{У_K} = \frac{\Delta U'_{У_K} \cdot T_{СП}}{\Delta t} + U'_{У_K}. \qquad (11)$$

Приращение $\Delta U'_{У_K}$ определяется по формуле $\Delta U'_{У_K} = U'_{У_K} - U'_{У_{K-1}}$.

Для сравнения результатов синтеза по классическому методу и по последовательному методу А.В. Башарина (без итераций) была составлена программа синтеза на языке, принятом в программном пакете Matlab с использованием М-файлов, по алгоритму, представленному в [1]. При исследовании методов синтеза приняты несколько вариантов заданных зависимостей скорости от времени $\omega = \varphi(t)$. Среди них линейная, экспоненциальная, синусоидальная и параболическая зависимости.

На рис. 3 и 4 в качестве примера приведены графики желаемой зависимости скорости от времени $\omega = \varphi(t)$ при изменении t в пределах от 0 до 0,6 с для экспоненциального и параболического законов соответственно. График экспоненциальной зависимости $\omega = \varphi(t)$ таблично формируется с помощью двух массивов для скоростей ω, состыкованных при $t = 0,4$ с. Первый массив определяет экспоненциальный характер зависимости скорости от времени $\omega = \varphi(t)$ для $0 \le t \le 0.4$ с ($\omega = 50 \cdot (1 - e^{-25t})$), а второй формирует линейную зависимость $\omega = 50 \cdot (1 - e^{-10})$ рад/с в интервале от 0,4 до 0,6 с ($0,4 \le t \le 0,6$).

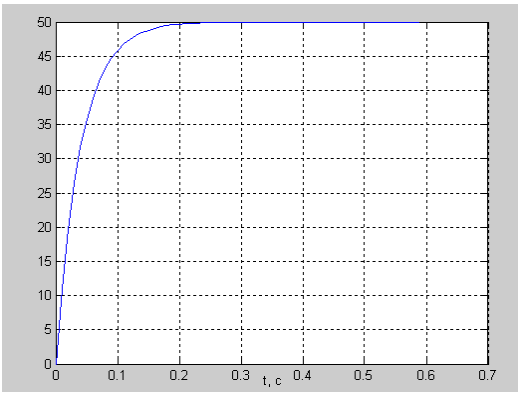


Рис. 3. Экспоненциальная зависимость скорости от времени $\omega = \varphi(t)$

Формирование зависимости скорости от времени $\omega = \varphi(t)$ в виде двух участков реализуется следующим фрагментом программы, представленным в виде М-файла.

```
t1=0:0.0001:0.4;
w=50*(1-exp(-25*t1));
t1=[t1 0.41:0.19:0.6];
w=[w 50*(1-exp([-25*0.4 -25*0.4]))].
```

Постоянная времени T_C экспоненциального участка заданной зависимости скорости $\omega = \varphi(t)$ равна 0,04 с. Таким образом, практический переход к участку постоянной скорости осуществляется за время, равное $(3 \div 5)T_C$, и составляет примерно 0,2 с.

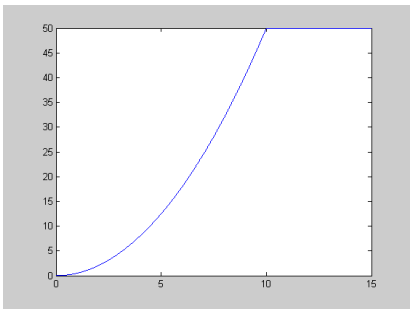


Рис. 4. Параболическая зависимость скорости от времени $\omega = \varphi(t)$

Для корректного представления графиков при расчетах с применением М-файлов (Matlab) необходимо, чтобы шаг синтеза Δt был больше или равен шагу ΔT между узлами функций, заданных графически (или таблично), т. е. $\Delta t \geq \Delta T$. Это связано с тем, что при синтезе, в отличие от моделирования, применяемого при анализе СЭП, используется операция дифференцирования функций и согласуется с рекомендациями, приведенными в [3].

При исследовании системы СЭП были приняты следующие параметры.

Шаг синтеза Δt =0,001 с.

Постоянная времени $T_Я$ цепи якоря при исследовании варьировалась в пределах от 0,01 до 0,15 с.

Коэффициент передачи двигателя $K_{ДВ} = \frac{1}{R_Я}$ равен 15.

Коэффициент передачи $K_{СП}$ силового преобразователя на линейном нарастающем участке его нелинейной характеристики принят равным 20.

Постоянная времени $T_{СП}$ силового преобразователя при расчетах изменялась в пределах от 0,01 до 0,05 с.

Нелинейная характеристика (рис. 5) реализуется следующим фрагментом программы, представленным в виде М-файла.

uy1=[-20000 -10 0 10 20000];

usp1=[-200.1 -200 0 200 200.1].

Момент нагрузки принят активным и равным 100 Нм. Момент инерции системы электропривода при исследовании варьировался в пределах от 1 до 10. Постоянная двигателя равна 2 Вс/рад. Конечное время синтеза ограничено значением 0,6 с, что связано с максимальным временем при задании зависимости скорости $\omega = \varphi(t)$.

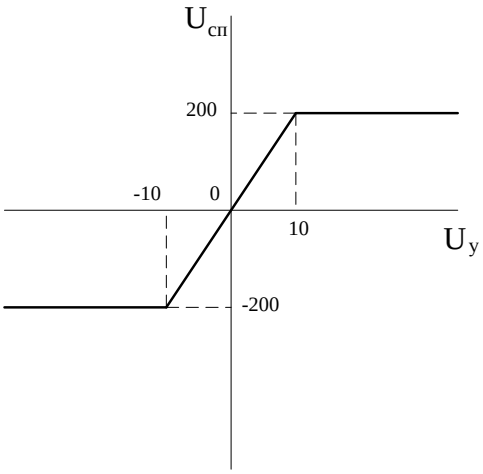


Рис. 5. Нелинейная характеристика управления силового преобразователя $U_{СП} = \varphi(U_У)$

При исследовании синтеза СЭП по численному методу А.В. Башарина (без итераций) были получены результаты, которые могут быть оценены как «расходящиеся» (рис. 6).

При исследовании синтеза по классическому численному методу результаты для звеньев СЭП и в целом для системы электропривода по характеру и по точности соответствуют результатам, полученным в аналитической форме.

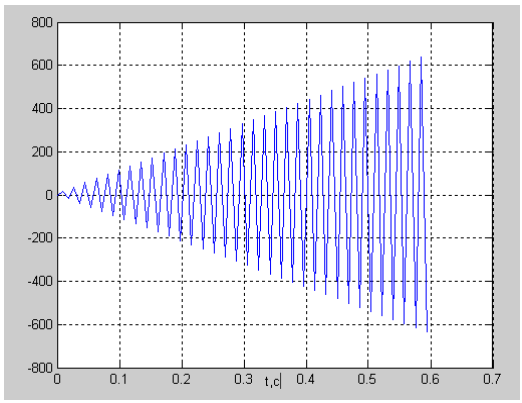


Рис. 6. Зависимость напряжения управления силового преобразователя от времени $u_У = \varphi(t)$ при использовании численного метода А.В. Башарина

Задачи синтеза системы электропривода (СЭП) отличаются от задач анализа неоднозначными решениями. Кроме того, трудности решения задач синтеза значительно выше, так как при их реализации используются операции дифференцирования функций [2, 3]. Для исследования этих проблем был рассмотрен функциональный синтез разомкнутой СЭП с записью временных зависимостей входных сигналов для каждого звена системы.

С целью анализа результатов синтеза было составлено несколько программ синтеза в пакете Matlab с использованием М-файлов. В каждой программе в качестве заданной (желаемой) зависимости скорости от времени $\omega = \varphi(\mathrm{t})$ использовался один из возможных вариантов, среди них: линейная, экспоненциальная, синусоидальная и параболическая зависимости. Алгоритмы при разработке программ базируются на инверсных уравнениях звеньев (8)–(11), использующих численный метод Эйлера.

По результатам расчета были получены для всех вариантов желаемых законов изменения скорости от времени зависимости моментов двигателя, напряжения силового преобразователя и зависимости напряжения задания СЭП $\mathrm{U_Y} = \varphi(\mathrm{t})$. На рис. 7 и 8 в качестве примера представлены зависимости $M = \varphi(\mathrm{t})$ для экспоненциального и параболического законов зависимостей скоростей СЭП соответственно. Синтез был проведен при следующих значениях параметров: $\Delta\mathrm{t}$ = 0.001 с; J = 2 $кг \cdot м^2$; $M_C = 100$ $Н \cdot м$.

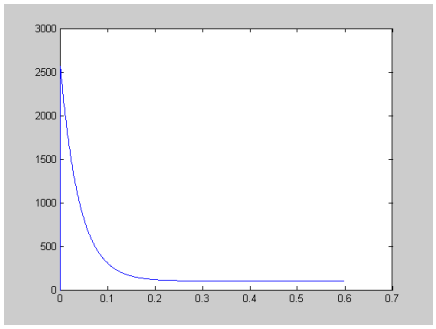


Рис. 7. Зависимость момента от времени $M = \varphi(\mathrm{t})$ для экспоненциальной зависимости скорости СЭП

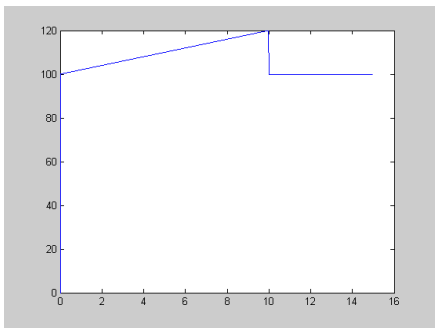


Рис. 8. Зависимость момента от времени $M = \varphi(\mathrm{t})$ для параболической зависимости скорости СЭП

На рис. 9 и 10 представлены зависимости $\mathrm{U_Y} = \varphi(\mathrm{t})$ для указанных выше заданных зависимостей скоростей СЭП.

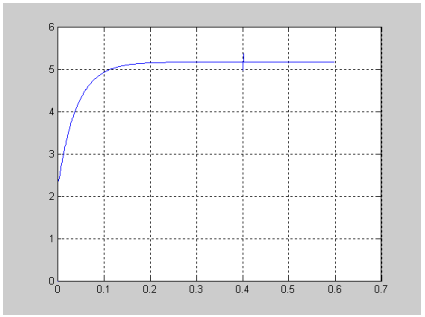


Рис. 9. Зависимость напряжения задания СЭП от времени $\mathrm{U_Y} = \varphi(\mathrm{t})$ для экспоненциальной зависимости скорости СЭП

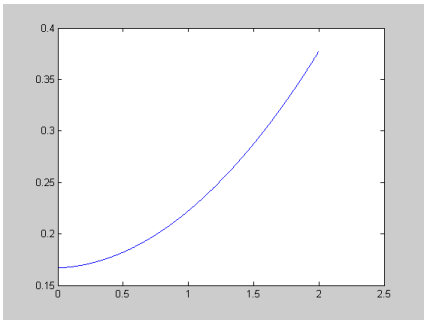


Рис. 10. Зависимость напряжения задания СЭП от времени $\mathrm{U_Y} = \varphi(\mathrm{t})$ для параболической зависимости скорости СЭП

Заданные графики скоростей СЭП представлены в виде аналитических зависимостей. Линейный график скорости от времени $\omega = \varphi(\mathrm{t})$ представлен зависимостью $\omega = 108{,}57 \cdot \mathrm{t}$, экспоненциальный график представлен зависимостью $\omega = 50 \cdot (1 - \mathrm{e}^{-25t})$, синусоидальный график представлен зависимостью $\omega = 50 \cdot \sin(3{,}925 \cdot \mathrm{t})$, параболический график представлен зависимостью $\omega = 0{,}5 \cdot \mathrm{t}^2$. Это позволяет некоторые операции синтеза выполнить в аналитической форме.

Выражение для момента двигателя определяется по формуле $M = \mathrm{J} \cdot \dfrac{\mathrm{d}\omega}{dt} + M_C$. Дифференцирование зависимости скорости для линейно нарастающего участка графика $\omega = \varphi(\mathrm{t})$ приводит к следующей зависимости $M = \varphi(\mathrm{t})$. $M = 208{,}57$ $Н \cdot м$ = const, а для участка постоянной скорости $M = 208{,}57$ $Н \cdot м$, что соответствует результатам численного синтеза (рис. 10).

Для экспоненциального графика $\omega = \varphi(t)$ получим $M = 2500 \cdot e^{-25 \cdot t} + 100$, что совпадает с результатами численного синтеза (рис. 7). Синусоидальная зависимость $\omega = \varphi(t)$ позволяет получить следующее выражение для момента двигателя, которое хорошо согласуется с синтезом. $M = 392{,}5 \cdot \cos(3{,}925 \cdot t) + 100$. Для параболической зависимости скорости СЭП полученное выражение для момента двигателя $M = 2 \cdot t + 100$ также совпадает с результатами численного синтеза (рис. 8).

Для напряжения цепи якоря может быть получено аналитическое уравнение $U_{СП} = \frac{T_Я}{R_Я \cdot c} \cdot \frac{dM}{dt} + \frac{M}{c} \cdot R_Я + c \cdot \omega$, что позволяет подставить в него выражения $\omega(t)$ и $M(t)$ для заданных графиков скоростей СЭП.

С практической точки зрения решение задачи синтеза сложнее по сравнению с задачами анализа. При анализе СЭП в процессе цифрового моделирования, независимо от того, в какой форме представлена ММ САУ, решается система дифференциальных уравнений состояния. Известно, что общим методом решения дифференциальных уравнений является их интегрирование. В математических программных пакетах (например, Matlab) этот процесс реализуется на основе численных методов интегрирования дифференциальных уравнений. В процессе интегрирования все возникающие «сигналы-помехи» сглаживаются, и их влияние на результаты моделирования незначительно. При использовании численных методов синтеза приходится в отличие от задач анализа применять другую математическую операцию – дифференцирование. В этом случае влияние «сигналов- помех» усиливается во много раз.

В данной работе делается попытка использования пакета Simulink для решения задач функционального синтеза СЭП, исследования инверсных структур и анализа полученных результатов. Первым звеном ССС, которое подвергается синтезу, является звено, которое характеризует процесс в механической части СЭП (рис. 2).

Из уравнения (5) можно получить инверсное уравнение для механической части СЭП в операторной форме.

$$M = J \cdot p \cdot \omega + M_C . \qquad (12)$$

Уравнению (12) соответствует следующая инверсная структура (рис. 11).

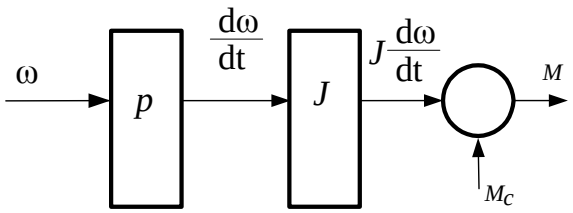


Рис. 11. Инверсная структурная схема механической части СЭП

По инверсной структуре составлена программа расчета в программном пакете Simulink (Matlab) (рис. 12). На первом этапе при исследовании метода синтеза механической части СЭП в пакете Simulink принят вариант заданной линейной зависимости скорости от времени $\omega = \varphi(t)$, состоящий из двух линейных участков.

Для моделирования заданной зависимости скорости от времени $\omega = \varphi(t)$ использованы блок «Ramp» (линейное нарастание) и блок «Насыщение» из библиотек Simulink.

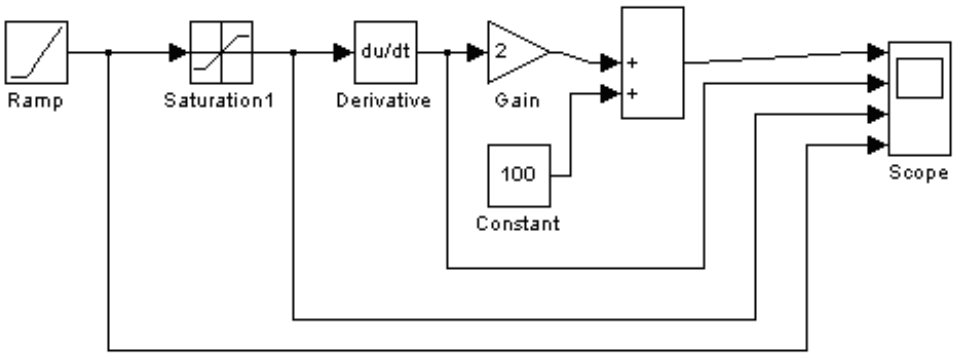


Рис. 12. Программа исследования инверсной структурной схемы механической части СЭП (J = 2; M_C = 100 Нм)

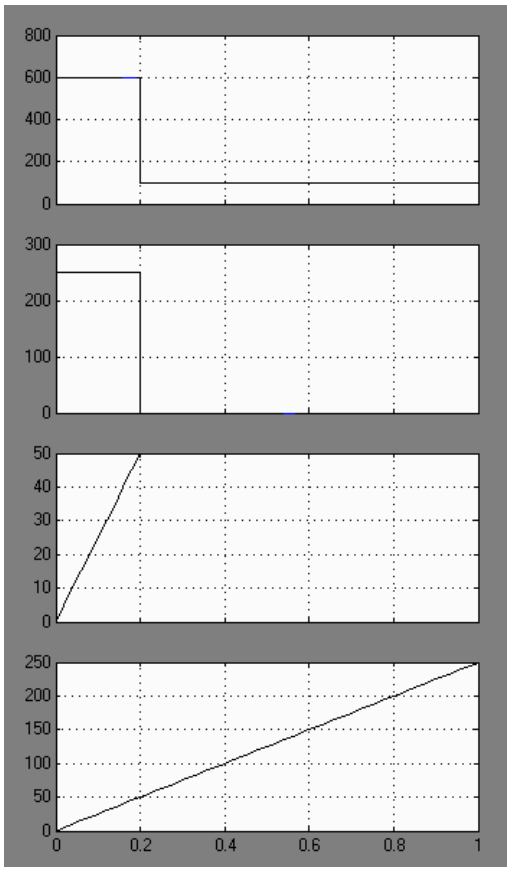


Рис. 13. Результаты синтеза механической части СЭП

На рис.13 представлены четыре графика. На первом (верхнем) графике приведена зависимость момента двигателя $M = \varphi(\mathrm{t})$. На втором графике показана зависимость сигнала на выходе дифференцирующего звена. Заданная зависимость скорости от времени $\omega = \varphi(\mathrm{t})$ представлена на третьем графике. Четвертый график представляет собой осциллограмму сигнала на выходе звена «Ramp» (генератор линейно нарастающего сигнала).

На рис. 14 приведена инверсная структурная схема СЭП с двигателем постоянного тока независимого возбуждения.

На рис. 15 представлены результаты синтеза СЭП с двигателем постоянного тока независимого возбуждения, совпадающие с аналитическими выражениями для всех величин, характеризующих работу СЭП.

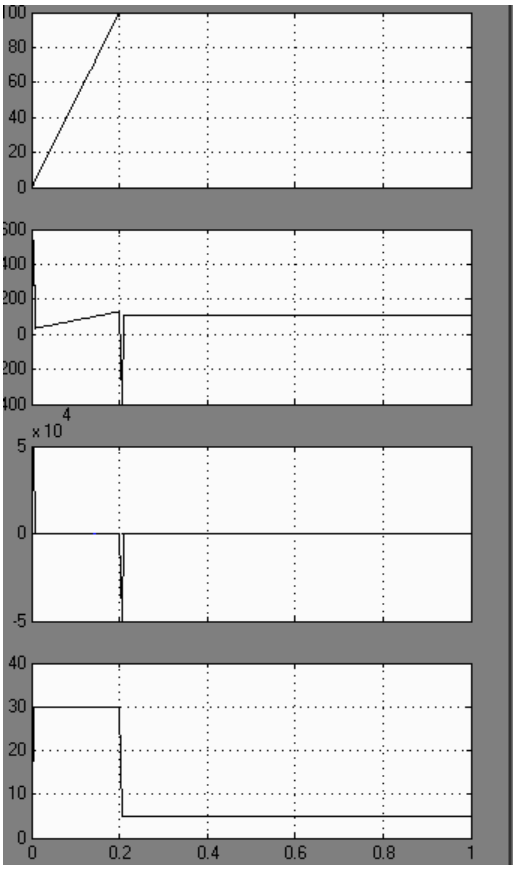


Рис. 15. Результаты синтеза СЭП с двигателем постоянного тока независимого возбуждением

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Сартаков В. Д., Пидченко Д. С. Функциональный синтез системы электропривода при управлении пуском // Повышение эффективности производства и использования энергии в условиях Сибири : материалы Всерос. науч.-практ. конф. – Иркутск :

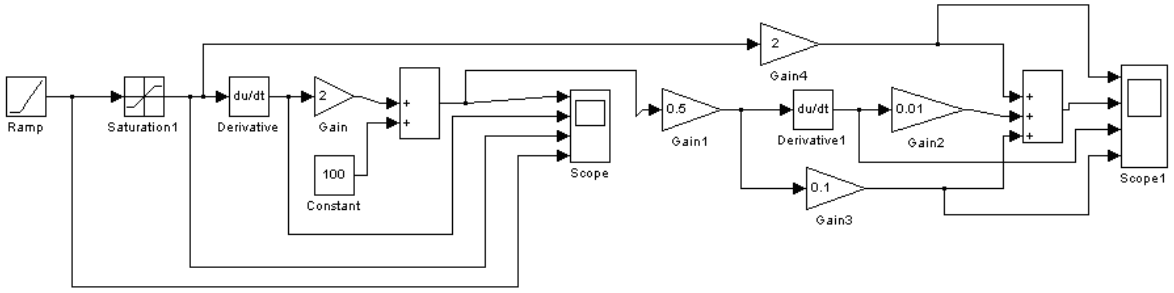


Рис. 14. Программа исследования инверсной структурной схемы СЭП с двигателем постоянного тока независимого возбуждением

Изд-во ИрГТУ, 2007.
2. Башарин А. В., Новиков В. А., Соколовский Г. Г. Управление электроприводами : учеб. пособие для вузов. – Л. : Энергоиздат. Ленингр. отд-ние, 1982. –392 с. : ил.
3. Башарин А. В., Постников Ю. В. Примеры расчета автоматизированного электропривода на ЭВМ : учеб. пособие для вузов. – 3-е изд. – Л. : Энергоиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. – 512 с. : ил.
4. Сартаков В. Д. Микропроцессорное управление электроприводами : учеб. пособие. – Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 1999. – Ч. 1.
5. Сартаков В. Д., Пидченко Д. С. Функциональный синтез системы электропривода с отрицательной обратной связью // Повышение эффективности производства и использования энергии в условиях Сибири : материалы Всерос. науч.-практ. конф. – Иркутск : Изд-во ИрГТУ, 2008.

УДК 621.1

Сигачев Николай Петрович,
д.т.н., профессор, директор, Забайкальский институт железнодорожного транспорта – филиал ИрГУПС,
Елисеева Людмила Ионовна,
доцент кафедры «технология и организация строительного производства», Читинский государственный университет
Востриков Максим Викторович,
ст. преподаватель кафедры «электроснабжение», Забайкальский институт железнодорожного транспорта, e-mail: vostrikov@zab.megalink.ru
Клочков Яков Владимирович,
лаборант каф. «Строительство железных дорог», Забайкальский институт железнодорожного транспорта

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОУСТОЙЧИВОСТИ ЗДАНИЯ МЕТОДОМ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

N.P. Sigachov, L.I. Eliseeva, M.V. Vostrikov, Ya.V. Klochkov

AN INVESTIGATION OF THERMAL STABILITY OF THE BUILDING BY SIMULATION

Аннотация. *В данной статье авторами было проведено исследование теплоустойчивости здания на примере реального объекта методом имитационного моделирования. Созданная модель учитывает климатические факторы, влияющие на тепловой баланс здания и позволяет имитировать тепловые процессы в динамике.*

Ключевые слова: *теплоустойчивость, имитационное моделирование, энергобезопасность, энергоэффективность.*

Annotation. *In this article the authors investigated the thermal stability of the building on the example of a real object by simulation. The proposed model takes into account climatic factors, affecting on heat balance of the building, and allow to simulate the thermal processes in the dynamics.*

Keywords: *heat resistance, heat balance, simulation, energy efficiency.*

Актуальность изучения теплоустойчивости зданий [1] в холодный период времени обусловлена следующими факторами:

- необходимостью определение времени остывания здания до критических значений температур в случае аварийных отключений теплоснабжения;

- расчетом тепловых потерь и амплитуд колебания температур на поверхностях ограждающих конструкций при прерывистой подаче тепла.

Для реализации поставленных задач была создана математическая модель здания, в которой учтены параметры микроклимата помещения, систем отопления, объемно-планировочных решений и ограждающих конструкций. Имитационная модель позволяет определить следующие параметры:

- температуру внутреннего воздуха в помещении;

- температуру теплоносителя в системе отопления;
- величину теплопотерь здания;
- время остывания здания до критического значения.

Полученные данные могут быть отображены в виде таблиц и графиков.

Расчет производился на основании введения в программируемую оболочку следующего исходного уравнения:

$$G_{пр}I_{пр} - G_{выт}I_{выт} + Q_1 + Q_2 + \\ +Q_3 + Q_4 + Q_5 + Q_6 + Q_7 = 0, \quad (1)$$

где $G_{пр}$ – расход приточного воздуха, кг/с;

$I_{пр}$ – энтальпия приточного воздуха, Дж/кг;

$G_{выт}$ – расход вытяжного воздуха, кг/с;

$I_{выт}$ – энтальпия вытяжного воздуха, Дж/кг;

Q_1 – мощность, поступающая от наружных стен, Вт;

Q_2 – мощность, поступающая от внутренних стен, Вт;

Q_3 – мощность, поступающая от окон, Вт;

Q_4 – мощность, поступающая от пола, Вт;

Q_5 – мощность, поступающая от покрытия (перекрытия), Вт;

Q_6 – мощность, поступающая от людей, Вт;

Q_7 – мощность, поступающая от радиаторов отопления, Вт.

Мощность, поступающая от наружных и внутренних стен, покрытия, пола определяется по формуле

$$dQ = U \cdot \Delta T \cdot dA, \quad (2)$$

где U – коэффициент теплопередачи, Вт/(м^2·°С);

ΔT – температурный напор, °С;

dA – поверхность теплообмена, м^2.

Чтобы учесть аккумуляцию в стенах, грунте и покрытии в модели, необходимо разбить их на несколько слоев. Тепловой поток от наружной среды к слою определяется по формуле

$$q_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_{in}} + \frac{\delta_1}{2\lambda_1}} \cdot (T_{in} - T_1), \quad (3)$$

где α_{in} – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м2·С);

δ_1 – толщина слоя 1, м;

λ_1 – теплопроводность 1 слоя, Вт/(м·°С);

T_{in} – температура воздуха, °С;

T_1 – температура на оси слоя 1, °С.

Тепловой поток от одного слоя к другому определяется по формуле

$$q_1 = \frac{1}{\frac{\delta_1}{2\lambda_1} + \frac{\delta_2}{2\lambda_2}} \cdot (T_1 - T_2), \quad (4)$$

где δ_2 – толщина слоя 2, м;

λ_2 – теплопроводность 2 слоя, Вт/(м·°С);

T_2 – температура на оси слоя 2, °С.

Мощность, поступающая от людей, определяется по таблицам [2].

Мощность, поступающая от радиаторов отопления, определяется по формуле

$$q_{ном} = q_{ном} * \left(\frac{\Delta T_{ср}}{70}\right)^{1+n} * \left(\frac{G_{пр}}{360}\right)^{p}, \quad (5)$$

где $q_{ном}$ – номинальный тепловой поток прибора, Вт/(м·°С);

$$\Delta T_{ср} = \frac{(T_1 + T_2)}{2} - T_{in}, \quad (6)$$

где T_1 – температура теплоносителя на входе в прибор, °С;

T_2 – температура теплоносителя на выходе из прибора, °С;

T_{in} – температура внутреннего воздуха окружающего нагревательный прибор, °С;

n, p – экспериментальные коэффициенты, зависящие от типа нагревательного прибора;

$G_{пр}$ – расход теплоносителя через нагревательный прибор, кг/ч;

360 – расход воды при стандартном режиме, кг/ч;

70 – образцовый температурный напор, °С.

Температура в любой момент времени определяется по формуле

$$T = T_0 + \frac{Q}{c \cdot m} dt, \quad (7)$$

где T_0 – температура в предыдущий момент времени, (°С);

Q – тепловой баланс объекта, Вт;

c – теплоемкость объекта, Вт/(кг*°С);

m – масса объекта, кг;

dt – интервал счета, с.

В качестве рассматриваемого объекта было выбрано здание Краевого специализированного дома ребенка № 1, расположенного по адресу: г. Чита, ул. 5-я Малая, строение № 4, введенное в эксплуатацию в 1966 году. Здание двухэтажное, состоит из трех секций, соединенных между собой теплыми переходами. Стены кирпичные из керамического кирпича с отделкой силикатным, оштукатурены изнутри, общей толщиной 670 мм (величина, принятая для расчета). Перекрытия – железобетонные, пустотные плиты заводского изготовления 220 мм. Утепление в покрытии – шлак толщиной 300 мм. По результатам натурных исследований установлено, что средняя температура в здании в самый холодный период зимы составляет +25 ÷ +26 ^{O}C, расчетная, нормативная для зданий этого типа – +22 ^{O}C [3].

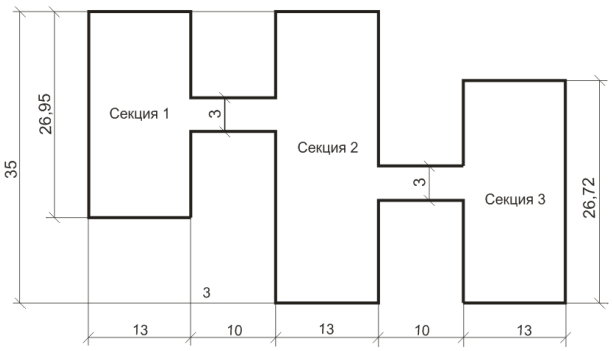


Рис. 1. Расчетная схема здания

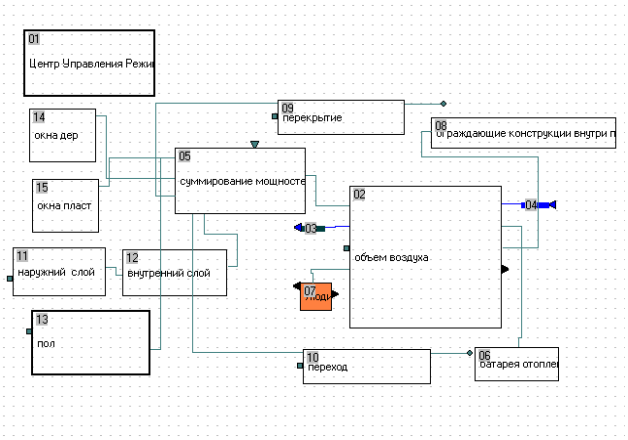


Рис. 2. Структура имитационной модели одной секции здания

В процессе моделирования здание было разделено на шесть условных блок-секций, по три секции на каждый этаж. Переходы разделены по центру и отнесены к примыкающим секциям [4].

При формировании модели были учтены следующие параметры: теплотехнические характеристики ограждающих конструкций, внутренних стен и перегородок, тип отопительных приборов, температура теплоносителя, параметры воздухообмена и тепловыделения от находящихся в помещениях людей. Теплопоступления от оборудования и солнечной радиации не принимались во внимание, т. к. расчет производился по самым неблагоприятным условиям [5].

Первым этапом исследования явилось определение периода расчетного времени снижения температуры до верхней границы нормируемых значений при аварийном отключении тепла [6]. Результаты расчетов представлены в графической форме на рис. 3.

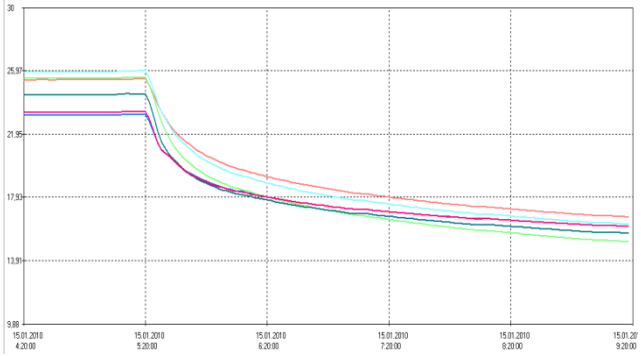


Рис. 3. Характер изменения температурной кривой внутреннего воздуха при аварийном отключении систем теплоснабжения здания

В результате расчета были получены зависимости внутренней температуры воздуха, температуры теплоносителя в системе отопления от времени.

Оценивая результаты можно сказать, что уже через 15–17 минут температура теплоносителя падает до +45 °С, а температура внутреннего воздуха с +25 °С до +22 °С. Угроза частичного размораживания системы теплоснабжения возникает через 30 часов, при этом температура внутреннего воздуха составляет +4 °С.

Таким образом, созданная модель наиболее полно учитывает все факторы, влияющие на тепловой баланс здания, она позволяет имитировать процессы в динамическом развитии максимально соответствующем реальной ситуации.

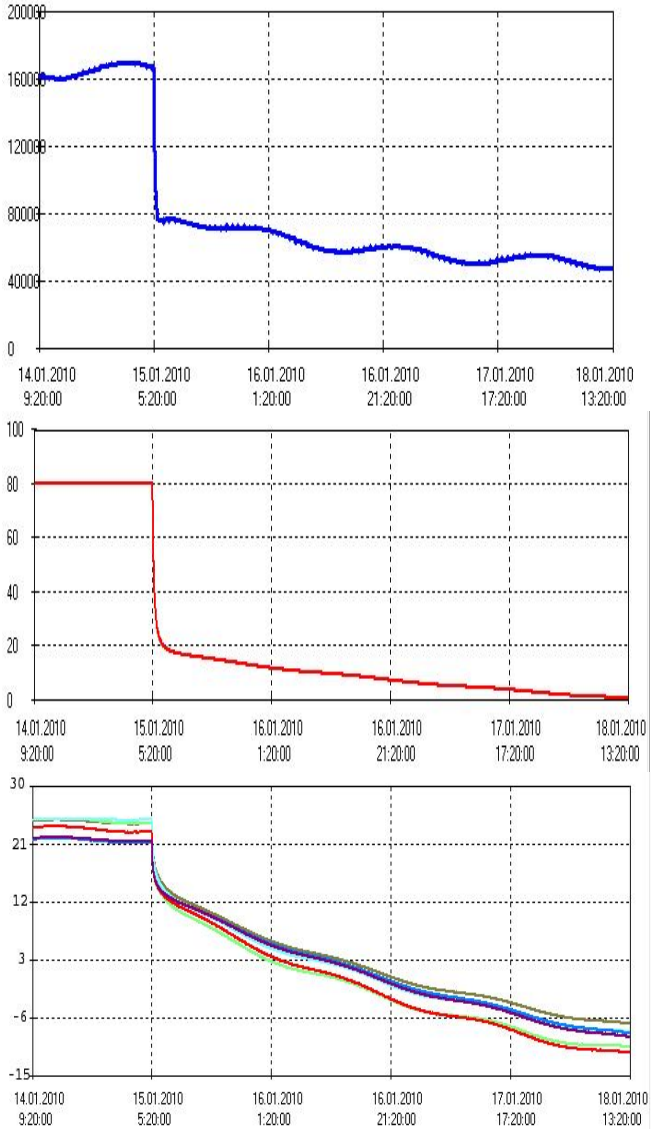


Рис.4. Характер изменения расчетных параметров при аварийном отключении систем теплоснабжения здания: а) график теплопотерь здания через ограждающие конструкции; б) график температуры теплоносителя; в) график температуры внутреннего воздуха по каждой секции

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Российская Федерация. Технический регламент о безопасности зданий и сооружений [Электронный ресурс] : Федер. закон № 384 от 30 декабря 2009 г. : принят Гос. Думой 23.12.2009 г. : Одобрен Советом Федерации 25.12.2009 г. – URL : http://www.consultant.ru/ /online/base/?req=doc;base=LAW;n=95720. – (Дата обращения 29.09.2010).
2. СНиП 23-02-2003. Тепловая защита зданий [Электронный ресурс] : взамен СНиП II-3-79. – Введ. 2003–10–01. – М. : РосТепло.ru, 2003–2010. – URL : http://www.rosteplo.ru/Npb_files/ /npb_shablon.php?id=306. – (Дата обращения 29.09.2010).
3. СанПиН 2.1.3.1375-03. Гигиенические требования к размещению, устройству, оборудованию и эксплуатации больниц, родильных домов и других лечебных стационаров [Электронный ресурс] : утв. гл. гос. санитар. врачом РФ 06.06.2003. – Введ. 2003–06–30. – М. : НДП «Альянс Медиа», 2003–2010. – URL : http://www.tehbez.ru/Docum/DocumShow_DocumID_538.html. – (Дата обращения 29.09.2010).
4. Программа по имитационному моделированию энергетических систем «МОДЭН» : (версия 3.02) / Волов Г., Савченко Д., Шумячер С., Долбик Д. – Минск, 2007. – 244 с.
5. Сигачев Н. П. Энергосбережение в зданиях с управляемыми тепло-воздухообменными режимами. – Чита, 2001. – 341 с.
6. Табунщиков Ю. А., Бородач М. М. Математическое моделирование и оптимизация тепловой эффективности зданий. – М. : АВОК-ПРЕСС, 2002. – 194 с.

УДК 621.331

Бардушко Валерий Данилович,
д.т.н., профессор, зав. каф. «Электроснабжение железнодорожного транспорта» ИрГУПС,
тел.: (3952) 638345, e-mail: barvadan@irgups.ru

НОВЫЕ ПОДХОДЫ В ФОРМИРОВАНИИ ЗАКОНОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ СРЕДСТВ ПОВЫШЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ СИСТЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ТЯГИ

V.D. Bardushko

NEW APPROACHES IN LAWS OF REGULATION OF MEANS OF INCREASE POWER EFFICIENCY OF SYSTEMS ELECTRIC DRAFT FORMATION

Аннотация. *В статье рассмотрены вопросы регулирования мощности компенсирующих устройств электрических железных дорог переменного тока по закону, отвечающему принципу наименьших потерь в тяговой сети для его реализации современными системами интеллектуального управления.*

Ключевые слова: *потери электроэнергии, компенсирующее устройство, оптимальные параметры, контактная сеть.*

Abstract. *In clause questions of regulation of capacity of compensating devices of electric railways of an alternating current under the law adequating to a principle of the least losses in a traction network for its realization by modern intellectual management systems are considered.*

Keywords: *losses of the electric power, the compensating device, optimum parameters, a contact network.*

Развитие систем телеметрии и позиционирования подвижных объектов открывает широкие возможности в области управления системами тягового электроснабжения (СТЭ). В частности, это способствует решению вопросов оперативного управления устройствами, повышения их энергетической эффективности. Как известно [1], одним из наиболее действенных методов снижения потерь электроэнергии в тяговых сетях являются устройства параллельной компенсации реактивной мощности. Наибольший эффект при этом имеет место в случае, когда устройство параллельной компенсации (КУ) расположено внутри межподстанционной зоны (МПЗ)

Прежняя концепция повышения энергетических показателей работы СТЭ, опирающаяся на имевшиеся возможности получения, передачи и анализа информации, не позволяла реализовать законы регулирования параметров КУ по критерию минимальных потерь в системе в ходе реального времени. Наиболее доступной реализацией мероприятия повышения энергетических показателей СТЭ была концепция компенсации реактивных токов электропоездов устройством КУ, размещенным примерно в середине МПЗ таким образом, чтобы потери электроэнергии в тяговой сети были бы наименьшими в среднем.

При этом, как показано в [2, 3, 4], закон регулирования мог быть построен исходя из принципа, в соответствии с которым в каждый момент времени мощность КУ должна была быть равна половине индуктивной мощности от токов электропоездов, находящихся в рассматриваемый момент времени в контролируемой МПЗ. Иногда этот принцип называют принципом 50 % компенсации для двухстороннего питания контактной сети и, по аналогии, принципом двух третей для консольного питания.[1]

Но этот принцип отражает частный случай, поскольку при его получении использовались допущения, не позволяющие распространить использование его заключения на все общие режимы работы СТЭ. Ниже рассмотрены случаи, указы-

[1] В соответствии с принципом двух третей мощность КУ для консольного питания равна 2/3 мощности индуктивных нагрузок в МПЗ, место размещения КУ соответствует 2/3 L.

вающие области распространения вышеизложенного принципа и области, для которых его применение не приводит к оптимизации режима тяговой сети по критерию минимума потерь электроэнергии в ней.

Чтобы показать это рассмотрим несколько частных случаев, для которых правило 50 % соблюдается.[2] Первый из них – режим равномерных нагрузок в МПЗ. Метод равномерной нагрузки дает тем большую точность расчетов, чем равномернее нагрузка распределяется вдоль тяговой сети. Этому соответствует профиль одинаковой сложности в границах МПЗ, обращение поездов примерно равной массы с примерно равными межпоездными интервалами. Тогда эпюра токов вдоль контактной сети от электроподвижного состава (ЭПС), достаточно точно отражающая действительность, может быть представлена аналитически, как это показано на рис.1, рис. 2.

Следует отметить, что этот метод будет тем точнее определять искомые параметры, чем выше размеры движения, то есть чем большее число поездов размещается в МПЗ. Это обстоятельство оправдывает использование метода равномерных нагрузок в ряде случаев, поскольку устройства компенсации реактивной мощности как раз и целесообразны при высоких размерах движения. Для дальнейшего анализа явлений в тяговой сети целесообразно получить закон изменения тока вдоль межподстанционной зоны. Обратимся к рис. 1.

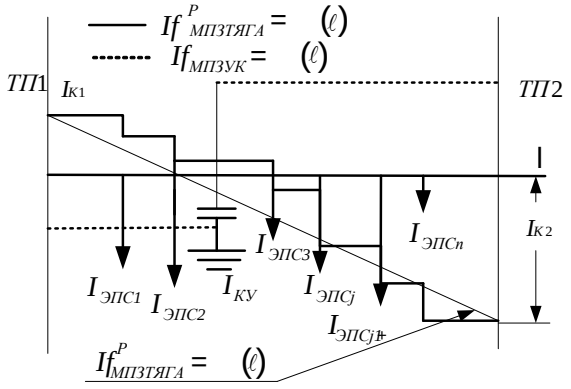


Рис. 1. Эпюра виттка контактной сети от УК при наличии ЭПС

При наличии ЭПС в МПЗ и КУ в произвольной точке *y* эпюра токов может быть представлена рис. 1. На этом рисунке $I^{P}_{МПЗТЯГА} = f\ (\ell)$ – ток в тяговой сети.

Анализ упростится, если ступенчатую линию эпюры тяговых токов в МПЗ заменить прямой линией $I^{P}_{МПЗ_ТЯГА} = f(x)$.

Так как мы приняли для анализа метод равномерных нагрузок, то, очевидно, вся нагрузка ЭПС равномерно распределена вдоль МПЗ протяженностью L и представляет собой суммарную нагрузку от всех единиц ЭПС I, отнесенную к единице длины МПЗ $i = \dfrac{I}{L}$.

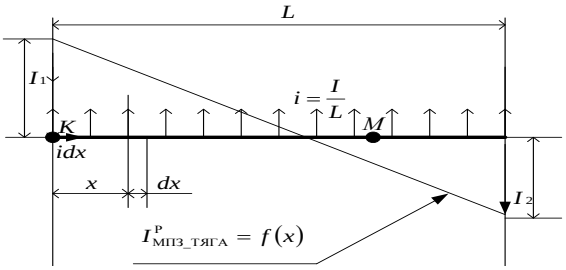


Рис. 2. К определению закона изменения тока в тяговой сети расчетной МПЗ

Поскольку вся нагрузка обеспечивается в данном случае двумя подстанциями – ТП1 и ТП2, то очевидно $I = I_1 + I_2$. Применяя первый закон Кирхгофа для узла *K*, получим $I_1 - idx = 0$. Тогда для произвольной точки *M* справедливо

$$I_x = I_1 - \int_0^x idx;$$

$$I_x = -\frac{I}{L}x + I_1.$$

Однако в силу симметрии схемы можно, для данного случая, записать

$$I_1 = I_2 = \frac{I}{2};$$

$$I_x = -\frac{I}{L}x + \frac{I}{2}. \qquad (1)$$

Полученный закон изменения тока вдоль контактной сети в границах МПЗ будем использовать для дальнейшего анализа.

Далее целесообразно оперировать лишь реактивными составляющими токов от электроподвижных нагрузок и устройства компенсации реактивной мощности, поскольку они и являются целью минимизации и могут рассматриваться как независимые от активных потерь электроэнергии в силу ортогональности этих составляющих.

Действительно, потери мощности в тяговой сети можно рассматривать как сумму потерь мощ-

[2] Все рассматриваемые в этой статье случаи применимы к однородной тяговой сети однопутного участка либо к однородной тяговой сети многопутного участка с параллельным соединением подвесок контактной сети путей.

ности от активных и реактивных токов, определенных независимо друг от друга. Если имеется электрическая цепь, то потери в ней зависят, при прочих равных условиях, от квадрата тока, а принцип наложения приемлем в случае линейных величин. Пусть имеется элементарная электрическая цепь однофазного переменного тока, приведенная на рис. 3.

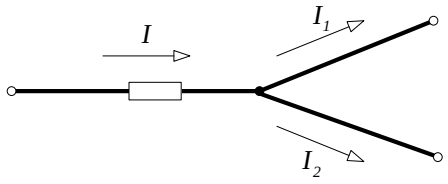


Рис. 3. К вопросу о применимости принципа суперпозиции при определении потерь электроэнергии в контактной сети от активной и реактивной составляющих тока

Для этой цепи справедливо: $\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$:

Предположим, кроме того, что $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$ совпадают по фазе, тогда активные потери мощности определяются: $\Delta P = I^2 R = (I_1 + I_2)^2 R =$

$= I_1^2 R + I_2^2 R + 2 I_1 I_2 R = \Delta P_1 + \Delta P_2 + \Delta\Delta P.$

Последнее выражение наглядно показывает, что потери в этом конкретном случае не равны сумме потерь от отдельных составляющих тока. Допустим теперь, что токи $\dot{I}_1$ и $\dot{I}_2$ являются комплексными и сдвинутыми относительно друг друга на некоторый угол ψ. Тогда для электрической цепи, изображенной на рис. 3 справедливо

$$\Delta P = \left|\left(\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right)\right|^2 \cdot R.$$

Модуль суммы двух векторов, как известно, можно определить на основании теоремы косинусов, тогда

$$\Delta P = \left|\left(\dot{I}_1 + \dot{I}_2\right)\right|^2 \cdot R = I_1^2 + I_2^2 - 2 I_1 I_2 Cos\psi .$$

В данном случае выражение потерь отличается от полученного ранее наличием сомножителя $Cos\psi$. Однако и в этом общем случае метод наложения неприменим, поскольку $\Delta P \neq \Delta P_1 + \Delta P_2$. Предположим далее, что по неразветвленной части цепи протекает геометрическая сумма активного и реактивного токов. Векторы этих токов, как известно из курса теоретических основ электротехники, сдвинуты относительно друг друга на 90 градусов, то есть $\cos\psi = 0$ и $\Delta P = I_1^2 R + I_2^2 R$. Следовательно, $\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2$, что доказывает применимость принципа наложения при определении потерь мощности в цепи с активными и реактивными токами. Итак, если ток тяговой сети представить в комплексной форме, то потери мощности могут быть определены как сумма потерь мощностей от активного и реактивного тока.

Очевидно, что если бы на каждом ЭПС имела место компенсация реактивной мощности, компенсирующая индуктивный ток ЭПС, то достигался бы полный эффект компенсации. Однако в настоящее время КУ на ЭПС практически не используются ввиду недостаточной мощности, которую по технико-экономческим соображениям можно разместить на ЭПС. Кроме того, КУ на ЭПС будет иметь низкий коэффициент использования, поскольку электровозы значительное время могут находиться вне поездной работы. Появление емких, надежных и дешевых конденсаторов в будущем позволят, вероятно, решить вопрос компенсации и на ЭПС. Однако, в настоящее время целесообразны КУ в МПЗ, как это показано на рис. 4.

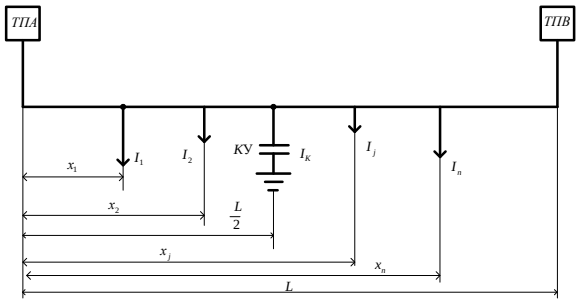


Рис. 4. К анализу работы КУ в МПЗ.

Определим его координату y и ток I_k (или мощность) по критерию минимальных потерь электроэнергии в тяговой сети для случая равномерной нагрузки и покажем правомерность ранее упомянутого принципа 50 % компенсации для средних условий работы СТЭ. Очевидно, что будут иметь место два выражения для потерь мощности от токов ЭПС и КУ.

В границах $0 \le x \le y$

$$\Delta P_1 = r_0 \int_0^y I_x^2 dx I_x = r_0 \int_0^y \left(-\frac{I}{L}x + \frac{I}{2}\right)^2 dx,$$

в границах $y \le x \le L$

$$\Delta P_2 = r_0 \int_y^L I_x^2 dx I_x = r_0 \int_y^L \left(-\frac{I}{L}x + \frac{I}{2}\right)^2 dx,$$

где r_0 – погонное активное сопротивление тяговой сети рассматриваемой МПЗ. Для упрощения искомые параметры можно находить, анализируя потери при погонном сопротивлении равном 1 Ом/км. То есть

в границах $0 \le x \le y$

$$\Delta P_1 = \int_0^y \left(-\frac{I}{L}x + \frac{I}{2} - \frac{I_k}{L}(L-y) \right)^2 dx,$$

в границах $y \le x \le L$

$$\Delta P_2 = \int_y^L \left(-\frac{I}{L}x + \frac{I}{2} \right)^2 dx.$$

в границах $0 \le x \le L$

$$\Delta P_\Sigma = \int_0^y \left(-\frac{I}{L}x + \frac{I}{2} \right)^2 dx + \int_y^L \left(-\frac{I}{L}x + \frac{I}{2} \right)^2 dx.$$

Для функции двух переменных, имеющей экстремальное (в данном случае минимальное) значение, справедлива система уравнений, образованная дифференцированием по искомым параметрам

$$\begin{cases} \dfrac{d}{I_k}(\Delta P_\Sigma) = \dfrac{d}{I_k}\left[\displaystyle\int_0^y \left(-\frac{I}{L}x + \frac{I}{2} \right)^2 dx + \right. \\ \left. + \displaystyle\int_y^L \left(-\frac{I}{L}x + \frac{I}{2} \right)^2 dx \right] = 0; \\ \dfrac{d}{I_y}(\Delta P_\Sigma) = \dfrac{d}{y}\left[\displaystyle\int_0^y \left(-\frac{I}{L}x + \frac{I}{2} \right)^2 dx + \right. \\ \left. + \displaystyle\int_y^L \left(-\frac{I}{L}x + \frac{I}{2} \right)^2 dx \right] = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Решая систему (2), получим оптимальное значение места расположения КУ y и оптимально значение компенсирующего тока

$$y = \frac{L}{2}; \quad I_k = I. \quad (3)$$

Напомним, что каждая подстанция выдает в МПЗ $I = I/2$, то есть оптимальный суммарный ток МПЗ равен I и мощность КУ $Q_{\text{КУ}}$ равна

$$Q_{\text{КУ}} = \frac{Q_{\Sigma\text{ЭПС_МПЗ}}}{2} \approx \frac{I \cdot U}{2}, \quad (4)$$

где U – номинальное напряжение на посту секционирования контактной сети (ПСК); $Q_{\Sigma\text{ЭПС_МПЗ}}$ – суммарная индуктивная мощность от всех ЭПС в МПЗ.

Таким образом, для реализации закона регулирования КУ, размещенной в середине, МПЗ необходимо организовать контроль реактивных токов по фидерам контактной сети, отпускающим энергию в контролируемую МПЗ, и передачу этой информации к интеллектуальным системам управления устройством компенсации на посту секционирования контактной сети. Тогда, при наличии средств плавного регулирования мощности КУ, можно решить эту задачу.

Этот закон справедлив и для сосредоточенных нагрузок при ограниченном числе мгновенных схем. Действительно, например, для схемы на рис. 5 можно записать

в границах $0 \le x \le y$

$$\Delta P_1 = \int_0^y \left(\frac{3I}{4L} - \frac{I_k}{L}(L-y) \right)^2 dx,$$

в границах $y \le x \le L$

$$\Delta P_2 = \int_0^y \left(\frac{I}{4L}x - \frac{I_k}{L}y \right)^2 dx,$$

в границах $0 \le x \le L$,

$$\Delta P_\Sigma = \int_0^y \left(\frac{3I}{4L} - \frac{I_k}{L}(L-y) \right)^2 dx + \int_0^y \left(\frac{I}{4L}x - \frac{I_k}{L}\acute{o} \right)^2 dx.$$

Выполняя процедуру поиска минимума, запишем

$$\begin{cases} \dfrac{d}{I_k}(\Delta P_\Sigma) = \dfrac{d}{I_k}\displaystyle\int_0^y \left(\frac{3I}{4L} - \frac{I_k}{L}(L-y) \right)^2 dx + \\ + \displaystyle\int_0^y \left(\frac{I}{4L}x - \frac{I_k}{L}y \right)^2 dx = 0; \\ \dfrac{d}{I_y}(\Delta P_\Sigma) = \dfrac{d}{y}\displaystyle\int_0^y \left(\frac{3I}{4L} - \frac{I_k}{L}(L-y) \right)^2 dx + \\ + \displaystyle\int_0^y \left(\frac{I}{4L}x - \frac{I_k}{L}y \right)^2 dx = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Решение системы (4) дает следующие оптимальные параметры КУ:

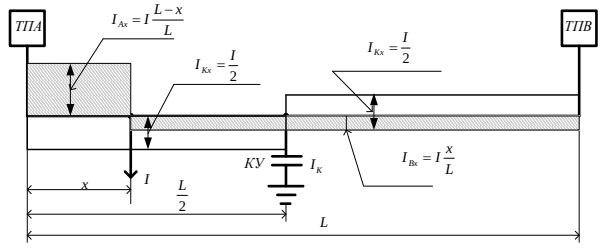
$$y = \frac{L}{2}; \quad I_k = I. \quad (5)$$

Результат показывает, что и в этом случае принципу оптимальности соответствует мощность КУ, равная 50 % индуктивной мощности от всех электровозов, а место размещения также находится в середине МПЗ. Можно показать, что имеют место и некоторые другие частные случаи (прежде всего характеризующиеся симметричностью размещения индуктивных нагрузок электроподвижного состава относительно точки токораздела), для которых соблюдается это правило. Ряд аналогичных результатов приведены в табл. 1. Следует лишь отметить, что выбрав однажды координату КУ, в дальнейшем менять ее уже нельзя, и для достижения минимума потерь в тяговой сети можно варьировать лишь ток КУ.

Поскольку координата КУ, как было показано выше, должна быть равной $y = \frac{L}{2}$, то в дальнейшем закон регулирования будет содержать лишь одну переменную – I_k.

Таблица 1

Для случая одной нагрузки в МПЗ

Мгновенная схема 1
 **Рис. 5**
Для любого соотношения токов ЭПС с координатами $x = \frac{L}{10}.$ **Закон регулирования** $I_k = \frac{2 \cdot I \cdot x}{L} = \frac{2 \cdot I}{5}.$ Доля тока КУ от суммарного индуктивного тока ЭПС[3] $I_k^* = 0,4.$[4] **Принцип 50 % не соблюдается**
Мгновенная схема 2 (рис. 5)
Для любого соотношения токов ЭПС с координатами $x = \frac{L}{4}.$ **Закон регулирования** $I_k = \frac{2 \cdot I \cdot x}{L} = \frac{2 \cdot I \cdot L}{4 \cdot L} = \frac{I}{2}.$ Доля тока КУ от суммарного индуктивного тока ЭПС $I^*_k = 0,5.$ **Принцип 50 % соблюдается**
Мгновенная схема 3 (рис. 5)
Для любого соотношения токов ЭПС с координатами $x = \frac{L}{2}.$ **Закон регулирования** $I_k = \frac{2 \cdot I \cdot x}{L} = \frac{2I \cdot L}{2} = I.$ Доля тока КУ от суммарного индуктивного тока ЭПС $I^*_k = 1.$ **Принцип 50 % не соблюдается**

Окончание табл. 1

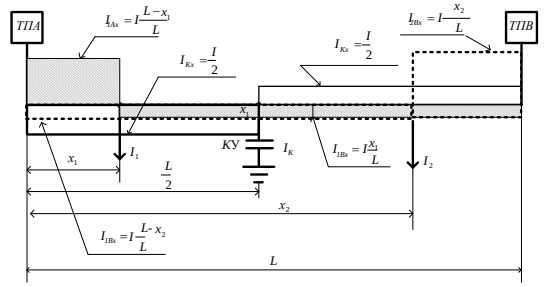
Мгновенная схема 4 (рис. 5)
Для любого соотношения токов ЭПС с координатами $x = \frac{L}{3}.$ **Закон регулирования** $I_k = \frac{2 \cdot I \cdot x}{L} = \frac{2 \cdot I}{3}.$ Доля тока КУ от суммарного индуктивного тока ЭПС $I^*_k = 0,667.$ **Принцип 50% не соблюдается**
Мгновенная схема 5(рис. 5)
Для любого соотношения токов ЭПС с координатами $x = \frac{3 \cdot L}{4}.$ **Закон регулирования** $I_k = \frac{2 \cdot I \cdot x}{L} = \frac{2 \cdot I}{3}.$ Доля тока КУ от суммарного индуктивного тока ЭПС $I^*_k = 0,667.$ **Принцип 50% не соблюдается**
Мгновенная схема 6 (рис. 5)
Для любого соотношения токов ЭПС с координатами $x = \frac{L}{3}; \quad y = \frac{L}{2}.$ **Закон регулирования** $I_k = \frac{2 \cdot I \cdot x}{L} = \frac{2 \cdot I}{3}.$ Доля тока КУ от суммарного индуктивного тока ЭПС $I_k = 0,667.$ **Принцип 50% не соблюдается**

Применяя метод анализа, использованный выше, можно показать, что и для ряда других произвольных мгновенных схем будут иметь место различные законы оптимального управления мощностью КУ, размещенной в середине МПЗ. Результаты такого анализа для двух ЭПС приведены табл. 2.

[3] По модулю.

[4] $I_k^* = \frac{I_k}{I}$ – относительное значение тока КУ.

Таблица 2

Мгновенная схема 1
 **Рис. 6**
Для любого соотношения токов ЭПС с координатами $x_1=\frac{L}{4};\ x_2=\frac{3\cdot L}{4}.\ I=100;\ I_1=\frac{I}{7};\ I_2=I-I_1.$ **Закон регулирования** $I_k=\frac{2\left[I_2\cdot(L-x_2)+I_1\cdot x_1\right]}{L}.$ Доля тока КУ от суммарного индуктивного тока ЭПС $I_k=\frac{2\left[I_2\cdot(L-x_2)+I_1\cdot x_1\right]}{I\cdot L}=0,756.$ **Принцип 50 % не соблюдается**
Мгновенная схема 2 (Рис. 6.)
$x_1=\frac{L}{3};\ x_2=\frac{3\cdot L}{5}.\ I=100;\ I_1=\frac{I}{7};\ I_2=I-I_1.$ **Закон регулирования** $I_k=\frac{2\left[I_2\cdot(L-x_2)+I_1\cdot x_1\right]}{L}.$ Доля тока КУ от суммарного индуктивного тока ЭПС $I_k=\frac{2\left[I_2\cdot(L-x_2)+I_1\cdot x_1\right]}{I\cdot L}=0,77.$ **Принцип 50 % не соблюдается**
Мгновенная схема 3 (Рис. 6.)
Для любого соотношения токов ЭПС с координатами $x_1=\frac{L}{7};\quad x_2=\frac{2\cdot L}{3}.$ $I=100;\ I_1=\frac{I}{3};\ I_2=I-I_1.$ **Закон регулирования** $I_k=\frac{2\left[I_2\cdot(L-x_2)+I_1\cdot x_1\right]}{L}.$ Доля тока КУ от суммарного индуктивного тока ЭПС $I_k=\frac{2\left[I_2\cdot(L-x_2)+I_1\cdot x_1\right]}{I\cdot L}=0,77.$ **Принцип 50 % не соблюдается**

Окончание табл. 2

Мгновенная схема 4 (Рис. 6.)
Для любого соотношения токов ЭПС с координатами $x1=\frac{L}{4};\quad x2=\frac{3\cdot L}{4}.$ $I=90;\ I_1=\frac{I}{2};\ I_2=I-I_1.$ **Закон регулирования** $I_k=\frac{2\left[I_2\cdot(L-x_2)+I_1\cdot x_1\right]}{L}.$ Доля тока КУ от суммарного индуктивного тока ЭПС $I_k=\frac{2\left[I_2\cdot(L-x_2)+I_1\cdot x_1\right]}{I\cdot L}=0,5.$ **Принцип 50 % соблюдается**

Таким образом, подавляющее большинство режимов работы системы тягового электроснабжения не подпадает под положение закона регулирования о 50 % мощности индуктивной нагрузки в МПЗ, что определяет недостаточно большую «глубину» компенсации индуктивного электропотребления электрическими поездами. Это объясняется тем, что уровень компенсации определяется лишь суммарным индуктивным потреблением в МПЗ, без учета конкретных на данный момент времени мест расположения поездов и значений их реактивных токов, то есть отсутствием симметрии, упомянутой выше. Для оптимального управления, таким образом, необходимо осуществлять регулирование КУ не по принципу 50 %, а по законам, записанным в табл. 1 и табл. 2, то есть для каждой мгновенной схемы параметры закона изменения тока КУ должны быть свои.

Рассмотрим вопрос о законе регулирования КУ для случая двухстороннего питания с параллельным соединением подвесок путей. Будем полагать, что подвески путей однородны в границах рассматриваемой МПЗ, что, впрочем, соответствует многим реальным случаям. Тогда расчетная схема для анализа формируемого закона примет вид, указанный на рис. 7.

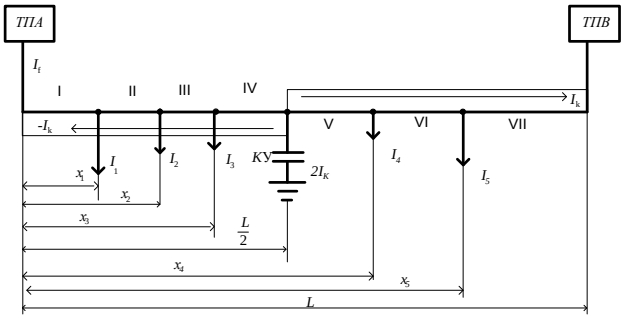


Рис. 7. К формированию закона изменения тока КУ по критерию минимальных потерь в тяговой сети

Для большей общности, запишем закон регулирования КУ для пяти ЭПС. Причем это могут быть ЭПС прямого и обратного направлений. Выбранное число ЭПС достаточно большое, чтобы можно было проследить общий характер формирования закона. Это позволит использовать этот закон для любого числа ЭПС от единицы до максимального, делая его в кокой - то мере универсальным.[5] В соответствии с рис. 7 и на основании первого закона Кирхгофа, можно для каждого из семи участков МПЗ, образуемых узлами ЭПС, записать выражения для потерь мощностей в контактной сети. Примем, что погонное сопротивление $r_0 = 1$ Ом/км. Как покажет предварительный анализ это не скажется на результатах, поскольку эта величина будет выведена из расчетов сокращением. Тогда

$$\Delta P_{\text{I}} = (I_f - I_k)^2 \cdot x_1;$$
$$\Delta P_{\text{II}} = (I_f - I_1 - I_k)^2 \cdot (x_2 - x_1);$$
$$\Delta P_{\text{III}} = (I_f - I_1 - I_2 - I_k)^2 \cdot (x_3 - x_2);$$
$$\Delta P_{\text{IV}} = (I_f - I_1 - I_2 - I_3 - I_k)^2 \cdot \left(\frac{L}{2} - x_3\right);$$
$$\Delta P_{\text{V}} = (I_f - I_1 - I_2 - I_3 + I_k)^2 \cdot \left(x_4 - \frac{L}{2}\right);$$
$$\Delta P_{\text{VI}} = (I_f - I_1 - I_2 - I_3 - I_4 + I_k)^2 \cdot (x_5 - x_4);$$
$$\Delta P_{\text{VI}} = (I_f - I_1 - I_2 - I_3 - I_4 - I_5 + I_k)^2 \cdot (L - x_5).$$

Минимуму потерь соответствует условие

$$\frac{d\left(\sum_{j=1}^{j=7} \Delta P_j\right)}{dI_k} = 0. \qquad (6)$$

Решая (6) относительно искомого тока КУ, получим закон изменения компенсирующей установки для схемы на рис. 7.

$$2I_k = \frac{2 \cdot \left(\sum_{j=1}^{j=3} I_j \cdot x_j - \sum_{j=4}^{j=5} I_j \cdot x_j + L \cdot \sum_{j=4}^{j=5} I_j\right)}{L}. \qquad (7)$$

Распространяя полученный результат на произвольное число ЭПС в МПЗ, можно записать для каждого момента времени t

$$2I_{kt} = \frac{2 \cdot \left(\sum_{j=1}^{j=m} I_{jt} \cdot x_{jt} - \sum_{j=m+1}^{j=n} I_{jt} \cdot x_{jt} + L \cdot \sum_{j=m+1}^{j=n} I_{jt}\right)}{L}, \qquad (8)$$

где m - число ЭПС до КУ; n - общее число ЭПС в МПЗ; j - текущее значение узла (только для ЭПС, исключая узел, образованный КУ).

Таким образом, при наличии современных средств сбора, передачи и обработки информации для каждого момента времени, ток КУ становится известным. Бесконтактные плавнорегулирующие устройства позволяютиспользовать этот закон и минимизировать потери электроэнергии, и, следовательно, решить и попутную задачу – увеличить уровень напряжения в контактной сети. Используя полученный закон регулирования КУ можно привести к частному случаю, отражающему равномерное электропотребление в МПЗ, с тем, чтобы убедиться в справедливости утверждения о 50 % мощности КУ, например, для равномерного электропотребления или случая полной симметрии схемы.

Обозначим для этого случая количество узлов схемы, включая узел КУ, символом k (см. рис. 8). Все нагрузки ЭПС примем одинаковыми:

$$I_1 = I_2 = I_3 = ... = I. \qquad (9)$$

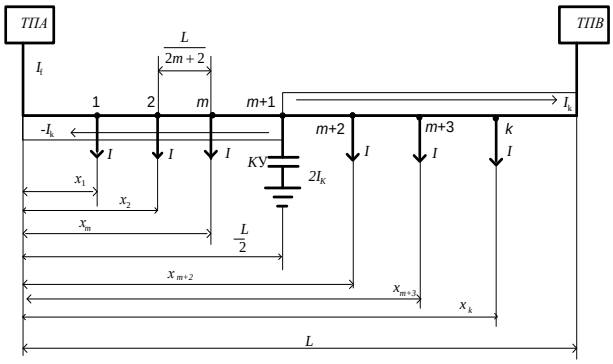


Рис. 8. К анализу закона изменения тока КУ по критерию минимальных потерь в тяговой сети при равномерной нагрузке

Координаты каждой из них и координата КУ делят всю МПЗ на равные участки. Следует заметить, что при симметричной расчетной схеме (равномерная нагрузка очевидно обладает такой симметрией) число ЭПС до КУ и после него одинаковое и составляет m. Учитывая, что узел КУ

[5] Универсальным в полной мере он не может быть, поскольку, как отмечалось выше, он рассчитан на параллельную схему и однородную контактную сеть.

также участвует в процессе разбиения МПЗ на равные участки, каждый из них будет иметь протяженность

$$x_j = \frac{L}{2m+2}.$$

Тогда координаты узлов могут быть выражены через длину МПЗ и порядковый номер узла j:

$$x_1 = \frac{L}{2m+2},\ x_2 = \frac{2L}{2m+2},\ x_j = \frac{jL}{2m+2},\ \ldots x_k = \frac{kL}{2m+2}. \quad (10)$$

Тогда, учитывая (9) и (10) уравнение (7) можно преобразовать, вынося за скобки $2m+2,\ L$ и I.

$$2I_k = \frac{I \cdot L}{(m+1)} \cdot \frac{\sum_{J=1}^{m} j - \sum_{m+2}^{k} j + (2m+1)\cdot m}{L}. \quad (11)$$

Следует обратить внимание, что поскольку суммирование ведется только по узлам ЭПС, а при переходе к случаю равномерных нагрузок был введен еще и узел КУ, то в последней формуле нижний индекс второй суммы предусматривает исключение из суммирования номер узла КУ.

Первая и вторая суммы уравнения (11) есть не что иное, как арифметическая прогрессия. Кроме того, очевидно, что $k = 2m+1$. Тогда

$$2I_k = \frac{I}{(m+1)} \cdot \left(\sum_{J=1}^{m} j - \sum_{m+2}^{k} j + (2m+1)\cdot m \right) =$$
$$= \frac{I}{(m+1)} \cdot \left(\frac{1+m}{2} m - \frac{m+2+2m+1}{2} m + (2m+2)m \right) =$$
$$\frac{I \cdot m}{(m+1)} \cdot \left(\frac{1+m}{2} - \frac{m+2+2m+1}{2} + (2m+2) \right) =$$
$$= \frac{I \cdot m \cdot (m+1)}{(m+1)} = I \cdot m.$$

Поскольку вся тяговая нагрузка составляет значение $I_{\Sigma T} = 2 \cdot I \cdot m$, то очевидно, что имеет место соблюдение закона о 50 % мощности КУ от мощности на тягу в МПЗ.

Аналогично могут быть получены другие законы регулирования мощности КУ по критерию минимума потерь электроэнергии в тяговой сети для их реализации интеллектуальными системами регулирования. При наличии на ЭПС современных средств текущего измерения параметров режима, космических средств позиционирования, передачи и анализа информации на контрольный пункт могут поступать все необходимые данные для реализации закона управления КУ.

Остается вопрос о дискретизации процесса во времени. Иными словами необходимо решить задачу: сколько времени должен сохраняться неизменным ток КУ. Это зависит от динамики тяговой нагрузки в рассматриваемой МПЗ. Однако при наличии в контуре управления ЭВМ представляется целесообразным прогнозировать изменение нагрузок ЭПС, находящихся в МПЗ, через Δt по результатам тяговых расчетов и по изложенной методике формировать управляющее воздействие на КУ. Наличие ЭВМ в контуре управления делает целесообразным такое управление на обширном полигоне, содержащем несколько КУ.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Марквардт К. Г. Электроснабжение электрифицированных железных дорог. – М. : Транспорт, 1982. – 528 с.
2. Бородулин Б. М., Герман Л. А., Николаев Г. А. Конденсаторные установки электрифицированных железных дорог переменного тока. – М. : Транспорт, 1983. – 184 с.
3. Бородулин Б. М., Герман Л. А. Конденсаторные установки электрифицированных железных дорог переменного тока. – М. : Транспорт, 1976. – 136 с.
4. Бородулин Б. М., Шевцов Б. В. Определение параметров установок компенсации // Электрификация и энергетическое хозяйство : бб. науч. тр. – 1973. – № 3.

УДК 621.311

Болоев Евгений Викторович,
доцент кафедры автоматизации и электроснабжения промышленных предприятий,
Ангарской государственной технической академии,
тел.: (3955)56-17-21, e-mail: boloev@mail.ru

ПРОВЕРКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТОВ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ В ВЕРОЯТНОСТНО-ОПРЕДЕЛЕННЫХ УСЛОВИЯХ

E.V. Boloev

MATHEMATICAL MODELS FOR THE DESCRIPTION OF PROBABILISTIC LOAD FLOW CHECK

Аннотация. *В статье разработана методика проверки математических моделей электроэнергетических систем, предназначенных для выполнения расчетов установившихся режимов в вероятностно-определенных условиях.*

Ключевые слова: *моделирование электроэнергетических систем, вероятностное потокораспределение, функция распределения, плотность распределения, сравнение вероятностей.*

Abstract. *This paper reviews check of mathematical models for the description of probabilistic load flow.*

Keywords: *power system modeling, probabilistic load flow, probability distribution function, probability density function, comparison of probabilities.*

Принятые обозначения и сокращенная запись выражений

В этой статье случайные величины будут обозначаться заглавными буквами, детерминированные или возможные реализации случайных величин – строчными буквами, векторные величины будут выделяться жирным шрифтом без курсива. Для сокращения записи выражений в статье многомерные формулы ряда операции будут заменяться соответствующими одномерными формулами, например:

$$\frac{\partial^{n_{\mathbf{X}}}\boldsymbol{\psi}\left(x_1,x_2,\ldots,x_{n_x}\right)}{\partial x_1\partial x_2\ldots\partial x_{n_{\mathbf{X}}}}=\frac{\partial\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x})}{\partial\mathbf{x}},$$

$$\int_{\underline{x}_1}^{\overline{x}_1}\int_{\underline{x}_2}^{\overline{x}_2}\ldots\int_{\underline{x}_{n_{\mathbf{X}}}}^{\overline{x}_{n_{\mathbf{X}}}}f_{\mathbf{X}}\left(x_1,x_2,\ldots,x_{n_{\mathbf{X}}}\right)dx_1dx_2\ldots dx_{n_{\mathbf{X}}}=\int_{\underline{\mathbf{x}}}^{\overline{\mathbf{x}}}f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})d\mathbf{x}.$$

Введение

Для проверки качества стохастических моделей, пригодности численных методов и вычислительных алгоритмов [1], [2] для решения задач расчета, анализа и управления установившимися режимами электроэнергетических систем (ЭЭС) в вероятностно-определенных условиях в настоящее время используют вычислительный эксперимент, программа которого построена на статистических испытаниях. Существенным недостатком программы статистических испытаний является высокая трудоемкость, обусловленная многократными расчетами установившихся режимов ЭЭС, необходимыми для накопления требуемой статистической информации, которая позволит достоверно описать законы распределения случайных величин [1], [2]. Формирования объективного заключения о степени достоверности модели и границах ее применимости, пригодности численных методов и вычислительных алгоритмов потребует многократного проведения вычислительного эксперимента для различных схемно-режимных ситуаций. Таким образом, автоматизированная проверка стохастической модели, вероятностного метода или алгоритма, несмотря на высокое развитие вычислительной техники, потребует значительных затрат времени, до нескольких месяцев.

Трудоемкость апробации моделей, методов и алгоритмов можно значительно уменьшить, используя в программе вычислительного эксперимента прямой и точный вероятностный метод расчета установившихся режимов ЭЭС приведенный в этой статье.

Постановка задачи

Расчет установившихся режимов в вероятностно-определенных условиях (в дальнейшем – просто вероятностный расчет) установившегося режима ЭЭС заключается в нахождении закона распределения $L_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ зависимых переменных режима $\mathbf{X}$ по известному закону распределения $L_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})$ независимых переменных режима $\mathbf{Y}$, где $\mathbf{X}$ и $\mathbf{Y}$ – векторы соответственно зависимых и независимых переменных, на которые разбивается вектор переменных режима $\mathbf{Z}$; $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ – возможные значения случайных векторов соответственно $\mathbf{X}$ и $\mathbf{Y}$; $L_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ и $L_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})$ – соответственно $n_{\mathbf{X}}$-мерная и $n_{\mathbf{Y}}$-мерная функции законов распределения зависимых и независимых переменных режима.

Под функциями законов распределения случайных величин понимаются такие функции, которые полностью описывают распределение вероятностей случайных величин. В качестве функций законов распределения зависимых $\mathbf{X}$ и независимых $\mathbf{Y}$ переменных выбираются: функции распределения вероятностей $F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ и $F_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})$; плотности распределения вероятностей $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ и $f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})$; характеристические функции распределений $\chi_{\mathbf{X}}(\mathbf{qx})$ и $\chi_{\mathbf{Y}}(\mathbf{qy})$, где $\mathbf{qx}$, $\mathbf{qy}$ – векторы действительных переменных, имеющие размерность соответственно $n_{\mathbf{X}}$ и $n_{\mathbf{Y}}$. Отметим, что функции $F_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$, $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$, $\chi_{\mathbf{X}}(\mathbf{qx})$ ($F_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})$, $f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})$, $\chi_{\mathbf{Y}}(\mathbf{qy})$) связаны взаимно однозначными преобразованиями [3]. Поэтому, зная одну из функций распределения случайных величин, при необходимости можно определить другие функции.

Ниже для решения поставленной задачи предлагается использовать метод, позволяющий найти плотность распределения $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ по заданной плотности $f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})$, который в отечественной литературе называют сравнением вероятностей [4], а в зарубежной – заменой переменных [5].

Математическое моделирование ЭЭС и вероятностный расчет установившегося режима

Для выполнения вероятностных расчетов установившихся режимов строится математическая модель ЭЭС: 1) определяется состав векторов зависимых $\mathbf{X}$ и независимых $\mathbf{Y}$ переменных; 2) задается плотность распределения независимых переменных $f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})$; 3) устанавливаются функциональные соотношения между переменными режима:

$$\mathbf{W}(\mathbf{X},\mathbf{Y})=\mathbf{0}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{W}(\mathbf{X},\mathbf{Y})$ – $n_{\mathbf{X}}$-мерная вектор-функция, описывающая установившийся режим ЭЭС в детерминированных условиях; 4) с помощью уравнения (1) определяется плотность распределения $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$.

Плотность распределения $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ находится согласно общему принципу определения вероятностного распределения методом сравнения элементов вероятностей с использованием замены переменных [4]. Предполагается, что функция $\mathbf{W}(\mathbf{x},\mathbf{y})$ имеет непрерывные первые частные производные по всем координатам векторов $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$.

Возможны три случая:

1) векторы $\mathbf{X}$ и $\mathbf{Y}$ имеют одну размерность n;

2) размерность $n_{\mathbf{X}}$ вектора $\mathbf{X}$ меньше размерности $n_{\mathbf{Y}}$ вектора $\mathbf{Y}$;

3) размерность $n_{\mathbf{X}}$ вектора $\mathbf{X}$ больше размерности $n_{\mathbf{Y}}$ вектора $\mathbf{Y}$.

Если векторы $\mathbf{X}$ и $\mathbf{Y}$ имеют одну размерность n и уравнение (1) однозначно разрешено относительно $\mathbf{Y}$:

$$\mathbf{Y}=\Psi(\mathbf{X}), \qquad (2)$$

то плотность распределения $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ [4] определяется как

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})=|J(\mathbf{x})|\, f_{\mathbf{Y}}(\Psi(\mathbf{x})), \qquad (3)$$

где $J(\mathbf{x})$ – якобиан вектора $\mathbf{y}=\Psi(\mathbf{x})$ по координатам вектора $\mathbf{x}$; $|J(\mathbf{x})|$ – абсолютное значение якобиана.

В случае, когда размерность $n_{\mathbf{X}}$ вектора $\mathbf{X}$ меньше размерности $n_{\mathbf{Y}}$ вектора $\mathbf{Y}$ и уравнение (1) однозначно разрешено относительно $\mathbf{Y}_1$:

$$\mathbf{Y}_1=\Psi(\mathbf{X},\mathbf{Y}_2), \qquad (4)$$

плотность распределения $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ определяется выражением [4]

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})=\int_{\underline{\mathbf{y}_2}}^{\overline{\mathbf{y}_2}} |J(\mathbf{x},\mathbf{y}_2)|\, f_{\mathbf{Y}}(\Psi(\mathbf{x},\mathbf{y}_2),\mathbf{y}_2)\,d\mathbf{y}_2, \qquad (5)$$

где $\mathbf{Y}_1$, $\mathbf{Y}_2$ – векторы размерностью соответственно $n_{\mathbf{X}}$ и $(n_{\mathbf{Y}}-n_{\mathbf{X}})$, на которые разбивается вектор $\mathbf{Y}$; $J(\mathbf{x})$ – якобиан вектора $\mathbf{y}_1=\Psi(\mathbf{x},\mathbf{y}_2)$ по коор-

динатам вектора $\mathbf{x}$; $\underline{\mathbf{y}_2}$ и $\overline{\mathbf{y}_2}$ – наименьшее и наибольшее возможные значения $\mathbf{Y}_2$.

В случае $n_{\mathbf{X}} > n_{\mathbf{Y}}$ для записи $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ систему уравнений (1) необходимо разделить на две системы:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{\Psi}_1(\mathbf{X}_1) \qquad (6)$$

и

$$\mathbf{Y} = \mathbf{\Psi}_2(\mathbf{X}_2),$$

где $\mathbf{X}_1$, $\mathbf{X}_2$ – векторы размерностью соответственно $n_{\mathbf{Y}}$ и $(n_{\mathbf{X}} - n_{\mathbf{Y}})$, на которые разбивается вектор $\mathbf{X}$. Если уравнение (6) имеет единственное решение $\mathbf{X}_1 = \mathbf{\Psi}_1^{-1}(\mathbf{Y})$, то плотность $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ составного вектора $\mathbf{X}\{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2\}$ определяется формулой [4]

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = |J(\mathbf{x}_1)| f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{\Psi}_1(\mathbf{x}_1))\delta(\mathbf{x}_2 - \mathbf{\Psi}_2(\mathbf{\Psi}_1^{-1}(\mathbf{x}_1))),$$

где $\delta(\mathbf{x}_2 - \mathbf{\Psi}_2(\mathbf{y}))$ – δ-функция, которая определяет условную плотность распределения вероятностей величины $\mathbf{X}_2$ относительно $\mathbf{Y}$; $J(\mathbf{x}_1)$ – якобиан вектора $\mathbf{y} = \mathbf{\Psi}_1(\mathbf{x}_1)$ по координатам вектора $\mathbf{x}_1$.

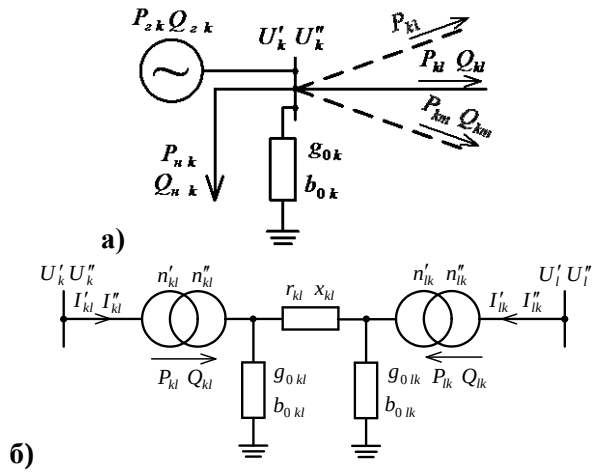


Рис. 1. Схемы замещения:
а – узла *k* сети; б – ветви *kl* сети

ЭЭС состоит из электроустановок по производству, преобразованию, передаче, распределению и потреблению электроэнергии. При моделировании режимов ЭЭС любая электроустановка может быть представлена схемой замещения узла или ветви, либо совокупностью этих схем. В достаточно общем виде однолинейные схемы замещения узла и ветви, предназначенные для моделирования электроустановок трехфазного переменного тока в установившихся симметричных режимах, представлены на рис. 1.

Схемы замещения электроустановок объединяются в соответствии с электрическими соединениями в реальной системе, образуя расчетную схему ЭЭС, состоящую из m узлов.

В схеме замещения узла k (см. рис. 1, а) параметры g_{0k} и b_{0k} – активная и реактивная проводимости шунта. Параметры ветви kl электрической сети (см. рис. 1, б): r_{kl}, x_{kl} – активное и реактивное продольные сопротивления ветви; g_{0kl}, b_{0kl} (g_{0lk}, b_{0lk}) – активная и реактивная поперечные проводимости у конца ветви k (l). В общую схему замещения ветви сети помимо сопротивлений (проводимостей) входят идеальные трансформаторы с коэффициентами трансформации n'_{kl}, n''_{kl} и n'_{lk}, n''_{lk} соответственно на концах k и l ветви (см. рис. 1, б), где n'_{kl}, n'_{lk} – действительная часть коэффициентов трансформации; n''_{kl}, n''_{lk} – мнимая часть коэффициентов трансформации.

Потребление электрической энергии в узле k сети (см. рис. 1, а) определяется активной $P_{нk}$ и реактивной $Q_{нk}$ мощностью нагрузки, производство – активной $P_{гk}$ и реактивной $Q_{гk}$ генерируемой мощностью.

Режим ЭЭС в узле k характеризуется продольной U'_k и поперечной U''_k составляющими напряжения (см. рис. 1, а). В ветви kl режим характеризуется активной I'_{kl} и реактивной I''_{kl} составляющими тока в начале линии и соответствующими параметрами I'_{lk}, I''_{lk} в конце линии kl. Передача энергии характеризуется перетоком активной P_{kl} и реактивной Q_{kl} мощности от узла k по ветви kl, потерями активной ΔP_{kl} и реактивной ΔQ_{kl} мощностей в ветви сети.

Вывод функциональных соотношений между параметрами режима будет производиться в комплексной форме записи. Комплексные формы записи параметров имеют вид:

$$\left.\begin{array}{c} z = r + ix, y = g - ib, n = n' + in'', \\ \underline{U} = U' + iU'', \underline{I} = I' + iI'', \\ S = P + iQ, \Delta S = \Delta P + i\Delta Q, \end{array}\right\}$$

где i – мнимая единица.

Баланс токов в каждом узле электрической сети (см. рис. 2, а) определяется первым законом Кирхгофа:

$$\underline{I}_{нk} - \underline{I}_{гk} + \underline{I}_{0k} + \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^{m} \underline{I}_{kl} = 0, \qquad (7)$$

где $\underline{I}_{н\,k}$, $\underline{I}_{г\,k}, \underline{I}_{0\,k}$ – соответственно комплексы токов нагрузки, генерации и ток, протекающий по шунту в узле k сети; $\underline{I}_{kl}$ – ток в начале ветви kl.

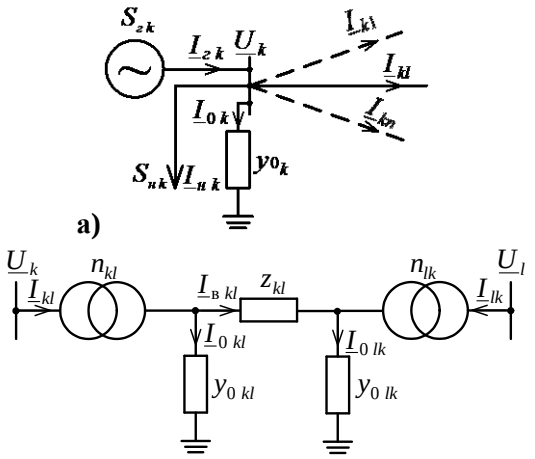


Рис. 2. Схемы замещения к определению соотношений между параметрами режима: а – узла *k* сети; б – ветви *kl* сети

Комплексы токов генерации $\underline{I}_{г\,k}$ и нагрузки $\underline{I}_{н\,k}$ определяются через сопряженные комплексы соответствующих мощностей $S_{г\,k}$, $S_{н\,k}$ и напряжение $\underline{U}_k$:

$$\underline{I}_{г\,k} = \frac{S^*_{г\,k}}{\sqrt{3}\underline{U}^*_k}; \qquad (8)$$

$$\underline{I}_{н\,k} = \frac{S^*_{н\,k}}{\sqrt{3}\underline{U}^*_k}, \qquad (9)$$

где * – знак, обозначающий, что комплекс переменной является сопряженным.

Ток $\underline{I}_{0\,k}$, протекающий по шунту в узле k, связан с напряжением $\underline{U}_k$ законом Ома (см. рис. 2, а):

$$\underline{I}_{0\,k} = \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{U}_k y_{0\,k}. \qquad (10)$$

Ток $\underline{I}_{kl}$, протекающий вначале ветви kl согласно первому закону Кирхгофа с учетом преобразования токов (см. рис. 2, б) равен

$$\underline{I}_{kl} = \left(\underline{I}_{в\,kl} + \underline{I}_{0\,kl}\right)n^*_{kl}. \qquad (11)$$

По закону Ома токи $\underline{I}_{в\,kl}$ и $\underline{I}_{0\,kl}$ в ветви kl (см. рис. 2, б) с учетом преобразования напряжений равны

$$\underline{I}_{в\,kl} = \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{\underline{U}_k n_{kl} - \underline{U}_l n_{lk}}{z_{kl}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\underline{U}_k n_{kl} - \underline{U}_l n_{lk}\right)y_{kl}; \qquad (12)$$

$$\underline{I}_{0\,kl} = \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{U}_k n_{kl} y_{0\,kl}, \qquad (13)$$

где y_{kl} – комплексная продольная проводимость ветви.

В результате подстановки ;(12) и (13) в (11) ток в начале ветви равен

$$\underline{I}_{kl} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\left(\underline{U}_k n_{kl} - \underline{U}_l n_{lk}\right)y_{kl} + \frac{1}{\sqrt{3}}\underline{U}_k n_{kl} y_{0\,kl}\right)n^*_{kl} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}}\left[\underline{U}_k n_{kl}\, n^*_{kl}\left(y_{kl} + y_{0\,kl}\right) - \underline{U}_l n_{lk} n^*_{kl} y_{kl}\right]. \qquad (14)$$

Вытекающие из узла k в узел l потоки мощности равны

$$S_{kl} = \underline{U}_k \underline{I}^*_{kl}. \qquad (15)$$

Потери мощности в ветви сети определяются формулой

$$\Delta S_{kl} = S_{kl} + S_{lk}. \qquad (16)$$

Совокупность уравнений (7)–(15), составленные для всех узлов и ветвей сети ЭЭС, при разделении параметров на действительные и мнимые составляющие образует полную систему уравнений установившегося режима.

Вероятностный расчет установившегося режима заключается в определении плотностей распределения напряжений в узлах $f_{\mathbf{U}}(\mathbf{u}',\mathbf{u}'')$, токов $f_{\mathbf{I}}(\mathbf{i}',\mathbf{i}')$, перетоков мощности $f_{\mathbf{S}}(\mathbf{p},\mathbf{q})$ и потерь мощности $f_{\Delta\mathbf{S}}(\Delta\mathbf{p},\Delta\mathbf{q})$ в ветвях сети по исходным данным: плотности распределения нагрузок $f_{\mathbf{S_н}}(\mathbf{p_н},\mathbf{q_н})$ и генерирующих мощностей $f_{\mathbf{S_г}}(\mathbf{p_г},\mathbf{q_г})$ в узлах сети; схеме соединений и параметрам электрической сети.

Расчет производится в следующей последовательности: 1) с использованием полной системы уравнений, составляются уравнения $(\mathbf{P_y},\mathbf{Q_y}) = \Psi(\mathbf{U}',\mathbf{U}'')$ и по (3) находится функция $f_{\mathbf{U}}(\mathbf{u}',\mathbf{u}'')$; 2) по найденной плотности $f_{\mathbf{U}}(\mathbf{u}',\mathbf{u}'')$ в зависимости от числа узлов и ветвей составляется уравнение (2) и/или (4) и находится функция $f_{\mathbf{I}}(\mathbf{i}',\mathbf{i}')$, $f_{\mathbf{S}}(\mathbf{p},\mathbf{q})$, $f_{\mathbf{S}}(\Delta\mathbf{p},\Delta\mathbf{q})$ соответственно по (3) или , (5).

Пример

Определим плотность распределения напряжений в узлах сети. Для получения явной функции (2) подставляем (8)–(14) в (7) и умножаем на сопряженный комплекс напряжения. В результате получаем уравнение узловых напряжений в форме баланса мощностей

$$S^*_{н\,k} - S^*_{г\,k} + \underline{U}_k \underline{U}^*_k \left(y_{0\,k} + \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq k}}^{m}\left[n_{kl}\, n^*_{kl}\left(y_{kl} + y_{0\,kl}\right)\right]\right) -$$

$$-\underline{U}_k^* \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq k}}^{m} \left(\underline{U}_l n_{lk} n_{kl}^* y_{kl}\right) = 0 . \qquad (17)$$

Предварительно для упрощения дальнейших выкладок введем параметры сети:

$$y_{y\,kl} = \begin{cases} y_{0\,k} + \sum\limits_{\substack{v=1 \\ v\neq k}}^{m} \left[n_{kv}\, n_{kv}^* \left(y_{kv} + y_{0\,kv} \right) \right] \text{при} \, k = l, \\ - n_{lk} n_{kl}^* y_{kl} \;\; \text{при} \, k \neq l. \end{cases} \qquad (18)$$

где $y_{y_{kk}}$, $g_{y_{kk}}$, $b_{y_{kk}}$ – собственные соответственно комплексная, активная и реактивная проводимости узла k; $y_{y_{kl}}$, $g_{y_{kl}}$, $b_{y_{kl}}$ – взаимные комплексная, активная и реактивная проводимости смежного с узлом k узла l.

При подстановке выражений (18) в уравнение (17) имеем

$$S_{н\,k}^* - S_{г\,k}^* + \underline{U}_k \underline{U}_k^* y_{y\,kl} + \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq k}}^{m} \left(\underline{U}_l y_{y\,kl}\right) = 0 . \qquad (19)$$

Баланс токов (19) при разделении на вещественную и мнимую составляющие с алгебраической формой записи напряжений имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} & P_{y_k} + \left(U_k'^2 + U_k''^2\right) g_{y_{kk}} + \\ & + \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq k}}^{m} \left[\left(U_k' U_l' + U_k'' U_l''\right) g_{y_{kl}} + \left(U_k' U_l'' - U_k'' U_l'\right) b_{y_{kl}} \right] = 0, \\ & Q_{y_k} + \left(U_k'^2 + U_k'^2\right) b_{y_{kk}} + \\ & + \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq k}}^{m} \left[\left(U_k' U_l' + U_k'' U_l''\right) b_{y_{kl}} - \left(U_k' U_l'' - U_k'' U_l'\right) g_{y_{kl}} \right] = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (20)$$

где P_k, Q_k – узловые мощности, равные

$$P_{yk} = P_{н\,k} - P_{г\,k}$$
$$Q_{yk} = Q_{н\,k} - Q_{г\,k};$$

$g_{y\,kl}$, $b_{y\,kl}$ – узловые проводимости, рассчитываемые по формулам в соответствии с (18)

$$g_{y\,kl} = \begin{cases} g_{0\,k} + \sum\limits_{\substack{l=1 \\ l\neq k}}^{m} \left[\left(g_{kl} + g_{0\,kl}\right) \left(n_{kl}'^2 + n_{kl}''^2\right) \right] \text{при} \, k = l, \\ - g_{kl} \left(n_{kl}' n_{lk}' + n_{kl}'' n_{lk}''\right) - b_{kl} \left(n_{kl}' n_{lk}'' - n_{kl}'' n_{lk}'\right) \text{при} \, k \neq l, \end{cases}$$

$$b_{y\,kl} = \begin{cases} b_{0\,k} + \sum\limits_{\substack{v=1 \\ v\neq k}}^{m} \left[\left(b_{kl} + b_{0\,kl}\right) \left(n_{kl}'^2 + n_{kl}''^2\right) \right] \text{при} \, k = l, \\ g_{kl} \left(n_{kl}' n_{lk}'' - n_{kl}'' n_{lk}'\right) - b_{kl} \left(n_{kl}' n_{lk}' + n_{kl}'' n_{lk}''\right) \text{при} \, k \neq l. \end{cases}$$

В результате имеем следующие функции:

$$\left.\begin{aligned} \psi_{P y_k}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right) &= -\left(U_k'^2 + U_k''^2\right) g_{y_{kk}} - \\ &- \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq k}}^{m} \left[\left(U_k' U_l' + U_k'' U_l''\right) g_{y_{kl}} + \left(U_k' U_l'' - U_k'' U_l'\right) b_{y_{kl}} \right], \\ \psi_{Q y_k}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right) &= -\left(U_k'^2 + U_k'^2\right) b_{y_{kk}} - \\ &- \sum_{\substack{l=1 \\ l\neq k}}^{m} \left[\left(U_k' U_l' + U_k'' U_l''\right) b_{y_{kl}} - \left(U_k' U_l'' - U_k'' U_l'\right) g_{y_{kl}} \right]. \end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Для определения плотности распределения напряжения $f_{\mathbf{U}}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)$ используется формула (3) при условии существования и непрерывности якобиана $J\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)$ вектора $\mathbf{\Psi}_{\mathbf{Sy}}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)$ по координатам вектора $\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)$. Якобиан преобразования $J\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)$ равен

$$J\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right) = \begin{vmatrix} \left[\dfrac{\partial \psi_{P y_k}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)}{\partial u_l'}\right] & \left[\dfrac{\partial \psi_{P y_k}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)}{\partial u_l''}\right] \\ \left[\dfrac{\partial \psi_{Q y_k}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)}{\partial u_l'}\right] & \left[\dfrac{\partial \psi_{Q y_k}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)}{\partial u_l''}\right] \end{vmatrix}, \qquad (22)$$

где $\dfrac{\partial \psi_{P y_k}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)}{\partial u_l'}$, $\dfrac{\partial \psi_{P y_k}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)}{\partial u_l''}$, $\dfrac{\partial \psi_{Q y_k}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)}{\partial u_l'}$, $\dfrac{\partial \psi_{Q y_k}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)}{\partial u_l''}$ – частные производные соответствующих функций (21) по составляющим напряжения. Как показывают исследования [6], якобиан (22) существует и непрерывен во всех установившихся режимах ЭЭС вплоть до предельных режимов.

Формула (2) дает следующую плотность распределения напряжения:

$$f_{\mathbf{U}}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right) = \left| J\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right) \right| f_{\mathbf{S}}\left(\mathbf{\Psi}_{\mathbf{P}}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right), \mathbf{\Psi}_{\mathbf{Q}}\left(\mathbf{u}', \mathbf{u}''\right)\right). \qquad (23)$$

Так плотность распределения вероятностей $f_{\mathbf{U}}\left(u_2', u_2''\right)$ продольной и поперечной составляющих напряжения в нагрузочном конце 2 линии электропередачи, схема замещения которой представлена на рис. 3, при плотности распределения вероятностей нагрузки $f_{\mathbf{Sн}}\left(p_{н_2}, q_{н_2}\right)$ и заданных параметрах сети и напряжении u_1', u_1'' в генераторном узле 1, балансирующем по активной и реактивной мощности, определяется выражением

$$f_{\mathbf{U}}\left(u_2', u_2''\right) = \left| J\left(u_2', u_2''\right) \right| f_{\mathbf{Sн}}\left(\psi_{P_{н_2}}\left(u_2', u_2''\right), \psi_{Q_{н_2}}\left(u_2', u_2''\right)\right). \qquad (24)$$

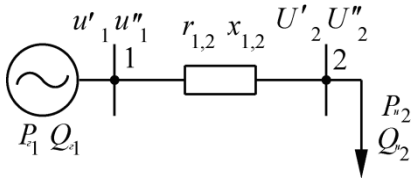


Рис. 3. Однолинейная схема замещения линии электропередачи напряжением 110 кВ

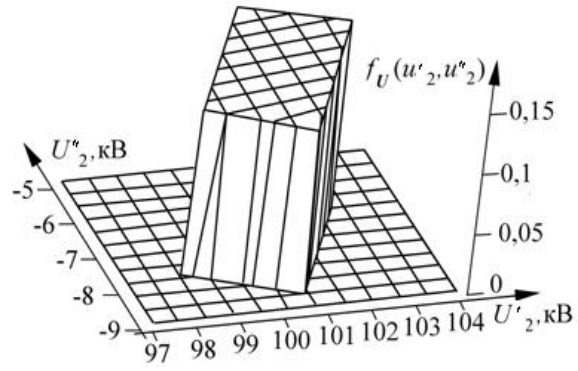
Явные функции $\psi_{P_{н_2}}(u'_2,u''_2)$ и $\psi_{Q_{н_2}}(u'_2,u''_2)$ определяются из баланса мощностей составленного для нагрузочного узла линии электропередачи:

$$\left.\begin{aligned} w_{P_2}(P_{н_2},U'_2,U''_2) \equiv P_2 + (U''_2u'_1 - U'_2u''_1)b_{1,2} + \\ + [U'_2(U'_2 - u'_1) + U''_2(U''_2 - u''_1)]g_{1,2} = 0, \\ w_{Q_2}(Q_{н_2},U'_2,U''_2) \equiv Q_2 + (U'_2u''_1 - U''_2u'_1)g_{1,2} + \\ + [U''_2(U''_2 - u''_1) + U''_2(U''_2 - u''_1)]b_{1,2} = 0, \end{aligned}\right\}$$

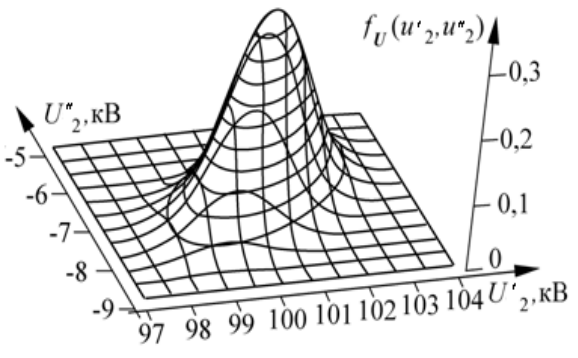
как

$$\left.\begin{aligned} \psi_{Q_{н_2}}(u'_2,u''_2) = -(U''_2u'_1 - U'_2u''_1)b_{1,2} - \\ - [U'_2(U'_2 - u'_1) + U''_2(U''_2 - u''_1)]g_{1,2}, \\ \psi_{Q_2}(U_{a_2},U_{r_2}) = (U'_2u''_1 - U''_2u'_1)g_{1,2} + \\ + [U''_2(U''_2 - u''_1) + U''_2(U''_2 - u''_1)]b_{1,2}, \end{aligned}\right\}$$

где $g_{1,2}$, $b_{1,2}$ – активная и реактивная проводимости линии электропередачи.



а)



б)

Рис. 4. Плотности распределения напряжения в узле 2 линии электропередачи (см. рис. 3), построенные для расчетных условий:
а – при равномерном распределении нагрузки;
б – при нормальном распределении нагрузки

Якобиан преобразования $J(u_{a_2},u_{r_2})$ равен

$$J(u'_2,u''_2) = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial\psi_{P_2}(u'_2,u''_2)}{\partial u_{a_2}} & \dfrac{\partial\psi_{P_2}(u'_2,u''_2)}{\partial u_{r_2}} \\ \dfrac{\partial\psi_{Q_2}(u'_2,u''_2)}{\partial u_{a_2}} & \dfrac{\partial\psi_{Q_2}(u'_2,u''_2)}{\partial u_{r_2}} \end{vmatrix} =$$

$$= (g_{1,2}^2 + b_{1,2}^2)\left[(u_1'^2 + u_1''^2) - 2(u'_2u'_1 + u''_2u''_1)\right].$$

На рис. 4, а и б построены плотности распределения $f_U(u'_2,u''_2)$, рассчитанные по формуле (24) в случае соответственно равномерного распределения нагрузки $f_{S_н}(p_{н_2},q_{н_2})$ на участках $[53,67]$ (в МВт), $[35,45]$ (в Мвар) и нормального распределения с характеристиками: $m_{P_2} = 60$ МВт, $m_{Q_2} = 40$ Мвар, $\sigma_{P_2} = 4$ МВт, $\sigma_{Q_2} = 3$ Мвар, $r = 0,5$. Параметры линии электропередачи следующие: $r_{12} = 10$ Ом, $x_{12} = 20$ Ом. Составляющие напряжения балансирующего узла равны $u_{a_1} = 115$ кВ и $u_{r_1} = 0$.

Выводы

Вероятностный метод расчета сравнением вероятностей в отличие от предложенных ранее аналитических методов [1], [2] по заданной плотности распределения независимых параметров позволяет точно записать выражение для плотности распределения зависимых параметров. Данный метод можно использовать в качестве эталонного метода. Метод прост в реализации, если векторы зависимых и независимых параметров имеют одинаковую размерность. В противном случае трудоемкость метода из-за необходимости интегрирования функций и нахождения δ-функций увеличивается. Предложенный метод расчета не является универсальной, но позволяет выполнять вероятностные расчеты режимов традиционной постановке задачи.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Bibliography on Power System Probabilistic Analysis (1962-1988) / M. Th. Schilling, A. M. Leite da Silva, R. Billinton, M. A. El-Kady // IEEE Trans. on Power Systems. – 1990. – Vol. 5, no. 1, Feb. – P. 1–11.
2. Chen P., Chen Z., Bak-Jensen B. Probabilistic Load Flow: a Review // Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies : Proc. of Third Int. Conf. – [USA], 2008. – P. 1586–1591.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы. – СПб. : Лань, 2003. – 832 с.
4. Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие. – М. : Физматлит,

2002. – 496 с.
5. Evans M. J., Rosenthal J. S. Probability and Statistics: the Science of Uncertainty. – W. H. Freeman and Co. – 685 p.
6. Конторович А. М., Крюков А. В. Предельные режимы энергосистем. Основы теории и методы расчетов : учеб. пособие. – Иркутск : Изд-во ИГУ, 1985 – 72 с.

УДК 621.311

Туйгунова Альбина Григорьевна,
ст. преподаватель, Красноярский филиал Иркутского государственного университета путей сообщения,
тел. (3912) 48-16-44, e-mail: tuigunova@krsk.irgups.ru

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАЗМАХА ВНУТРИСУТОЧНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА СКОРОСТЬ СТАРЕНИЯ ВИТКОВОЙ ИЗОЛЯЦИИ

A.G. Tuygunova

RESEARCH OF INFLUENCE OF SCOPE OF INTRADAILY TEMPERATURE OF ENVIRONMENT FOR SPEED OF AGING COIL ISOLATION

Аннотация. *Рост размаха температурных отклонений в течение суток не может не сказаться на скорости старения витковой изоляции. Насколько существенно это влияние и следует ли его учитывать при оценке теплового старения, может быть установлено исследованием воздействия колебаний температуры окружающей среды на скорость старения. В статье предлагаются подходы такого исследования методами имитационного моделирования.*

Ключевые слова: *трансформатор тяговой подстанции, температура внешней среды, скорость старения витковой изоляции трансформатора.*

Abstract. *The height of scope of temperature rejections during twenty-four hours tells on the degree senescence of isolation. As far as it is substantial influence and whether it is necessary to take into account him at the estimation of thermal senescence, it can be set by research of influence of fluctuations in an ambient temperature on speed of ста-рения. Methods of such research of imitation design methods is offered in the article.*

Keywords*: transformer of traction substation, temperature of external environment, speed of a wear isolation of transformer.*

Климатические тенденции указывают на увеличение размаха внутрисуточной температуры, что вызывает необходимость изучения вопросов, связанных с влиянием колебания температуры окружающей среды в течение суток на скорость теплового старения витковой изоляции. С этой целью ниже излагаются вопросы построения модели для таких исследований.

Скорость старения изоляции в соответствии с законом Монтзингера [1] определяется ее температурой в наиболее нагретой точке (ННТ). В свою очередь, эта температура зависит от: 1) температуры, обусловленной тяговой нагрузкой; 2) тепловых параметров самого трансформатора, таких как тепловая постоянная масла, тепловая постоянная обмоток, тип охлаждения и др.; 3) температуры окружающей среды.

Установленная связь между тяговой нагрузкой, температурой масла и температурой наиболее нагретой точки витковой изоляции [2, 3, 4, 5] позволяет косвенным методом определить температуру ННТ и, следовательно, скорость износа изоляции. Это обстоятельство принято для разработки инструмента вышеобозначенного исследования. Таким образом, зная величину тяговой нагрузки, можно решить поставленную задачу для трансформатора с известными тепловыми характеристиками. Однако ввиду того, что тяговая нагрузка характеризуется резким и случайными изменением в течение суток, необходимо, в свою очередь, привлечь для реализации модели старения витковой изоляции модель изменения тяговой нагрузки. Вопросам моделирования тяговой нагрузки было уделено большое внимание, например в [6, 7, 8, 9], что позволяет утверждать о допустимости для такого рода исследований нормального закона распределения. Закон распределения тяго-

вой нагрузки в этом случае описывается всего двумя параметрами: средним и среднеквадратическим отклонением тока. При этом обеспечивается адекватность модели. Принимая нормальный закон распределения токов плеч тяговой подстанции, изменения тягового тока можно имитировать на основе выражения для плотности распределения:

$$f(i)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(i-\bar{I})^2}{2\sigma^2}}, \qquad (1)$$

где $\bar{I}$ – средний ток подстанции; σ – среднее квадратическое отклонение тока подстанции; i – текущее («разыгрываемое» ЭВМ) случайное значение тока.

Для того, чтобы воспользоваться методом Монте-Карло, следует от плотности распределения перейти к интегральному ее представлению:

$$F(i)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(i-\bar{I})^2}{2\sigma^2}}di=\Phi^*\left(\frac{i-\bar{I}}{\sigma}\right), \quad (2)$$

где $\Phi^*\left(\frac{i-\bar{I}}{\sigma}\right)$ – интеграл вероятности, вычисляемый либо по таблицам, либо по специальному алгоритму на ЭВМ.

Таким образом, для имитации случайных токов необходимы средние токи и среднеквадратические отклонения от среднего. Средние токи плеч питания могут задаваться исследователем в зависимости от поставленной задачи.

Вторым параметром закона распределения является среднеквадратическое отклонение тока от среднего значения. Его в исследованиях можно задавать исходя из экспериментальных зависимостей, приведенных, например, в [12]. В этом источнике указывается, что имеет место стохастическая связь между средними значениями тягового тока подстанции $\bar{I}$ и коэффициентом эффективности (формы) $k_{эфф}=f(\bar{I})$. С большой степенью приближения эта зависимость может быть выражена и через размеры движения, поскольку при прочих равных условиях имеется примерно прямая пропорция между средним током и размерами движения. Это дает возможность определить среднеквадратическое отклонение по формуле

$$\sigma_I=\sqrt{\left(\bar{I}\cdot k_{Эфф}\right)^2-\left(\bar{I}\right)^2}=\bar{I}\sqrt{k_{Эфф}^2-1}. \quad (3)$$

Зависимость $k_{эфф}=f(N)$ полученная для тяговых подстанций, приведена на рис. 1 и может быть аппроксимированно выражением $k_{эфф}=2{,}508e^{-0{,}007N}$. Установлено, что эта зависимость справедлива практически для всех тяговых подстанций негорного профиля. В источниках аналогичные зависимости приведены и для участков электрической железной дороги, характеризующихся различной степенью трудности профиля пути (горного, перевального). Это позволяет привлечь эти характеристики для имитации тяговых нагрузок подстанций. Как видно из выражений (1) и (2), их использование затруднительно для имитационной модели, поскольку интегральный закон распределения не может быть представлен аналитически. Есть ряд методов, позволяющих получить аналитически случайный ряд чисел (тяговых токов), распределенных по нормальному закону. Однако и в этом случае необходимо получить параметры нормального распределения: среднее значение тока и его среднеквадратическое отклонение.

Рис. 1. К определению коэффициента формы (эффективности)

Для получения среднего значения тока можно привлечь информацию о суточном электропотреблении подстанцией по плечам питания и исходя из этого найти средние токи.

$$\bar{I}_{Л(П)}=\frac{W_{Л(П)}}{T\cdot U_H}, \qquad (4)$$

где $\bar{I}_{Л(П)}$ – среднесуточное значение тока левого (правого) плеча; $W_{Л(П)}$ – суточный расход на тягу левым (правым) плечом питания; T – расчетный период (24 ч).

Для имитации токов плеч питания вероятностным методом необходимо выяснить, можно ли оперировать токами плеч питания как независи-

мыми величинами. С этой целью следует провести исследование на наличие корреляционной связи.

Как известно [8], значение корреляционного момента может быть выражено

$$K_{I_Л,I_П}=\frac{1}{n-1}\sum\left(I_Л-\overline{I}_Л\right)\cdot\left(I_П-\overline{I}_П\right)=0, \quad (5)$$

где $I_Л$ – случайное значение тока левого плеча из массива данных; $I_П$ – случайное значение тока правого плеча из массива данных; $\overline{I}_Л$ – среднее значение тока левого плеча; $\overline{I}_П$ – среднее значение тока правого плеча.

Теснота корреляционной связи оценивается коэффициентом корреляции

$$r_{I_Л,I_П}=\frac{K_{I_Л,I_П}}{\delta_{I_Л}\cdot\delta_{I_П}}, \quad (6)$$

где $\delta_{I_Л};\delta_{I_П}$ – среднеквадратические значения токов левого и правого плеч питания тяговой подстанции соответственно. Поскольку токи определяются через мощность и напряжение на шинах подстанции, которое можно принять константой, то токи в таком исследовании могут быть заменены мощностями соответствующих плеч питания.

Исследования на наличие корреляционной связи между мощностями (токами) плеч тяговой подстанции, выполненные по реальным данным, свидетельствуют о наличии вероятностной связи между случайными величинами, что и отражено в табл. 1.

Таблица 1

Результаты исследования взаимной зависимости мощности плеч питания тяговой подстанции (переменного тока)

Числовые характеристики мощности	левого плеча	правого плеча
Среднее, МВА	2,34	3,99
Дисперсия, МВА^2	3,17	6,23
Среднеквадратическое отклонение, МВА	1,78	2,49
Корреляционный момент МВА^2	2,030	
Коэффициент корреляции	0,456	

Ниже рассматриваются вопросы имитации тяговых токов в обмотках исследуемого трансформатора на принципах моделирования двух взаимно зависимых величин с заданными параметрами нормального распределения и известным корреляционным моментом токов плеч питания.

Решение проблемы предполагает генерирование случайных величин, распределенных по нормальному закону. В качестве инструмента получения массивов случайных токов могут быть использованы ряд методик. Перечислим основные из них: метод ступенчатой аппроксимации, метод усечения, метод, основанный на центральной предельной теореме, метод взятия обратной функции, метод Мюллера и некоторые другие. В работе в качестве инструмента принят метод на основе центральной предельной теоремы.

Моделирование токов плеч питания тяговой подстанции

При известных (задаваемых при исследовании) средних значениях токов плеч питания, их среднеквадратических отклонениях и заданном коэффициенте корреляции между токами плеч питания порядок получения массивов токов соответствует алгоритму, описанному ниже.

1. Намечается первый шаг расчета $i=1$.

2. Из интервала равномерно распределенных чисел генерируется шесть (или двенадцать) случайных чисел первого шага расчета: $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6$.

3. Вычисляется сумма:

$$Q_i=\sum_{i=1}^{i=6}q_i. \quad (7)$$

4. Нормализуется ряд чисел (7) к нормальному закону распределения по известным формулам:

$$u_i=\frac{Q_i-m_{Q_i}}{\sigma_{Q_i}},$$

где m_Q – среднее значение ряда (7); σ_Q – среднеквадратическое значение ряда (7).

Для ряда (7)

$$m_Q=\frac{n}{2};$$

$$\sigma_Q=\sqrt{\frac{n}{12}},$$

[1]

где n – число чисел ряда (7) (ранее для формируемой модели было принято n = 6)

5. Принимая за базисное, например, значение тока левого плеча, найдем его первое случайное значение $I_{Лi}$, которое будет принадлежать формируемому массиву токов с нормальным распределением. Согласно [8]

$$I_{Лi}=\overline{I}_Л+\sigma_{Iл}\cdot u_i, \quad (8)$$

[1] Из формул видно, что в каждой серии генерации ряда (7) и позже ряда (11) значения m_Q и σ_Q не меняются, поэтому индексы для этих величин можно опустить.

где u_i – нормализованное по нормальному закону случайное число; $I_{Лi}$ – искомое текущее значение случайного тока левого плеча из совокупности случайных токов, распределенных по нормальному закону; $\overline{I}_{Л}$ – заданное среднее значение тока левого плеча; $\sigma_{Iл}$ – заданное среднеквадратическое значение тока левого плеча.

6. Формируется среднее значение тока правого плеча при условии, что ток левого плеча уже сформирован и имеет вероятностное воздействие на ток правого плеча

$$\overline{I}_{I_{Лi}/I_{Пш}} = \overline{I}_{П} + r_{I_Л,I_П}\frac{\sigma_{Iл}}{\sigma_{I_П}}\left(I_{Л_i} - \overline{I}_{П}\right). \quad (9)$$

7. Формируется среднеквадратическое отклонение тока правого плеча при условии, что ток левого плеча уже сформирован и имеет вероятностное воздействие на ток правого плеча

$$\sigma_{Iл/I_П} = \sqrt{1-\left(r_{I_Л,I_П}\right)^2}. \quad (10)$$

8. Из интервала равномерно распределенных чисел генерируется шесть случайных чисел первого шага расчета: второй серии $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6$.

9. Вычисляется сумма:

$$F_i = \sum_{i=1}^{i=6} f_i. \quad (11)$$

10. Нормализуется ряд чисел (11) к нормальному закону распределения по известным формулам:

$$z_i = \frac{F_i - m_{F_i}}{\sigma_{F_i}}, \quad (12)$$

где m_F – среднее значение ряда (11); σ_Q – среднеквадратическое значение ряда (11)

Для ряда (11), аналогично тому, как это было сделано ранее, можно записать

$$\begin{cases} m_Q = \dfrac{n}{2}; \\ \sigma_F = \sqrt{\dfrac{n}{12}}, \end{cases} \quad (13)$$

где n – число чисел ряда (11) (n = 6).

11. Формируется случайное значение тока правого плеча при условии, что ток левого плеча уже сформирован и имеет вероятностное воздействие на ток правого плеча

$$I_{Пi} = \sigma_{Iл/I_П}\sqrt{2}\left(F_i - 3\right) + \overline{I}_{Iл/I_П}. \quad (14)$$

12. Полученная первая пара случайных значений левого и правого плеч питания подстанции используется для определения первой тройки фазных токов трансформатора по известным формулам, приведенным, например, в [11]

$$\begin{cases} I_{ai} = \dfrac{1}{3}\sqrt{4I_{Лi}^2 + I_{Пi}^2 + 2I_{Лi}I_{Пi}}; \\ I_{bi} = \dfrac{1}{3}\sqrt{4I_{Пi}^2 + I_{Лi}^2 + 2I_{Лi}I_{Пi}}; \\ I_{Ci} = \dfrac{1}{3}\sqrt{I_{Пi}^2 + I_{Лi}^2 - I_{Лi}I_{Пi}}. \end{cases} \quad (15)$$

13. В случае трехобмоточного трансформатора к полученным токам фаз тяговой нагрузки прибавляется нагрузка третьей обмотки.

$$\begin{cases} I_{a\Sigma i} = \dfrac{1}{3}\sqrt{4I_{Лi}^2 + I_{Пi}^2 + 2I_{Лi}I_{Пi}} + I_{a_{pi}} \\ I_{b\Sigma i} = \dfrac{1}{3}\sqrt{4I_{Пi}^2 + I_{Лi}^2 + 2I_{Лi}I_{Пi}} + I_{b_{pi}} \\ I_{C\Sigma i} = \dfrac{1}{3}\sqrt{I_{Пi}^2 + I_{Лi}^2 - I_{Лi}I_{Пi}} + I_{c_{pi}}. \end{cases} \quad (16)$$

При этом можно не учитывать сдвиг токов соответствующих фаз, то есть выполнять арифметическое сложение, что внесет вполне приемлемую ошибку.

14. Определяется эквивалентный по нагреву масла трансформатора ток

$$I_{Эi} = \sqrt{\frac{I_{a\Sigma i}^2 + I_{b\Sigma i}^2 + I_{c\Sigma i}^2}{3}}. \quad (17)$$

15. Определяется номинальное значение тока исследуемого трансформатора по его заданной мощности S_{TH} и номинальному напряжению тяговой обмотки U_H

$$I_H = \frac{S_{TH}}{\sqrt{3}U_H}. \quad (18)$$

Находится кратность нагрузки первого шага моделирования

$$k_i = \frac{I_{Эi}}{I_H}. \quad (19)$$

Значение номера текущего шага моделирования увеличивается на единицу $i = i + 1$ и осуществляется переход к пункту 2.

Расчет повторяется до тех пор, пока не будет исчерпан весь период моделирования $T = i \cdot \int_{i=1}^{m} dt$, где dt – интервал квантования процесса по времени; m – число интервалов в периоде T.

На этом вероятностная часть моделирования нагрузок тяговой подстанции завершается и осуществля-

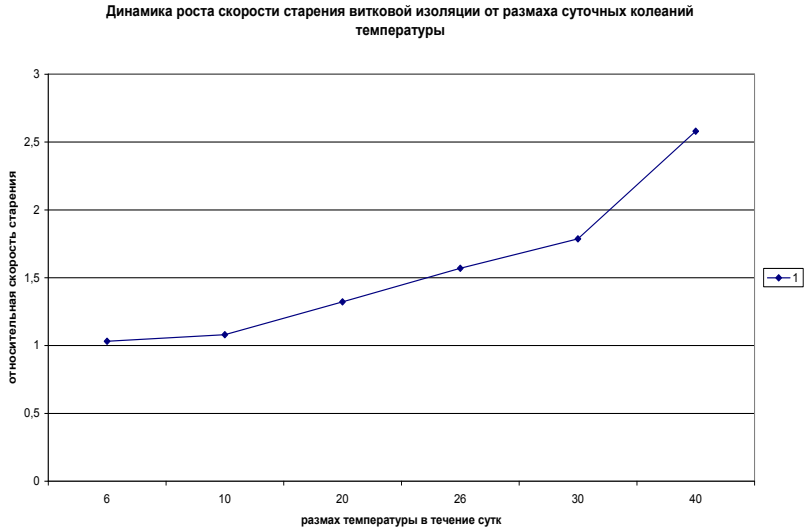


Рис. 2. К вопросу о влиянии проявлений резко континентального климата на скорость износа изоляци

ется переход к моделированию тепловых процессов. С этой целью была разработана программа оценки теплового износа витковой изоляции, в которой учитывается внутрисуточный размах температуры.

Такой учет можно выполнить двумя методами. Во-первых, моделированием во времени t хода изменения температуры $\upsilon_{ср}(t)$ в течение суток непосредственно в программном комплексе по математической модели

$$\upsilon_{ср}(t) = \overline{\vartheta}_{ср} + \upsilon_{мах} \cdot \sin(\frac{2 \cdot \pi}{1440} \cdot i \cdot \Delta t),$$

где $\overline{\vartheta}_{ср}$ – среднесуточная температура; $\upsilon_{мах}$ – максимальная за сутки температура; i – порядковый номер шага расчета; $\Delta t = 1$ мин – шаг квантования процесса моделирования во времени ($\Delta t = 1$ мин); 1440 – число минут в сутках.

Во-вторых расчетом эквивалентной суточной температуры окружающей среды. Согласно [1]

$$\vartheta_{эср} = 20 \cdot \log\left(\frac{1}{N}\sum_{m=1}^{N} 2^{\frac{\vartheta_{ср_m}}{6}}\right), \qquad (20)$$

где N – число ординат разбиения оси времени суток; m – текущий номер разбиения.

По вышеизложенной методике были выполнены исследования влияния тенденции увеличения размаха внутрисуточного хода температуры окружающей среды на скорость старения изоляции трансформатора. Для исследований были приняты следующие условия. Трансформатор ТДТНЖ-40000/110. Средняя температура воздуха за сутки – 20 градусов Цельсия. Начальная температура масла – 75 градусов Цельсия. Постоянная нагревания масла – 180 минут. Постоянная нагревания обмоток – 6 минут. Отношение мощности короткого замыкания к мощности холостого хода – 4. Интервал квантования процесса во времени – 1 минута.

Для сравнительного анализа влияния размаха суточных колебаний температуры воздуха на степень износа витковой изоляции в качестве базового принят вариант, для которого номинальная нагрузка трансформатора равна 210 А.

На рис. 2 приведены результаты расчета, отражающие тенденцию скорости износа витковой изоляции при увеличении размаха суточных колебаний температуры при неизменном среднем ее значении.

Выводы

Тенденция к увеличению резко континентальных признаков климата вызывают необходимость изучения влияния этого фактора на условия работы трансформаторов.

Исследования, выполненные по предложенной в статье методике, указывают на необходимость учитывать этот фактор в оценке отработанного ресурса витковой изоляции в регионах с большим размахом суточной температуры.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Leibfried Thomas. Online Monitors Transformers in Service \ IEEE Computer Applications in Power. – 1998. – July. – P. 36–42.
2. Марквардт Г. Г., Тер-Оганов Э. В., Шугуров В. А. Прямой расчет трансформаторной мощности тяговых подстанций // Сб. науч. тр. МИИТа. – М., 1976. – Вып. 487.

3. Клевцов А. В. Контроль ресурса трансформаторов тяговых подстанций // Сб. научн. тр. ВЗИИТа. – М., 1984. – Вып. 121. – С. 14–24.
4. Бобров Е. Г. О программно-аппаратном контроле остаточного ресурса обмоток трансформатора на основе обобщенной модели износа // Сб. научн. тр.ВЗИИТа. – М., 1984. – Вып. 121. – С. 79–86.
5. Тер-Оганов Э. В. Определение трансформаторной мощности тяговых подстанций на ЭВМ // Сб. научн. тр. ВЗИИТа. – М., 1973. – Вып 65.
6. Марквард Г. Г. Применение усеченного нормального закона распределения к тяговой нагрузке и уточнение его параметров // Ученые записки ВЗИИТа. – М., 1964. – Вып. II.
7. Марквард Г. Г. Распределение тяговой нагрузки // Вопросы энергоснабжения электрических железных дорог : тр. МИИТа. – М., 1969. – Вып. 302.
8. Марквардт Г. Г. Применение теории вероятностей и вычислительной техники в системе энергоснабжения. – М. : Транспорт, 1972. – 204 с.
9. Тимофеев Д. В. Режимы в электрических системах с тяговыми нагрузками. – М. : Энергия, 1972. – 267 с.
10. Лившиц В. Н., Мирошниченко Р. И., Тамазов А. И. Распределение плотности вероятностей тяговой нагрузки // Вестн. ВНИИЖТа. – 1967. – № 3.
11. Марквардт К. Г. Электроснабжение электрифицированных железных дорог. – М. : Транспорт, 1982. – 528 с.
12. Бардушко В. Д. Анализ и параметрический синтез систем тягового электроснабжения : автореф. дис. … докт.. техн. наук. – Иркутск, 2001.

УДК 330.101

Плотников Владимир Александрович,
д.э. н., профессор Санкт-Петербургского государственного педагогического университета им. Герцена,
Верткова Юлия Владимировна,
д.э. н., профессор, зав. кафедрой региональной экономики и менеджмента Юго-Западного государственного университета (г. Курск), e-mail: vertakova@rambler.ru

СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД В ОЦЕНКЕ ПУТЕЙ ПРЕОДОЛЕНИЯ ФИНАНСОВО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО КРИЗИСА

V.A. Plotnikov, J.V. Vertakova

THE SYSTEM APPROACH IN THE ESTIMATION OF WAY OF OVERCOMING OF FINANCIAL AND ECONOMIC CRISIS

Аннотация. *Проведен системный анализ макроэкономической ситуации в РФ. Дана общая характеристика российской экономики: позитивные и негативные тенденции Охарактеризовано влияние на Россию мирового финансово-экономического кризиса и сформулированы пути его преодоления.*

Ключевые слова: *макроэкономический анализ, российская экономика, проблемы развития, финансово-экономический кризис.*

Abstract. *The system analysis of a macroeconomic situation in the Russian Federation is carried out. The general characteristic of the Russian economy is given: positive and negative tendencies influence on Russia world financial and economic crisis is characterised and ways of its overcoming are formulated.*

Keywords: *the macroeconomic analysis, the Russian economy, development problems, financial and economic crisis.*

Россия имела длительный опыт централизованного планирования. Завышение роли государства в планировании привело к созданию системы управления, основанной на жесткой централизации, детальном регламентировании работы, ди-

ративных заданиях и бюджетных ассигнованиях. Отсутствие в нем резервов и компенсаторов приводило к срывам в определенных звеньях экономической системы и в государственном плане в целом. Именно «сбои» в планировании, по мнению многих специалистов, были причиной того, что «запас прочности» экономики к 1990 году оказался исчерпанным. Двенадцатая пятилетка (1986-1990 гг.) стала последней: наблюдался структурный кризис в большинстве отраслей, впервые снизился ВНП на 2 %, сократился выпуск промышленной продукции: на 1,2 % – в ценностном выражение, на 3,4 % – в натуральном при плановом темпе роста в 25 %. Задание пятилетки было недовыполнено на 8,5 %, в том числе на 11,7 % – по группе А и на 2,8 % – по группе Б промышленности.

Последний государственный план экономического и социального развития был разработан в 1990 году. В связи с демократизацией всех аспектов общественной жизни Госплан не решился обнародовать даже основные направления пятилетнего плана, опубликованы были лишь контрольные цифры на 1991 год. С 1992 г. наступил постплановый, но еще не рыночный период. После распада СССР стремление перестроить хозяйственный механизм ускорило распад планирования, и экономическая система командно-административного типа начала целенаправленно реформироваться, трансформируя экономические механизмы.

В настоящее время создана система базовых правовых норм и других институтов, обеспечивающих функционирование рыночных отношений между хозяйствующими субъектами. Заработали конкурентные рынки товаров и услуг, капитала и трудовых ресурсов. Актуальной становится уже отладка этих институтов, обеспечение их эффективного действия, высокой международной конкурентоспособности.

Если посмотреть на объективные экономические показатели (табл. 1), экономический рост в стране, инициированный финансовым кризисом 1998 года, сначала связанный с посткризисным восстановлением объемов производства, опирающимся на положительный эффект девальвации рубля, а затем поддержанный благоприятной конъюнктурой мировых рынков сырья, продолжался более 10 лет. В 2009 году произошли изменения, вызванные развитием мирового финансового кризиса.

Последние докризисные годы российская экономика демонстрировала устойчиво высокие темпы экономического роста (в среднем – около 7 % в год), значительно опережавшие динамику мировой экономики (4,7 %). Преодолен спад производства и потребления девяностых годов. В 2007 году объем ВВП составил к уровню 1991 года 110 %.

При этом коренным образом изменилась структура экономики в пользу отраслей, ориентированных на рыночный спрос. Объем ВВП (по паритету покупательной способности) превысил 1,9 трлн долларов США. По этому показателю Россия устойчиво закрепилась в восьмерке ведущих стран мира (табл. 2).

В табл. 3 приведены данные по объемам производства некоторых товаров в РФ по сравнению с другими странами мира.

Остановимся на других характеристиках российской экономики в период активных постсоветских трансформаций:

- устойчивый рост с темпом в среднем 7 %;
- вхождение в десятку наиболее крупных экономик мира (ВВП свыше $ 1,9 трлн);
- высокая открытость экономики (внешнеторговая квота 45 %);
- высокий уровень макроэкономической стабильности; 3-е место по объему в мире золотовалютных резервов;
- социальная стабильность в обществе;
- активное развитие предпринимательства (капитализация бизнеса превысила 100 % ВВП).

Таблица 1

Макроэкономические показатели экономики РФ, % к предыдущему году (по данным Росстата)

Показатель	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
ВВП	0,9	-4,9	5,4	10	5,1	4,7	7,3	7,1	6,2	6,7	8,1	5,6	-7,9
Промышленность произв	2	-5,2	11	11,9	4,9	3,7	7	6,1	4	3,9	6,3	2,1	-10,8
Реальные денеж. доходы населения	6	-16	-12	12	8,7	11,1	15,1	8,4	8,8	9	10,4	2,3	2,3

Таблица 2

Россия среди стран «восьмерки» по производству ВВП

Страна	ВВП, млрд $	% от США	ВВП на душу, тыс. $	Динамика ВВП (2000 год – 100)						
				2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Великобритания	1901,7	76	31,6	102,4	104,5	107,4	110,9	112,9	116,1	119,8
Германия	2514,8	73	30,5	101,2	101,2	101,0	102,1	102,9	105,8	108,7
Италия	1626,3	67	27,8	101,8	102,3	102,2	103,8	104,3	106,3	107,8
Канада	1133,0	84	35,1	101,9	105,3	107,1	110,4	113,4	116,9	120,1
Россия	1697,5	28	11,9	105,1	110,1	118,1	126,6	134,7	145,1	156,8
США	12376,1	100	41,7	100,8	102,4	104,9	108,7	111,9	115,1	117,4
Франция	1862,2	71	29,7	101,9	102,9	104,0	106,6	108,6	111,0	112,7
Япония	3870,3	73	30,3	100,2	100,4	101,9	104,7	106,7	109,2	111,4

Подводя итог экономических трансформаций, отметим следующие основные результаты, достигнутые в стране в период 1991–2009 гг.

1. Достигнута высокая степень ее открытости. Внешнеторговый оборот составил 45 % ВВП (2007 год), что является одним из наиболее высоких показателей для стран с развитой экономикой.

2. Обеспечена устойчивая макроэкономическая стабильность. Российская экономика защищена от воздействия внешних шоков международными резервными активами Российской Федерации, превысившими в конце 2007 года 470 млрд долларов США.

3. Преодолены тенденции социальной конфронтации в обществе, наблюдавшиеся в 1990-е гг. Развиваются институты гражданского общества. Снизились политические и экономические риски ведения предпринимательской деятельности. Россия получила статуса страны с рыночной экономикой и инвестиционный кредитный рейтинг.

4. Сформировался мощный слой развивающихся компаний, успешно конкурирующих на внутренних и внешних рынках и активно привлекающих капитал для своего развития. Капитализация российских компаний превысила 100 % ВВП и имеет тенденцию к дальнейшему росту. Российский фондовый рынок превратился в реальный фактор привлечения инвестиций и обеспечения экономического роста страны. Среди населения начал складываться широкий социальный слой инвесторов и акционеров.

5. Формируется новая система государственного управления, опирающаяся на нормативно закрепленное разграничение полномочий Российской Федерации, субъектов Российской Федерации и муниципальных образований. В процесс государственного управления внедряются современные методы и механизмы стратегического планирования и управления по результатам, идет их увязка с механизмами принятия бюджетных решений, в первую очередь в рамках программно-целевого подхода.

Особо отметим, что по уровню социальной

Таблица 3

Место России в мире по получению отдельных видов продукции

Виды продукции	Место РФ
Природный газ, нефть, сахарная свекла	1
Картофель	2
Бурый уголь, чугун, минеральные удобрения, кирпич	3
Электроэнергия, готовый прокат черных металлов, сталь, хлопчатобумажные ткани, зерновые и зернобобовые культуры, молоко	4
Железная руда, пиломатериалы, цемент	5
Каменный уголь, вывозка древесины	6
Целлюлоза, животное масло	7
Рыба и другие морепродукты	8
Скот и птица на убой (в убойном весе)	9
Шерстяные ткани	10
Легковые автомобили (включая сборку), обувь	11

напряженности, оцениваемой, например, показателями безработицы, Россия находится на уровне мировых экономических лидеров (табл. 4).

Таблица 4

Уровень безработицы в % к экономически активному населению

Страна	2005	2006	2007	2008	2009	2010 (март)
Великобритания	4,8	5,4	5,3	5,6	7,6	8,0
Германия	10,6	9,8	8,4	7,3	7,5	7,3
Италия	7,7	6,8	6,1	6,8	7,7	8,8
Канада	6,8	6,3	6,0	6,1	8,3	8,2
Россия	7,2	7,2	6,1	6,3	8,4	8,6
США	5,1	4,6	4,6	5,8	9,3	9,7
Франция	9,3	9,3	8,3	7,9	9,5	10,1
Япония	4,4	4,1	3,9	4,0	5,1	5,0

Таким образом, за последние предкризисные годы Россия восстановила статус мощной экономической державы, подтверждая свое право находиться в группе крупнейших стран – мировых лидеров, как по динамике развития, так и по масштабам экономики. При этом завоевание позиций одного из лидеров мирового экономического роста опиралось на рыночные экономические институты и устойчивое повышение уровня жизни населения.

Это, так сказать, положительные результаты развития российской экономики. Одновременно с этим возник ряд существенных проблем, причем долгосрочного характера, развитие которых в условиях кризиса лишь ускорилась. На наш взгляд, можно выделить следующие основные проблемы.

1. *Усиление глобальной конкуренции*, не только охватывающей традиционные рынки товаров, капиталов, технологий и рабочей силы, но и включающей системы национального управления, поддержки инноваций, развития человеческого потенциала.

В этой связи следует отметить чересчур «тяжелую» структуру российской экономики, ее недостаточную инновационность и энергоэффективность. Основными характеристиками развития мировой экономики, оказывающими серьезное влияние на социально-экономические процессы в России, в ближайшие 10–15 лет будут:

- динамичный рост мировой экономики (в среднем около 4 % в год), что предъявляет высокие требования к темпам и качеству роста российской экономики, необходимым для увеличения ее экономического веса в мире, обеспечения регионального лидерства и сокращения отставания от развитых стран;
- превращение Китая и Индии в основные локомотивы мирового экономического роста, появление новых мировых центров экономического развития в Азии и Латинской Америке;
- преодоление энергетических барьеров роста за счет повышения энергоэффективности и расширения использования альтернативных видов энергии при сохранении тенденции к удорожанию энергоносителей;
- усиление ограничений роста, связанных с экологическими факторами, дефицитом пресной воды и изменением климата, что создает дополнительные возможности для России с ее огромными запасами пресной воды и экологически благополучных территорий;
- сохранение и, вероятно, усиление дисбалансов в области мировой торговли, движении капиталов, что будет способствовать изменению курсов мировых валют и перестройке институтов мировой экономики (мирового экономического порядка);
- старение населения в развитых странах на фоне быстрого роста населения в развивающихся странах будет интенсифицировать мировые миграционные процессы и увеличивать нагрузку на социальные системы развитых стран.

Предстоящий период характеризуется структурной перестройкой мирового хозяйства, связанной с изменением баланса между ее экономическими центрами, возрастанием роли региональных экономических союзов. Дальнейшее развитие мировой экономики будет определяться балансом между сложившейся тенденцией поступательной глобализации мировой экономики и тенденциями регионализации как реакцией на рост напряженности между мировыми центрами силы и накопление диспропорций в мировой торговле и финансовой системе. При этом дальнейшее накопление диспропорций в мировой финансовой системе может повысить риски глобального финансового кризиса и резкого замедления темпов роста мировой экономики. Для российской экономики такая перестройка, с одной стороны, создает новые возможности в развитии внешнеэкономической интеграции, укреплении и расширении позиций на мировых рынках, с другой – создает угрозу вытеснения России на периферию европейской экономики, что в сочетании со слабостью наших экспортных и экономических позиций на азиат-

ских рынках может резко ухудшить торговый баланс России и возможности для импорта технологий и капитала.

Для решения этой проблемы, на наш взгляд, необходимо повышение конкурентоспособности экономики России, ее способности к инновационному обновлению и привлечению инвестиций.

2. *Ожидаемая новая волна технологических изменений*, резко усиливающая роль инноваций в социально-экономическом развитии и обесценивающая многие традиционные факторы роста. В ближайшее десятилетие развитые страны перейдут к формированию новой технологической базы экономических систем, основанной на использовании новейших достижений биотехнологий, информатики и нанотехнологий, в том числе в здравоохранении и других сферах развития человеческого потенциала.

Для России наличие научно-исследовательского потенциала и высокотехнологичных производств создает условия для использования преимуществ, связанных с распространением новых технологий: обеспечение технологического лидерства по ряду важнейших направлений; формирование комплекса высокотехнологичных отраслей и расширения позиций на мировых рынках наукоемкой продукции; модернизацию традиционных отраслей экономики, в том числе за счет развертывания глобально ориентированных специализированных производств. Отставание в развитии новых технологий последнего поколения может резко снизить глобальную конкурентоспособность российской экономики и отбросить ее на периферию мирового развития.

3. *Возрастание роли человеческого капитала* как основного фактора экономического развития. Уровень конкурентоспособности современной инновационной экономики все в большей степени определяется качеством профессиональных кадров, уровнем их социализации и кооперационности. Россия не сможет поддерживать конкурентные позиции в мировой экономике за счет дешевизны рабочей силы и экономии на развитии образования и здравоохранения. Для России решение этой проблемы предполагает преодоление сложившихся негативных тенденций в развитии человеческого потенциала, для чего необходимо продолжение курса, заложенного в системе Приоритетных национальных проектов, реализовывавшихся в предшествующем периоде:

- стабилизация численности российского населения и занятых в экономике на основе эффективного регулирования миграции и изменения образа жизни людей, повышения здоровья нации и уровня социального оптимизма;
- эффективно функционирующие отрасли, определяющие качество человеческого капитала (образование, здравоохранение, жилищный сектор), высокие стандарты жизни населения;
- превращение среднего класса российского общества в его доминирующую силу, сокращение социального неравенства;
- достижение уровня развитых стран по производительности труда, которая будет определяться не столько «фондовооруженностью» периода индустриального развития, сколько уровнем образования и креативностью самого человека.

4. Порожденный преимущественно внутренними, а не глобальными факторами – это *исчерпание источников экспортно-сырьевого развития*, базирующихся на форсированном наращивании топливного и сырьевого экспорта, выпуске товаров для внутреннего потребления за счет дозагрузки производственных мощностей в условиях заниженного обменного курса рубля, низкой стоимости производственных факторов рабочей силы, топлива, электроэнергии.

Кризис экспортно-сырьевой модели развития российской экономики может быть значительно ускорен в случае замедления роста мирового спроса на углеводороды в связи с активным развитием альтернативных видов топлива и энергии и торможением роста экономик Китая и Индии.

Обозначились новые внутренние ограничения роста, обусловленные недостаточным развитием транспортной и энергетической инфраструктуры и дефицитом квалифицированных инженерных и рабочих кадров на рынке труда. При сохранении сложившихся тенденций действие данного фактора может привести к резкому замедлению экономического роста и нарастающему отставанию от ведущих стран. Действие структурных ограничений усиливается нерешенностью ряда социальных и институциональных проблем. Среди важнейших из них:

- высокий уровень социального неравенства и региональной дифференциации;
- сохранение высокого уровня рисков ведения предпринимательской деятельности в России, в том числе высокий уровень коррупции и административных барьеров, недостаточная защищенность прав собственности, запутанная система земельных отношений, низкая корпоративная культура;
- слабое развитие форм самоорганизации и саморегулирования бизнеса и общества, низкий

уровень доверия в сочетании с низким уровнем эффективности государственного управления;

- низкий уровень конкуренции на целом ряде рынков, не создающий для предприятий стимулов к повышению производительности труда и конкурентоспособности;
- недостаточное развитие национальной инновационной системы, слабая взаимосвязь образования, науки и бизнеса.

Решив за последние годы задачи создания институциональной основы рыночной экономики и посткризисного восстановления производства, обеспечив макроэкономическую стабильность, Россия, с одной стороны, получила возможность ставить амбициозные стратегические цели развития на основе использования вновь открывающихся возможностей, с другой – оказалась перед необходимостью как решения остающихся острых проблем, так и преодоления отмеченных долгосрочных проблем.

Эти проблемы обострились в связи с началом в 2008 году мирового финансово-экономического кризиса.

Сегодня уже ни у кого не вызывает сомнений, что с точки зрения социально-экономического развития России 2008–2009 годы явились переломными. Причем изменения в экономике, по всей видимости, окажутся гораздо глубже, чем это первоначально прогнозировалось. Несмотря на достигнутую к лету 2009 года определенную стабилизацию в ряде ведущих в экономическом отношении стран мира (Германия, Франция и др.), прогнозы развития России даже на краткосрочную перспективу остаются достаточно неопределенными. Эта неопределенность вызывается в том числе и продолжающимися ожиданиями «второй волны» кризиса. Причем в Европе (Греция, Испания, Португалия и пр.) эта «волна» уже наблюдается.

В этих условиях ситуационной и институциональной неопределенности особую остроту приобретает проблема повышения качества государственного регулирования и поддержки предпринимательства в национальной экономике. Актуальность этой проблемы иллюстрируется достаточно очевидной логической цепочкой: эффективное государственное регулирование предпринимательства – рост деловой активности – прекращение падения, восстановление докризисного уровня и рост доходов – формирование благоприятных условий для социально-экономического развития страны.

В экспертном сообществе существует достаточно устойчивое мнение, и оно подтверждается некоторыми статистическими данными, что российская экономика сравнительно серьезнее, чем экономики многих других стран, пострадала от кризиса. Эти оценки являются зачастую в большей степени качественными, чем количественными, и не всегда находят достаточного статистического подтверждения. В качестве примеров рассмотрим некоторые данные о динамике экономических процессов в нашей стране, в том числе в сравнении с другими странами мира (табл. 5)

В табл. 5, построенной по данным Всемирного банка, представлены сравнительные данные о темпах экономического роста в ряде стран мира (в том числе и в Российской Федерации) в 2007–2011 гг. При этом за 2007 г. и 2008 г. приводятся фактические данные и оценки, а начиная с 2009 г. – предварительные и прогнозные. Из представленных показателей видно, что до 2008 года включительно темпы роста экономики России примерно

Таблица 5

Динамика роста ВВП стран мира, %

Страна, регион	2007	2008	2009	2010	2011
Мир в целом (в т.ч. по паритету покупательной способности)	3,8 (5,0)	1,9 (3,0)	-2,9 (-1,7)	2,0 (2,8)	3,2 (4,0)
Развитые страны, в т.ч.	2,6	0,7	-4,2	1,3	2,4
государства ОЭСР	2,5	0,6	-4,2	1,2	2,3
государства еврозоны	2,7	0,6	-4,5	0,5	1,9
Япония	2,3	-0,7	-6,8	1,0	2,0
США	2,0	1,1	-3,0	1,8	2,5
Развивающиеся страны	8,1	5,9	1,2	4,4	5,7
Китай	13,0	9,0	6,5	7,5	8,5
Индия	9,0	6,1	5,1	8,0	8,5
Россия	8,1	5,6	-7,5	2,5	3,0
Индонезия	6,3	6,1	3,5	5,0	6,0
Бразилия	5,7	5,1	-1,1	2,5	4,1
Турция	4,7	1,1	-5,5	1,5	3,0
Мексика	3,3	1,4	-5,8	1,7	3,0

совпадали с показателями, средними для группы развивающихся стран. То есть мнение о том, что в 2008 г. кризис существенно не затронул экономику нашей страны, можно считать достаточно обоснованным. Что касается результатов 2009 г., то они, по мнению специалистов Всемирного банка, для нашей страны негативные (причины этого будут рассмотрены ниже).

Несмотря на то, что общие тенденции в динамике (рис. 1, 2) промышленного производства в России и зарубежных странах совпадают, по темпам спада ВВП Россия явилась одним из мировых лидеров, это подтверждают и данные международных сопоставлений.

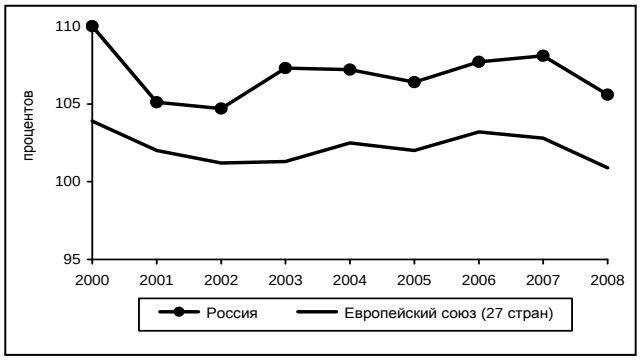


Рис. 1. Динамика индекса изменения ВВП России и ЕС (данные Росстата)

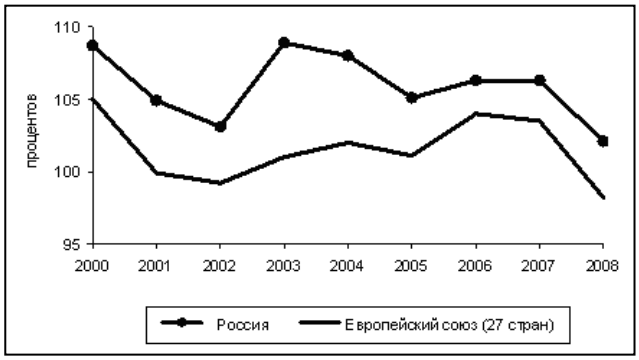


Рис. 2. Динамика индекса промышленного производства России и ЕС

Спад ВВП в 2009 году был связан, в значительной степени с обвалом инвестиционного спроса. Инвестиции в основной капитал сократились на 17,0 %. Сокращение инвестиций в I квартале 2009 г. составило 8,1 % к уровню предыдущего квартала, во II и III кварталах спад продолжился при его постепенном замедлении и только к концу года динамика инвестиций стабилизировалась.

Таким образом, особенно болезненным для России был 2009 год, а именно его первая половина.

Тем не менее, в сентябре 2009 года падение ВВП замедлилось, составив 8,6 % по сравнению с соответствующим периодом прошлого года, против 10,5 % в августе. За девять месяцев снижение ВВП составило 10,0 %. Рост ВВП с сентября связан, прежде всего с началом роста запасов и замедлением падения инвестиций, при этом динамика потребительских расходов по отношению к высокой базе предыдущего года оставалась достаточно низкой, а восстановление импорта несколько уменьшило положительный вклад чистого экспорта. С исключением сезонного фактора положительная помесячная динамика ВВП в РФ прослеживается с июня 2009 года. После некоторого замедления в августе (0,1 %) в сентябре рост ВВП составил 0,5 %. Ускорение роста связано в основном с ростом в сельском хозяйстве, положительный вклад также внесли обрабатывающие производства.

Если говорить о *сельском хозяйстве*, то его объемы превысили более чем на 10 % значения в августе (с учетом сезонности). Этот рост был связан с хорошим урожаем зерна, картофеля, овощей и смещением уборки на сентябрь, а также ростом производства продукции выращивания скота, молока, яиц.

Несколько замедлилось падение *инвестиций в основной капитал*. В сентябре снижение инвестиций по сравнению с сентябрем прошлого года составило 18,6 % (в августе – 19,4 %, соответственно), с начала года они сократились на 18,9 % по сравнению с соответствующим периодом 2008 года. С исключением сезонного фактора в сентябре инвестиционная активность осталась практически на уровне августа.

В сентябре *возобновилась тенденция замедления спада промышленного производства* – спад по отношению к сентябрю прошлого года снизился до 9,5 % (в августе – 12,6 %, соответственно). За период с начала года снижение промышленного производства составило 13,5 %, в том числе в III квартале – 11,0 % к соответствующему периоду предыдущего года. Начиная с июня, продолжается помесячный рост промышленности. По отношению к августу сезонно и календарно выровненное увеличение производства составило 0,4 %, а в целом в третьем квартале произведено промышленной продукции на 1,5 % больше, чем во втором.

В *обрабатывающих производствах в сентябре снижение замедлилось* до 13,4 % (против 16,8 % в августе), в III квартале – до 15,0 % к соответствующему периоду прошлого года. В январе-сентябре 2009 г. спад составил 19,1 %. С исключением сезонной и календарной составляющих в сентябре продолжился начавшийся с мая

рост в сфере деятельности «обрабатывающие производства» составил 0,6 % (табл. 6).

Продолжает улучшаться ситуация на рынке труда. Количество безработных в сентябре сократилось до 5764 тысяч человек, а безработица снизилась до 7,6 % (7,8 % - в августе). В сентябре инфляция на потребительском рынке второй месяц подряд составила 0%, с начала года - 8,1 % (годом ранее – 10,6 %). На *замедлении инфляции* сказывается значительное сезонное снижение цен на плодоовощную продукцию, а также стагнация потребительского спроса.

Одними из основных факторов перелома динамики спада и перехода к восстановительному росту стали:

1) улучшение экономической ситуации в основных регионах мира;
2) эффект от стимулирующих фискальных мер, который начал проявляться ко второй половине года.

Улучшение ситуации в мировой экономике в значительной степени способствовало росту цен и спроса на сырьевые товары российского экспорта, восстановлению фондовых индексов, облегчению доступа к иностранному капиталу и укреплению позиций платежного баланса и государственного бюджета. Экспортеры сырья уже в первом квартале начали вносить положительный вклад в динамику промышленного производства. Это прежде всего, металлургия, химия, обработка древесины и производство нефтепродуктов. К лету к росту внешнего спроса добавляется эффект от набирающего силу внутреннего спроса, стимулируемого антикризисными мерами. Улучшилась ситуация на рынке труда и снизилась безработица, по мере роста госрасходов сохраняется положительная динамика гособоронзаказа, инфраструктурных и высокотехнологичных проектов.

Таким образом, начиная с июня-июля 2009 г. обозначилась тенденция прекращения спада российской экономики и начала восстановления промышленного производства и грузооборота транспорта, приостановился спад инвестиций в основной капитал и постепенно начали восстанавливаться производственные запасы.

В чем же основные предпосылки современного кризиса в России и почему он затронул нашу страну позже, чем, скажем, страны ЕС или США? Почему выход из кризиса для российской экономики также начался позже и пока еще носит неустойчивый характер?

Основные предпосылки кризиса в России, на наш взгляд, следующие:

- перестройка мировой финансовой системы и системы регулирования;
- «тяжелая» структура российской экономики;
- сильная зависимость от конъюнктуры мировых рынков сырья;
- ошибки в проведении государственной долговой политики.

Безусловно, начало кризиса было инициировано «неполадками» в мировой экономике и финансовой системе. Это – «общая» его предпосылка. Но были и особенные, характерные именно для российской экономики.

Таблица 6

Средние темпы прироста основных показателей, в % к предыдущему периоду (по данным Минэкономразвития)

Показатель	2008					2009				
	1 кв.	2 кв.	3 кв.	4 кв.	год	1 кв.	2 кв.	3 кв.	4 кв.	год
ВВП	3,1	1,0	-0,8	-2,4	5,6	-6,9	-1,0	0,6		-7,9
Промышленное производство	3,1	0,6	-3,0	-6,6	2,4	-6,4	-0,3	2,8	1,5	-10,8
Инвестиции в основной капитал	5,4	4,2	-4,2	-4,6	12,1	-8,1	-4,1	-2,6	0,3	-17,0
Строительство	8,3	0,5	-5,0	0,5	14,4	-15,2	0,2	-1,3	5,1	-16,0
Реальные располагаемые денежные доходы населения	-4,2	1,3	3,8	-5,6	3,2	1,7	4,1	-2,2	3,6	1,9
Реальная заработная плата	3,3	2,4	1,6	-0,5	12,0	-1,9	-1,6	0,5	2,5	-2,8
Оборот розничной торговли	2,6	4,2	3,7	-1,9	13,5	-4,9	-2,5	-0,1	0,3	-5,5

Специфичность проявления кризиса в России обусловлена той ролью в мировой экономике, которую играет отечественный предпринимательский сектор. Россия – единственная из стран «большой восьмерки», которая, несмотря на декларации об инновационном развитии, продолжает строить свою внешнеэкономическую стратегию на продаже энергетических и сырьевых товаров (нефти, газа, металлов, минеральных удобрений, лесных товаров и т. д.). В соответствующих отраслях накоплены наиболее значительные капиталы, а представляющие эти отрасли компании («Газпром», «Лукойл», «Северсталь» и др.) не только играют ведущую роль в экономике страны, но также оказывают существенное влияние на политику и социальную сферу, особенно в регионах.

Когда основные покупатели российского сырья, а в основном, это высокоразвитые страны, испытали рецессию, у них снизились объемы производства, причем значительно, это привело к снижению спроса на российское сырье. Спрос упал, вследствие чего спустя определенное время (в реальности оно составило более полугода) начался спад в российской экономике.

Таким образом, кризис подтвердил, что инновационное обновление экономике России жизненно необходимо. Но решить эту проблему предпринимательский сектор страны не смог. Для этого необходимо осуществить резкое перераспределение средств в научно-технологическое развитие, создание технологических парков, развитие венчурного бизнеса и т. д. Разговоры по этому поводу ведутся давно, решения принимаются, но, к сожалению, для бизнеса инновационная перестройка так до сих пор и не стала насущной необходимостью. Поэтому необходима более активная государственная политика в этом вопросе. Например, мерой в правильном направлении следует признать работу по принятию закона по созданию инновационных предприятий при вузах, проведенную летом 2009 г.

Еще одной существенной проблемой, приведшей к развитию кризиса в России, непосредственно связанной с взаимодействием власти и бизнеса, явилась избранная модель государственной долговой политики. Благоприятная мировая конъюнктура на рынках основных российских экспортных товаров в предшествующем периоде привела к росту доходов государства. Следствием этого явилось формирование резервных фондов и ускоренное погашение правительством РФ внешнего долга. С одной стороны, это хорошо, но только если рассматривать ситуацию исключительно с позиций государственных финансов. При комплексном же рассмотрении ситуации, с учетом интересов национального предпринимательства, проводившаяся политика заслуживает серьезной критики.

Сокращение государственного долга и наращивание государственных финансовых резервов сопровождалось резким ростом частных заимствований российских компаний за рубежом. С позиций мировой финансовой системы происходило следующее: правительство РФ активно погашало свои международные обязательства, стерилизуя денежную массу внутри страны, имевшийся «излишек» средств также выводился из страны: активы резервных фондов размещались в иностранных финансовых институтах под незначительные проценты. При этом российское предпринимательство, испытывая недостаток финансирования и не находя адекватного предложения средств внутри страны, заимствовало деньги на мировых рынках, причем под проценты, значительно более высокие, чем те, под которые размещало свои активы правительство. Иными словами, результатом избранной модели государственной финансовой политики стали поддержка Россией мировых финансовых институтов и недофинансирование собственного предпринимательского сектора. С началом кризиса, который сопровождался в нашей стране падением ликвидности и снижением курса национальной валюты, указанная модель финансовой политики сыграла резко отрицательную роль в деле поддержки национального предпринимательства: внешний долг (во внутренних ценах) значительно подорожал, а возможности его рефинансирования резко снизились.

Помимо специфических факторов, способствовавших развитию кризиса в России, есть и системные. По нашему мнению, в первую очередь они связаны с перестройкой как мировой, так и национальной финансовой системы, а также всей институциональной системы хозяйственного регулирования на мега-, макро-, мезо- и микроуровнях. Причем уже во второй раз в новой экономической истории России структурная перестройка реального сектора экономики и финансовой системы страны связана с серьезным кризисом, первоначально развившимся в финансовой сфере и «привнесенным» в национальную хозяйственную систему извне.

Анализ современного финансового и экономического кризиса показывает, что его отличает ряд характерных черт:

- глобальный характер кризиса;
- всесторонность, охват всех сфер экономики;
- значительная глубина спада;

- большая продолжительность;
- прогнозируется затяжной выход из кризиса.

Во-первых, следует отметить глобальный характер кризиса. Он поразил все развитые страны, страны с переходной экономикой и большинство развивающихся стран. И этим он существенно отличается от финансового кризиса 1997–1998 гг., затронувшего преимущественно страны Юго-Восточной Азии, Россию и Бразилию.

Во-вторых, это всесторонний кризис, охватывающий все сферы экономики. Начавшийся как ипотечный кризис в США, он вскоре принял общефинансовый характер и перерос в общеэкономический, вызвав рецессию в Северной Америке, Западной Европе, Японии, сокращение отдельных отраслей и сфер экономики во многих других странах, существенное сокращение прироста общественного производства в развивающемся мире. Экономический кризис практически перерос в социальный, вызвав почти повсеместно увеличение безработицы, снижение реальных доходов у значительной части населения, радикальное сокращение объемов жилищного строительства, а в некоторых странах, к примеру, в Исландии и странах Балтии – в политический. При этом в ходе посткризисных колебаний конъюнктуры политические и социальные изменения прогрессируют. Примером этого является ситуация в Греции.

В-третьих, необходимо специально отметить глубину кризиса. В различных странах произошло падение фондовых рынков в 1,5–5,0 раз, цены на нефть и газ уменьшились втрое. Годовая рецессия в большинстве стран сопровождается сокращением промышленного производства на (10–15) % и более, резким увеличением безработицы в ряде государств и др.

В-четвертых, кризис отличается значительной продолжительностью. Начавшись в 2007 г. в США, в 2008 г. он превратился в мировой финансово-экономический кризис. Большинство аналитиков считают, что в 2009 г. в своей финансово-экономической части кризис достиг «дна» (по РФ, как свидетельствуют приведенные выше статистические данные, эта оценка о прохождении «дна» кризиса к исходу первого полугодия 2009 г. подтверждается), но считают вероятным его продолжение, особенно в части социально-экономических показателей, и в 2010 г. также многие специалисты высказывают опасения в связи с возможной «второй волной» кризиса.

В-пятых, ожидается затяжной выход из кризиса. Прогнозируется его вероятный переход в длительную депрессию с элементами дефляции в ряде развитых стран и стагфляцию в ряде развивающихся стран, в том числе и в России.

Указанные обстоятельства не могут не тревожить. Глобальный кризис затронул Россию самым серьезным образом. Поэтому уже сегодня необходимо указать на те ошибки, устранение которых позволит смягчить в будущем и хотя бы частично нейтрализовать последствия финансовых кризисов для экономики России:

1. Следует снизить долю иностранного капитала на фондовом рынке России. При первых признаках кризиса иностранные портфельные инвесторы стали активно «выходить в кэш», избавляясь от ценных бумаг российских эмитентов. В результате произошло обрушение рынка в 4 и более раз, в то время как падение фондовых рынков развитых стран было менее существенным.

2. Необходимо работать над развитием институтов финансового рынка. В стране недостаточно развита накопительная пенсионная система, отсутствует современная страховая система, довольно поздно были созданы паевые фонды, которые не накопили достаточных объемов финансовых ресурсов. В результате недостаточно «длинных» денег в экономике.

3. Требуется балансировка внешнего долга. Если в последние годы официальный (государственный) долг РФ неуклонно сокращался, то частный долг отечественных компаний возрастал весьма значительными темпами. В результате задолженность частного сектора экономики России иностранным инвесторам составляет до 0,5 трлн долл. США. В условиях девальвации рубля эта нагрузка становится критической.

4. Следует смягчить структурные диспропорции реального сектора экономики. «Однобокость» экономики, особенно экспортно ориентированных отраслей, отсутствие диверсификации в структуре и источниках развития приводят к уязвимости социально-экономического развития от уровня мировых цен, спроса, возможностей привлечения инвестиций в эти первичные отрасли.

5. Стоит обратить более пристальное внимание на монетарную политику. Из-за борьбы с инфляцией путем сжатия денежной массы накануне кризиса произошло сокращение до минимума ликвидности банков. При этом в связи с тем, что банковская система России значительно меньше банковских систем других стран, сжатие ликвидности у нас оказалось более острым и имело более существенные последствия для экономики, чем в развитых странах.

Проведенные результаты анализа макроэкономической сферы Российской Федерации позво-

ляют утверждать, что «дно» кризиса достигнуто, начался, хотя и неуверенный, на уровне погрешностей статистических методик, но все же рост по важнейшим показателям: ВВП, объему промышленного производства.

Что ждет российскую экономику в дальнейшем, каковы прогнозы ее развития? Стратегической целью, которая ставится перед страной в посткризисный период, является достижение уровня экономического и социального развития, соответствующего статусу России как ведущей мировой державы XXI века, с привлекательным образом жизни, занимающей передовые позиции в глобальной экономической конкуренции и надежно обеспечивающей национальную безопасность и реализацию конституционных прав граждан. В 2015–2020 годах Россия должна войти в пятерку стран–лидеров по объему ВВП.

Достижение этой цели означает формирование качественно нового «образа будущего» России к концу следующего десятилетия:

1. Выход России на стандарты благосостояния развитых стран. Обобщающий показатель уровня жизни, ВВП на душу населения по паритету покупательной способности, увеличится с 13,7 тысяч долларов США в 2006 году (42 % от среднего уровня ОЭСР) до 30 тысяч долларов в 2020 году (70 %) и около 50 тысяч долларов в 2030 году. Средняя ожидаемая продолжительности жизни возрастет до 75 лет.

2. Высокое качество и комфортные условия жизни населения. Будет обеспечена всеобщая доступность услуг образования и здравоохранения, соответствующих уровню наиболее развитых стран, средний уровень обеспеченности жильем составит к 2020 году 30–35 кв. м на человека (или около 100 кв. м на среднестатистическую семью).

3. Благоприятная среда обитания человека. Доля населения, проживающего в местах с неблагоприятной экологической обстановкой, снизится с 43 % в 2007 году до 14 % в 2020 году.

4. Изменение социальной структуры общества в пользу среднего класса, снижение экономической дифференциации населения и резкое сокращение бедности. Доля среднего класса к 2020 году превысит половину населения.

5. Инновационное лидерство России в мире на основе передовых научно-исследовательских разработок, высоких технологий и образовательных услуг. Россия должна занять значимое место на рынках высокотехнологичных товаров (не менее 10 процентов) и интеллектуальных услуг по 4–6 и более крупным позициям. Будут сформированы условия для массового появления новых компаний во всех секторах экономики, и в первую очередь в секторах «экономики знаний».

6. Лидерство России в поставках энергоресурсов на мировые рынки, в том числе за счет географической и продуктовой диверсификации поставок, превращения России в логистический узел глобальной энергетической инфраструктуры и ключевого участника выработки правил функционирования глобальных энергетических рынков.

7. Создание разветвленной транспортной сети, обеспечивающей высокую территориальную мобильность населения и глобальную конкурентоспособность России на рынках транспортных услуг.

8. Лидерство России в интеграционных процессах на евразийском пространстве, превращение в один из глобальных центров мирохозяйственных связей, в том числе в качестве мирового финансового центра.

9. Новая модель пространственного развития России на основе формирования новых территориальных центров роста и уменьшения масштабов регионального неравенства.

10. Гарантированная реализация конституционных прав граждан, включая развитую систему демократических институтов, наличие эффективных механизмов правоприменения и системы обеспечения национальной безопасности.

Системное достижение поставленной цели состоит в переходе российской экономики от экспортно-сырьевого к инновационному социально-ориентированному типу развития. Это позволит резко расширить конкурентный потенциал российской экономики за счет наращивания ее сравнительных преимуществ в науке, образовании и высоких технологиях и на этой основе задействовать новые источники экономического роста и повышения благосостояния. Формирование инновационной экономики означает превращение интеллекта, творческого потенциала человека в ведущий фактор экономического роста и национальной конкурентоспособности, наряду со значительным повышением эффективности использования природных ресурсов и производственного капитала. Источником высоких доходов становится не только возможность получения ренты от использования природных ресурсов и мировой конъюнктуры, но и производство новых идей, технологий и социальных инноваций.

Инновационный путь развития позволяет повысить социальную устойчивость и справедливость в обществе, так как выигрыш от экономического роста получает не только узкий слой общества, участвующий в присвоении рентных и экс-

портных доходов, но и основные социальные группы, связанные с развитием инфраструктуры, аграрного комплекса, базовых отраслей промышленности и сферы производства самого человека. В этом случае усиление социальной ориентированности экономического развития опирается на повышение национальной конкурентоспособности и эффективности, а не на перераспределение имеющегося богатства и социальную конфронтацию.

Инновационный социально-ориентированный тип роста имеет ряд качественных и количественных характеристик, отражающих особенности его ключевых факторов. Этот рост, на наш взгляд, должен быть достигну на основе:

- диверсификации экономики, в структуре которой ведущая роль переходит к отраслям «экономики знаний» и высокотехнологичным отраслям промышленности. Доля высокотехнологичного сектора и «экономики знаний» в ВВП должна составлять не менее 17–20 % (2006 год – 10,5 %), вклад инновационных факторов в годовой прирост ВВП – не менее 2–3 % (2006 год – 1,3);
- повышения эффективности и конкурентоспособности экономики без существенного наращивания производственных ресурсов. Производительность труда должна увеличиться к 2020 году в 2,4–2,6 раза (в отдельных ведущих секторах в 3–5 раз), а энергоэффективность – в 1,6–1,8 раза;
- высокой инновационной активности компаний, связанной с освоением новых рынков, обновлением ассортимента продукции, освоением новых технологий, созданием новых форм организации бизнеса. Доля промышленных предприятий, осуществляющих технологические инновации, должна возрасти до 40–50 % (2005 год – 9,3 %), а инновационной продукции в объеме выпуска – до 25–35 % (2005 год – 2,5 %);
- активизации фундаментальных и прикладных исследований и разработок при кардинальном повышении их результативности. Внутренние затраты на исследования и разработки должны подняться до 3,5–4 % ВВП в 2020 году (2006 год – 1 % ВВП);
- повышения качества человеческого капитала и эффективности его использования, что характеризуется опережающим ростом заработной платы квалифицированных работников. Среднемесячная заработная плата в экономике повысится в 2020 году до 2700 долларов США (2007 год – 526 доллара США);
- опережающего роста отраслей, обеспечивающих развитие человеческого потенциала, прежде всего образования и здравоохранения. Расходы на образование за счет государственных и частных источников – 5,5–6 % ВВП в 2020 году (2006 год – 4,6%), на здравоохранение – 6,5–7 % ВВП в 2020 году (2006 год – 3,9 %), что сопоставимо с уровнем наиболее развитых стран.

УДК 66.021

Залилеев Михаил Шакиржанович,
аспирант кафедры машин и аппаратов химических производств
Ангарской государственной технической академии, тел.: 8-(3955)-512951
Поляченко Денис Анатольевич,
аспирант кафедры машин и аппаратов химических производств
Ангарской государственной технической академии, e-mail: balchug@mail.ru
Бальчугов Алексей Валерьевич,
д.т.н., доцент, заведующий кафедрой машин и аппаратов химических производств
Ангарской государственной технической академии, e-mail: balchug@mail.ru

МОДЕЛИРОВАНИЕ МАССООБМЕННЫХ ГАЗО-ЖИДКОСТНЫХ ПРОЦЕССОВ НА ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ КОНТАКТА ФАЗ

M.S. Zalileyev, D.A. Polyachenko, A.V. Balchugov

MODELING OF THE MASS TRANSFER GAS-LIQUID PROCESSES ON THE HORIZONTAL SURFACE

Аннотация. *Рассмотрены модели процессов хемосорбции этилена бензолом и десорбции сероводорода из жидкости под воздействием острого пара. Показано, что существует критический градиент температур между паром и жидкостью, при котором прекращается процесс десорбции.*

Ключевые слова: *десорбция, массоперенос, теплообмен.*

Abstract. *Models of processes of chemical absorption of ethylene by benzyl and desorbtion of hydrogen sulphide from a liquid under the influence of sharp steam are considered. It is shown that there is a critical gradient of temperatures between steam and a liquid at which desorbtion process stops.*

Keywords: *desorbtion, mass transfer, heat exchange.*

Газожидкостные процессы находят широкое применение в химической, нефтеперерабатывающей, пищевой и других отраслях промышленности. Научный и практический интерес представляет исследование и математическое моделирование массообменных процессов на горизонтальной границе раздела фаз в газожидкостных системах. Моделирование позволяет в ряде случаев установить механизм массопередачи на границе раздела и возможность возникновения поверхностной конвекции. Рассмотрим модели массопередачи для двух практически важных газожидкостных систем: этилен – бензол и сероводород – вода.

Процесс жидкофазного этилирования бензола применяется в химической технологии для получения этилбензола – промежуточного продукта в производстве стирола. Взаимодействие этилена и бензола осуществляют в газожидкостных барботажных реакторах в присутствии катализатора – $AlCl_3$. Этилирование бензола относится к очень быстрым реакциям, протекающим в жидкой фазе в диффузионной области [1]. Процесс экзотермичен, и теплота реакции отводится за счет испарения бензола при кипении. Как правило, реакционная среда представляет собой жидкую смесь бензола, этилбензола, каталитического комплекса и полиалкилбензолов [1]. Каталитический комплекс образуется при взаимодействии бензола с хлоридом алюминия, хлористым водородом и этиленом: $Al_2Cl_6 \cdot C_6H_5C_2H_5 \cdot HCl$ [2]. Алкилат и каталитический комплекс взаимно плохо растворимы.

При протекании реакции с большим тепловым эффектом в некоторых газожидкостных системах создаются условия для возникновения поверхностной термогравитационной и термокапиллярной конвекции [3]. Данная конвекция ускоряет массоперенос, снижая сопротивление массоотдаче в жидкой фазе. В связи с этим представляет интерес установить возможность возникновения конвекции на границе раздела фаз при жидкофазном этилировании бензола.

Рассмотрим систему, в которой взаимодействие газа и жидкости осуществляется на горизонтальной поверхности контакта фаз (рис. 1). Жид-

кость состоит из двух слоев. Верхний слой жидкости представляет собой этилбензол (или смесь бензола с этилбензолом), через который диффундирует этилен. Нижний слой – каталитический комплекс.

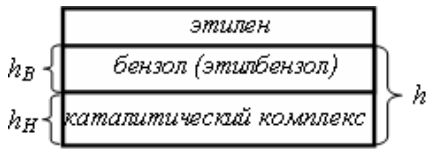


Рис. 1. Схема рассматриваемой газожидкостной системы с горизонтальной поверхностью контакта

Суммарная высота слоя жидкости составляет h, *м*. Реакция протекает на границе контакта между верхним и нижним слоями жидкости. Принимается, что в начале контакта этилен насыщен парами бензола, поэтому охлаждения поверхности жидкости за счет испарения не происходит.

Процесс переноса теплоты в неподвижной жидкости можно описать уравнением нестационарной теплопроводности:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}, \qquad (1)$$

где a – коэффициент температуропроводности, *м*^{2}*/с*; t – температура, ℃; τ – время, *с*. Начальное условие: при $\tau = 0$ и любом x t = 20 ℃. Граничные условия: при $x = 0$ $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$, при $x = h$ $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$. Теплообменом между жидкостью и газом, а также между жидкостью и дном пренебрегаем.

Уравнение (1) решали методом конечных разностей [4]. В результате преобразования уравнения (1) можно получить уравнение в конечных разностях для температуры в любой точке жидкости:

$$t_{i,k+1} = \frac{a\Delta\tau}{(\Delta x)^2}\left[\left(t_{i-1,k} + t_{i+1,k}\right) + \left(\frac{(\Delta x^2)}{a\Delta\tau} - 2\right)t_{i,k}\right], \qquad (2)$$

где $\Delta\tau$ – временной интервал, *с*; Δx – шаг по координате x, *м*; нижний индекс i относится к пространственной координате, нижний индекс k – ко времени.

Уравнение для температуры фронта реакции можно получить на основе теплового баланса:

$$Q_P \cdot M_{ЭТ} = \lambda_H \frac{t_{i,k} - t_{i-1,k}}{\Delta x} + \lambda_B \frac{t_{i,k} - t_{i+1,k}}{\Delta x}, \qquad (3)$$

где Q_P – тепловой эффект реакции, *Дж/моль*; $M_{ЭТ}$ – скорость поглощения этилена, *моль/(м*^{2}*·с)*; $\lambda_{H,B}$ – коэффициент теплопроводности соответственно нижнего и верхнего слоев жидкости, *Вт/(м·*℃*)*.

Скорость поглощения этилена можно определить по уравнению диффузии:

$$M_{ЭТ} = D_{ЭТ}\frac{C^*_{ЭТ} - C_{ЭТ}}{h_B}, \qquad (4)$$

где $M_{ЭТ}$ – скорость поглощения этилена *моль/(м*^{2}*·с)*; $D_{ЭТ}$ – коэффициент диффузии этилена в верхнем слое жидкости, *м*^{2}*/с*; $C^*_{ЭТ}$ – равновесная концентрация этилена в жидкости, *моль/м*^{3}; $C_{ЭТ}$ – концентрация этилена на фронте реакции, равна 0 *моль/м*^{3}; h_B – высота верхнего слоя жидкости, *м*.

После подстановки уравнения (4) в уравнение (3) получаем уравнение для температуры фронта реакции:

$$t_{i,k} = \frac{\left[Q_P \cdot D_{ЭТ} \cdot \frac{C^*_{ЭТ}}{h_B} \cdot \Delta x + \lambda_H \cdot t_{i-1,k} + \lambda_B \cdot t_{i+1,k}\right]}{\lambda_H + \lambda_B}. \qquad (5)$$

Рассмотренная вычислительная схема будет устойчивой, если выполняется условие

$$\frac{(\Delta x)^2}{a\Delta\tau} \geq 2. \qquad (6)$$

Время, за которое этилен достигает нижней границы верхнего слоя, можно определить по уравнению из работы [7], предложенному для диффузионных процессов:

$$\tau_B = 0{,}084\frac{h_B^2}{D_{ЭТ}}. \qquad (7)$$

Расчет выполняется в следующей последовательности. Задаются шагом по координате Δx. Из условия (6) определяется шаг по времени $\Delta\tau$. Далее по уравнениям (2) и (3) рассчитываются температура внутри слоев жидкости и температура фронта реакции.

Физико-химические свойства системы определялись по справочной литературе [5, 6]. Коэффициент диффузии этилена в верхнем слое (в слое этилбензола) составил $2{,}99\cdot10^{-9}$ *м*^{2}*/с*; коэффициент теплопроводности этилбензола 0,112 *Вт/(м·*℃*)*; теплоемкость этилбензола 1729 *Дж/(кг·град)*. При шаге по пространственной координате Δx = 0,0002 *м* минимальный временной интервал $\Delta\tau$ составил 0,2 *с*. Толщина верхнего слоя жидкости принята равной 1 *мм*, а нижнего слоя, содержащего каталитический комплекс – 6 *мм*.

Результаты расчета представлены на рис. 2. Видно, что через 3,6 *с* после начала реакции температура фронта реакции достигает 20,26 °*С*. При этом градиент температуры между поверхностью жидкости и фронтом реакции составит 0,19 °С. Через 15,4 *с* после начала реакции температура фронта реакции составит 20,59 °*С*, а градиент тем-

пературы составит 0,14 °*C*. Таким образом, в пленке жидкости возникает градиент температуры, что может привести к возникновению поверхностной конвекции. Более нагретые слои с меньшей плотностью из области фронта реакции поднимаются вверх, а верхние слои, с меньшей температурой, опускаются вниз. Такая конвекция может привести к возникновению градиента температуры вдоль поверхности жидкости и, как следствие, к термокапиллярному эффекту.

По данным [8], поверхностная термокапиллярная конвекция возникает, если критерий Марангони отвечает условию:

$$Ma = \frac{\Delta t \cdot \varepsilon \cdot h^2}{\mu \cdot a} > 79{,}6 \qquad (8)$$

где μ – коэффициент динамической вязкости, *Па·с*; ε – температурный коэффициент поверхностного натяжения. Расчет показывает, что фактический критерий Марангони (*Ma = 395*) значительно превышает критический. На основании этого можно сделать вывод, что в рассматриваемой системе на поверхности жидкости создаются условия для формирования термокапиллярной конвекции.

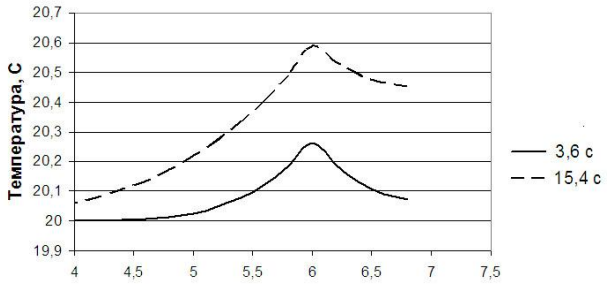


Рис. 2. Распределение температуры в пленке

Другим промышленно важным примером газожидкостного процесса является десорбция газов из жидкостей. Так, десорбция газов из жидкостей за счет нагрева острым паром относится к сложным процессам, совмещающим в себе гидродинамические, тепло- и массообменные процессы [9]. Рассмотрим модель такого процесса на примере десорбции сероводорода (или аммиака) из технологической воды.

В промышленных условиях десорбция сероводорода из воды проводится в насадочных противоточных аппаратах, заполненных кольцами Рашига. Анализ показывает, что в десорберах такого типа создаются неблагоприятные условия для осуществления процесса.

В идеале температура пара должна быть равна температуре жидкости, подаваемой в аппарат. В реальности осуществить данное условие довольно сложно. В результате температура пара, как правило, на 30–70 °*C* превышает температуру жидкости. Это приводит к нежелательным эффектам, один из которых состоит в конденсации пара на поверхности водного раствора сероводорода, что приводит к разбавлению раствора и созданию дополнительного сопротивления для десорбции сероводорода из раствора. Чем больше разница температур пара и жидкости, тем больше интенсивность конденсации пара. Если конденсация пара слишком интенсивная, то может возникнуть явление, когда скорость роста толщины пленки конденсата будет равна или превышать скорость движения фронта диффузии сероводорода. В этом случае концентрация сероводорода на поверхности жидкости будет равна нулю и десорбция сероводорода прекратится. Определим, при какой разнице температур пара и жидкости может возникнуть это нежелательное явление.

Рассмотрим систему, в которой контакт неподвижных пара и жидкости осуществляется на горизонтальной поверхности контакта фаз. Принимается, что температура поверхности жидкости равна температуре пара. Для определения количества конденсирующегося пара необходимо определить количество теплоты, которое может передаваться от горизонтальной границы раздела в объем жидкости. Теплопроводность в неподвижном слое жидкости можно описать уравнением нестационарной теплопроводности [8, 10]:

$$\frac{\partial t}{\partial z} = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}, \qquad (9)$$

где $t = \frac{T - T_0}{T_П - T_0}$ – безразмерная температура; $x = \frac{X}{h}$ – безразмерная координата; $z = \frac{a\tau}{h^2}$ – безразмерное время; T_0 – начальная температура жидкости, °*C*; $T_П$ – температура пара, °*C*; h – толщина слоя жидкости, *м*; a – коэффициент температуропроводности жидкости, $м^2/с$; τ – время, *с*.

Начальное условие: при $z = 0$ $t = 0$, т. е. в начальный момент времени температура жидкости по высоте слоя одинакова и равна T_0.

Граничные условия: при $x = 0$ $t = 1$, при $x = 1$ $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$. Начало координат совмещается с поверхностью жидкости. Принимается, что теплообмен на нижней границе слоя жидкости не происходит.

В работе [7] приведено приближенное решение уравнения (1), преобразование которого дает:

$$\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=0} = -\frac{1{,}76}{\pi\sqrt{z}},\ 3\cdot10^{-6} \le z \le 0{,}2. \qquad (10)$$

Учитывая, что

$$Q = \lambda\left(\frac{\partial T}{\partial X}\right)_{X=0} = \lambda\frac{(T_П - T_0)}{h}\left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=0},$$

получаем:

$$Q = \frac{1{,}76}{\pi}(T_П - T_0)\sqrt{\frac{\lambda c\rho}{\tau}}, \qquad (11)$$

где Q – скорость переноса теплоты, *Дж/(м²·с)*; λ – коэффициент теплопроводности жидкости, *Дж/(м·с·град)*; c – теплоемкость жидкости, *Дж/(кг·град)*; ρ – плотность жидкости, *кг/м³*.

Количество образующегося конденсата

$$m_{конд} = \frac{Q}{r}, \qquad (12)$$

где r – теплота конденсации, *Дж/кг*; $m_{конд}$ – количество образующегося конденсата, *кг/(м²·с)*.

Скорость подъема уровня жидкости в слое

$$w_{конд} = \frac{m_{конд}}{\rho}, \qquad (13)$$

где $w_{конд}$ – скорость подъема уровня жидкости, *м/с*.

Подстановка (3, 4) в (5) дает

$$w_{конд} = \frac{1{,}76}{\pi}\frac{(T_П - T_0)}{r}\sqrt{\frac{\lambda c}{\tau\rho}}. \qquad (14)$$

Скорость движения фронта диффузии сероводорода определяли по уравнению

$$w_{диф} = 1{,}73\sqrt{\frac{D}{\tau}}, \qquad (15)$$

где D – коэффициент диффузии сероводорода в жидкости, *м²/с*; $w_{диф}$ – скорость движения фронта диффузии, *м/с*.

Критическую разность температур между паром и жидкостью, при которой прекращается десорбция газа из жидкости, можно определить из условия

$$w_{конд} = w_{диф}. \qquad (16)$$

Тогда

$$\Delta T_{кр} = T_П - T_0 = 0{,}98\cdot\pi\cdot r\cdot\sqrt{\frac{D\rho}{\lambda c}}. \qquad (17)$$

Для подстановки в уравнение (17) использовали следующие значения констант: λ = 0,349 *Дж/(м·с·град)*, D = 1,41·10⁻⁹ *м²/с*, r = 2359 *кДж/кг* [6].

Расчет по уравнению (17) показал, что для системы сероводород – вода критический перепад температуры $\Delta T_{кр}$ составит 225,2 °*C*. Таким образом, в реальных условиях, когда разница температур пара и жидкости составляет менее 70 °*C*, конденсация пара не приводит к возникновению сопротивления, достаточного для прекращения десорбции газа из жидкости. Однако это не исключает того, что конденсирующийся пар приводит к снижению скорости десорбции сероводорода за счет разбавления раствора. Определить количественно сопротивление массопередаче в данных условиях можно на основе совместного решения дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса.

Можно предположить, что теплообмен между паром и жидкостью приводит к возникновению другого механизма, также сказывающегося на снижении скорости десорбции. При высокой разности температур между паром и жидкостью может произойти вскипание поверхностного слоя жидкости, при этом температура основного объема жидкости может оставаться ниже температуры кипения. Образующиеся пузырьки малого диаметра не в состоянии разорвать поверхность контакта фаз и блокируют ее, создавая сопротивление десорбции. Гипотеза о данном механизме предложена в работе [11] применительно к процессу ректификации, но может быть применена, по-видимому, к широкому классу процессов с большим градиентом температур между фазами. Автор [11] отмечает, что чем меньше коэффициент поверхностного натяжения жидкости, тем ниже критический перепад температур, приводящий к кипению поверхности.

Критический градиент температур между паром и жидкостью можно определить по уравнению

$$\Delta T_{кр} = A(K_L M_L c)^{0{,}43}\left(\frac{a}{D}\right)^{0{,}215}, \qquad (18)$$

где A – коэффициент, зависящий от свойств жидкости; K_L – коэффициент теплоотдачи в жидкой фазе. Если градиент температур превышает критический, то происходит вскипание поверхности и увеличивается сопротивление массопередаче засчет мелких пузырьков пара, блокирующих границу раздела фаз. Как правило, для парожидкостных смесей критический градиент температуры лежит в диапазоне 10–20 °*C*. Это говорит о том, что в промышленных десорберах данный эффект может иметь место.

Таким образом, степень влияния двух рассмотренных эффектов на интенсивность десорбции зависит от величины градиента температур пара и жидкости. Для исключения влияния этих эффектов температура пара должна быть близка температуре жидкости, что, однако, не всегда удается обеспечить в реальных условиях на производ-

стве. Дополнительное сопротивление массопередаче, возникающее при конденсации пара, необходимо учитывать при моделировании и проектировании колонных массообменных аппаратов, предназначенных для десорбции газов из жидкостей в присутствии острого пара.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лебедев Н. Н. Химия и технология основного органического и нефтехимического синтеза. – М. : Химия, 1988. – 589 с.
2. Юкельсон И. И. Технология основного органического синтеза. – М. : Химия, 1968. – 848 с.
3. Бальчугов А. В. Моделирование газожидкостных реакторов хлорирования этилена : моногр. – Иркутск : ИГУ-АГТА, 2007. – 127 с.
4. Юдаев Б. Н. Теплопередача. – М. : Высш. шк., 1972. – 359 с.
5. Физико-химические свойства индивидуальных углеводородов : справ. / под ред. Татевского В. М. – М. : Гостоптехиздат, 1960. – 412 с.
6. Варгафтик Н. Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М. : Физмат, 1963. – 707 с.
7. Динамика испарения / Дильман В. В., Лотхов В. А., Кулов Н. Н., Найденов В. И. // Теорет. основы хим. технологии. – 2000. – № 3.
8. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. – М. : Наука, 1972. – 380 с.
9. Рамм В. М. Абсорбция газов. – М. : Химия, 1976. – 620 с.
10. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. – М. : Энергоиздат, 1981. – 416 с.
11. Александров И. А. Ректификационные и абсорбционные аппараты. – М. : Химия, 1978. – 280 с.

УДК 331.108.4:519

Могильников Алексей Александрович,
соискатель, ст. инспектор, отдел ГПН г. Иркутска УГПН ГУ МЧС России по Иркутской области, тел. 89086564733

Тюрнев Александр Сергеевич,
к.т.н., ст. преподаватель, Иркутский государственный университет, тел.: 89027657720

ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ФАКТОРОВ, ВЛИЯЮЩИХ НА ОЦЕНКУ ПОЖАРНОЙ БЕЗОПАСНОСТИ В РЕГИОНЕ

F.A. Mogilnikov, A.S. Tyurnev

THE CALCULATION OF WEIGHTING COEFFICIENTS OF FACTORS INFLUENCING THE ESTIMATION OF THE REGIONAL FIRE SECURITY

Аннотация. *Предложена процедура оценки весовых коэффициентов для факторов, влияющих на позиционирование административно-территориальных единиц по усовершенствованной модели Мак-Кинси. Процедура является частью общей методики по выбору и ранжированию проблемных административно-территориальных единиц по показателям пожарной безопасности. Данная методика позволит повысить качество принятия управленческих решений, направленных на пожарную безопасность в регионе.*

Ключевые слова: *пожарная безопасность, ранжирование, весовые коэффициенты.*

Abstract. *The estimation procedure of weighting coefficient is proposed for the factors which influence positioning of administrative-territorial units with the help of improved McKinsey's model. This procedure is a part of general system of selection and ranking methods of problematic administrative-territorial units based on fire security indexes. This system of methods lets increase the quality of taking up management decisions directed to the regional fire security.*

Keywords: *fire security, ranking, weighting coefficient.*

Введение

Соотношение пожарных рисков в различных странах мира свидетельствует о недостаточном уровне обеспечения пожарной безопасности на территории Российской Федерации. Это связано с недостаточным информационным, техническим и технологическим обеспечением пожарных служб

административно-территориальных единиц (АТЕ), что не позволяет обеспечить устойчивое снижение основных показателей риска пожаров для населения, территорий и конкретных объектов. Решение проблемы по стабилизации обстановки с пожарами требует применения комплексного системного анализа обстановки по обеспечению пожарной безопасности для принятия решений, принимаемых федеральными, региональными и местными органами государственной власти [1].

Федеральная противопожарная служба МСЧ России содержит два основных направления: 1) тушение пожаров, реализуемое подразделениями Федеральной противопожарной службы, созданными в целях тушения пожаров (подразделения ФПС), и 2) профилактика пожаров, осуществляемое отделами Государственного пожарного надзора (ОГПН). Эти направления сохраняются и на уровне региона (области), и на уровне АТЕ.

Тушение пожаров представляет собой действия, направленные на спасение людей, имущества и ликвидацию пожаров. Проведение аварийно-спасательных работ, осуществляемых пожарной охраной, представляет собой действия по спасению людей, имущества и (или) доведению до минимально возможного уровня воздействия опасных факторов, характерных для аварий, катастроф и иных чрезвычайных ситуаций. Тушение пожаров и проведение аварийно-спасательных работ осуществляются на безвозмездной основе, если иное не установлено законодательством Российской Федерации.

Действенным способом повышения эффективности принимаемых управленческих решений является ранжирование АТЕ по показателям пожарной безопасности, включая факторы технической обеспеченности.

В работе [2] сделана попытка реализации такого подхода, но только по двум показателям: надзор и пожаротушение. Данная работа является первым этапом ранжирования проблемных АТЕ по двум группам показателей, когда каждая группа связана с одним из основных направлений деятельности Федеральной противопожарной службы (профилактика и тушение пожаров).

В работе [3] для выбора проблемных АТЕ предложена процедура, основанная на трех показателях: число пожаров, ущерб от пожара, число погибших. Процедура состоит из двух этапов. На первом этапе выбираются кандидаты в проблемные территории по первым двум показателям в расчете на 10 тыс. населения. Кандидатами являются территории, у которых эти показатели превышают пороговое значение. На втором этапе, используя статистический анализ, определяется список проблемных АТЕ. В результате обработки статистических данных по учету пожаров выделено десять проблемных территорий, на которые в первую очередь должно обратить внимание руководство противопожарной службы Иркутской области. Этими территориями являются: г. Усолье-Сибирское, г. Саянск и г. Зима вместе с районом, Усольский р-н, Иркутский р-н, Шелеховский р-н, Жигаловский р-н, Катангский р-н, Ольхонский р-н, Черемховский р-н, Качугский р-н.

Обоснование показателей и факторов

В Федеральном законе от 22.06.2008 г. № 123-ФЗ «Технический регламент о требованиях пожарной безопасности» прописано, что каждый объект защиты должен иметь систему обеспечения пожарной безопасности (СОПБ), целью создания которой является предотвращение пожара, обеспечение безопасности людей и защита имущества при пожаре.

СОПБ каждого из объекта защиты включает в себя:

- систему предотвращения пожара;
- систему противопожарной защиты;
- комплекс организационно-технических мероприятий по обеспечению пожарной безопасности.

На основе структуры СОПБ предлагается два направления, по которым будут ранжироваться проблемные АТЕ:

- направление I – «Система предотвращения пожаров АТЕ»;
- направление II – «Противопожарная защита АТЕ и ее реализация организационно-техническими мероприятиями».

Исходя из основных задач Федеральной противопожарной службы, за направление I отвечает ОГПН МЧС России, а за направление II – подразделения ФПС МЧС России.

Для первого направления предложено два показателя: X1 – «Система предотвращения пожаров объектов социально-культурно-бытового назначения (ОСКБН) АТЕ»; Y1 – «Система предотвращения пожаров промышленных предприятий АТЕ».

Для второго направления предложены такие показатели: X2 – «Состояние противопожарной защиты АТЕ по факторам обеспеченности технологиями пожаротушения»; Y2 – «Реализация организационно-технических мероприятий по обеспечению противопожарной защиты АТЕ».

Для каждого показателя выбрано по 6 факторов, существенно влияющих на них. Выбор факторов проведен исходя из нормативно-правовых

актов и организационно-технической документации. Ниже приведены названия факторов по показателям.

Показатель X1: X1.1 – «Пожарный надзор»; X1.2 – «Ветхое жилье»; X1.3 – «Телефонизация»; X1.4 – «Образовательные учреждения, учреждения социальной защиты и здравоохранения»; X1.5 – «Противопожарное водоснабжение»; X1.6 – «Дороги в населенном пункте».

Показатель Y1: Y1.1 – «Особо важные объекты»; Y1.2 – «Дороги на предприятиях»; Y1.3 – «Нарушения требований пожарной безопасности»; Y1.4 – «Лесопожарная обстановка»; Y1.5 – «Удаленность предприятий»; Y1.6 – «Количество пожаров».

Показатель X2: X2.1 – «Показатели оперативного реагирования»; X2.2 – «Укомплектованность материально-технической базы»; X2.3 – «Автоматизация пожаротушения»; X2.4 – «Прикрытие АТЕ»; X2.5 – «Современные технологии в пожаротушении»; X2.6 – «Устаревшая техника».

Показатель Y2: Y2.1 – «Финансовые ресурсы»; Y2.2 – «Особый противопожарный режим»; Y2.3 – «Профессиональная подготовленность сотрудников»; Y2.4 – «Первичные меры пожарной безопасности»; Y2.5 – «Взаимодействие пожарной охраны»; Y2.6 – «Обучение населения».

Необходимо отметить, что факторы X1.4, X2.2, X2.4, X2.5, X2.6, Y2.1, Y2.3, Y2.5 отражены в Программе [1] как основные направления деятельности по развитию системы обеспечения пожарной безопасности в стране и регионах, которые могут обеспечить уменьшение рисков пожаров в Российской Федерации, а факторы X1.1, X1.4, X2.1, X2.2, X2.5, X2.6, Y1.1, Y2.3, Y2.5, Y2.6 отмечены в приказе МЧС России от 25.09.2007 года № 500 «Об утверждении Инструкции по проверке и оценке деятельности территориальных органов МЧС России» как основные вопросы (показатели деятельности), подлежащие проверке при инспектировании территориальных органов МЧС России.

Математическое описание задачи

Для ранжирования (упорядочивания) проблемных АТЕ нами предлагается усовершенствованная модель Мак-Кинси, для которой эти объекты являются двумерными.

Оценку показателей (P) предлагается осуществлять по двум моделям – аддитивной (1) и мультипликативной (2):

$$P_j = \sum_{i=1}^{n} c_i f_{ij}, \ \sum_{i=1}^{n} c_i = 1; \qquad (1)$$

$$P_j = \prod_{i=1}^{n} f_{ij}^{c_i}, \ \sum_{i=1}^{n} c_i = 1; \qquad (2)$$

где f_{ij} – значение i-го фактора j-го объекта для показателя; c_i – значение весового коэффициента i-го фактора для показателя; n – число факторов для показателя; $j = \overline{1, J}$, J – число объектов (проблемных АТЕ). Наиболее существенное отличие мультипликативного показателя (2) от аддитивного (1) заключается в том, что аддитивный показатель базируется на принципе справедливой абсолютной уступки, а мультипликативный – на принципе относительной уступки.

В нашем случае четыре показателя: (X1, Y1); (X2, Y2).

Для оценки весовых коэффициентов было отобрано по 6 экспертов на каждое направление. В качестве экспертов выступили специалисты противопожарной службы**.**

Предложенная методика определения весовых коэффициентов выбранных факторов, описанная ниже, использует метод анализа иерархий (МАИ) [4], который ориентируется на суждения экспертов с возможностью их проверки на непротиворечивость при высокой строгости дальнейшей математической обработки.

Матрица суждений МАИ

$$A = (a_{ij}), \ i, j = \overline{1, h}, \qquad (3)$$

где a_{ij} – число, соответствующее значимости объекта I по сравнению с J (в нашем случае объектами являются факторы). Матрица (3) является обратносимметричной, а диагональные элементы a_{ii} равны 1.

Для матрицы суждений A требуется найти максимальное собственное значение $\lambda_{\max}$ и вектор собственных значений Z, т. е. необходимо решить уравнение

$$AZ = \lambda_{\max} Z. \qquad (4)$$

С учетом особенностей матрицы A

$$\lambda_{\max} = \lim_{l \to \infty} \left[\sum_{i=1}^{h} a_{ii}^{l} \right]^{1/l},$$

где a_{ii}^{l} – диагональные коэффициенты матрицы (3), возведенной в l-ю степень.

Согласованность матрицы суждений A проверяется через индекс согласованности

$$IS = (\lambda_{\max} - h)/(h-1), \qquad (5)$$

и отношение согласованности

$$OS = IS/SI(h), \qquad (6)$$

где случайный индекс $SI(h)$ определяется из табл. 1, h – размерность матрицы суждений A. Значения $OS \le 0{,}1$ считаются приемлемыми [4].

Таблица 1

h	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
SI	0,58	0,9	1,21	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51	1,48

Результаты исследований

Всего было обработано 24 матрицы суждений, пример матрицы суждений по первому эксперту для показателя X1 приведен в табл. 2. Для всех матриц суждений отношение согласованности оказалось приемлемым.

В табл. 3 приведены значения весовых коэффициентов и их ранги по показателю X1 для шести экспертов.

Таблица 2

Эксперт 1

Факторы	X1.1	X1.2	X1.3	X1.4	X1.5	X1.6
X1.1	1	2	5	7	2	6
X1.2	1/2	1	4	6	1	5
X1.3	1/5	1/4	1	3	1/4	2
X1.4	1/7	1/6	1/3	1	1/6	1/2
X1.5	1/2	1	4	6	1	5
X1.6	1/6	1/5	1/2	2	1/5	1

OS = 0,0212

Таблица 3

Однородность экспертов

Весовые коэффициенты						
Факторы	Эксперты					
	Эксп_1	Эксп_2	Эксп_3	Эскп_4	Эксп_5	Эскп_6
X1.1	0,367	0,448	0,394	0,456	0,393	0,330
X1.2	0,234	0,143	0,265	0,156	0,262	0,330
X1.3	0,078	0,091	0,031	0,074	0,081	0,146
X1.4	0,036	0,058	0,088	0,049	0,053	0,041
X1.5	0,234	0,220	0,178	0,232	0,174	0,094
X1.6	0,052	0,039	0,044	0,034	0,036	0,060
Ранги						
Факторы	Эксперты					
	Эксп_1	Эксп_2	Эксп_3	Эскп_4	Эксп_5	Эскп_6
X1.1	1	1	1	1	1	1
X1.2	2	3	2	3	2	2
X1.3	4	4	6	4	4	3
X1.4	6	5	4	5	5	6
X1.5	3	2	3	2	3	4
X1.6	5	6	5	6	6	5

Для определения весовых коэффициентов по «среднему» эксперту необходимо проверить их однородность. Для этой задачи предложено использовать *S*- или *U*-статистики:

$$S_p = K(m-1)W;$$

$$W = \frac{12U_p}{K^2(m^3-m)}; \qquad (7)$$

$$U_p = \sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{k=1}^{K} r_{ik} - \frac{1}{2}K(m+1)\right)^2.$$

Здесь K – количество экспертов, m – число факторов, r_{ik} – значение ранга для i-го фактора по k-му эксперту (табл. 3), W – коэффициент конкордации. При $m>7$ S-статистика имеет распределение $\chi^2(K-1)$ с $(K-1)$ степенями свободы.

В нашем случае $m < 7$ и мы используем U-статистику (7). Ее расчетное значение оказалось меньше критического значения при уровне значимости 0,05, поэтому была принята гипотеза об однородности экспертов (коэффициент конкордации $W = 0{,}87$).

Аналогично была проведена обработка для других показателей; была принята гипотеза об однородности экспертов (коэффициент конкордации для Y1 равен 0,87, для X2 – 0,84, для Y2 – 0,85).

Это позволило получить два варианта весовых коэффициентов для каждого показателя. Первый вариант получен для средне-геометрического значения суждений экспертов

$$a_{ij}^c = \sqrt[K]{\prod_{k=1}^{K} a_{kij}}\ .$$

Результат решения уравнения (4) для первого варианта приведен в первой строке (Эср) табл. 4 (показатель X1).

Второй вариант получен усреднением через среднее арифметическое коэффициентов, полученных при решении уравнения (4) для каждого эксперта. Этот вектор приведен во второй строке таблицы 4 (Эуср).

Таблица 4

Сравнение методов усреднения, показатель X1

	Факторы					
	X1.1	X1.2	X1.3	X1.4	X1.5	X1.6
Эср	0,410	0,229	0,078	0,053	0,186	0,044
Эуср	0,398	0,232	0,083	0,054	0,189	0,044
Σ	0,404	0,230	0,081	0,054	0,188	0,044

С использованием t-статистики

$$t_p = \frac{\tilde{d}}{S_{\tilde{d}}} \to t(\upsilon_0 = m-1); \qquad (8)$$

$$\tilde{d} = \frac{\sum_{i=1}^{m} d_i}{m};\ S_{\tilde{d}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} d_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{m} d_i\right)^2}{m}}{m(m-1)}};$$

$$d_i = x_i - y_i$$

была проверена гипотеза: значимы или нет отличия этих коэффициентов друг от друга. В формуле (8) x_i, y_i – значения весовых коэффициентов для первой и второй строки табл. 4. Отличия оказались не значимыми, поэтому в третьей строке этих таб-

лиц (Σ) приведены средние значения весовых коэффициентов.

Аналогичные расчеты были проведены и по другим показателям (табл. 5–7).

Таблица 5

Сравнение методов усреднения, показатель Y1

	Факторы					
	Y1.1	Y1.2	Y1.3	Y1.4	Y1.5	Y1.6
Эср	0,398	0,105	0,204	0,055	0,050	0,188
Эуср	0,388	0,108	0,209	0,055	0,051	0,188
Σ	0,393	0,107	0,206	0,055	0,051	0,188

Таблица 6

Сравнение методов усреднения, показатель X2

	Факторы					
	X2.1	X2.2	X2.3	X2.4	X2.5	X2.6
Эср	0,267	0,103	0,137	0,382	0,046	0,065
Эуср	0,260	0,109	0,138	0,379	0,047	0,067
Σ	0,263	0,106	0,137	0,381	0,046	0,066

Таблица 7

Сравнение методов усреднения, показатель Y2

	Факторы					
	Y2.1	Y2.2	Y2.3	Y2.4	Y2.5	Y2.6
Эср	0,306	0,033	0,192	0,066	0,327	0,075
Эуср	0,303	0,033	0,188	0,071	0,329	0,075
Σ	0,305	0,033	0,190	0,069	0,328	0,075

Весовые коэффициенты (Σ) в табл. 4–7 рекомендуются для определения показателей (координат) (1) или (2) для усовершенствованной модели Мак-Кинси.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Федеральная целевая программа «Пожарная безопасность в Российской Федерации на период до 2012 года» : утв. постановлением Правительства Российской Федерации от 29.12.2007 г. № 972.
2. Краковский Ю.М., Деренских В.И. Методика ранжирования проблемных территорий, использующая систему статистического учета пожаров // Пожарная безопасность. – 2008. – № 1. – С. 117–124.
3. Могильников А.А. Процедура выбора проблемных территорий по статистическим данным учета пожаров. // Вестник ф-та сервиса и рекламы. Иркутск : Изд-во Иркутского госуниерситета. – 2010 – вып. 9. – С. 102–114.
4. Саати Т. Принятие решений. Метод анализа иерархий. – М. : Радио и связь, 1993. – 320 с.

УДК 531.36

Новиков Михаил Алексеевич,
к.ф.-м.н., с.н.с., Учреждение Российской академии наук Институт динамики систем и теории управления СО РАН, тел.: (3952) 45-30-96, e-mail: nma@icc.ru

О СВЯЗИ ДИАГОНАЛИЗАЦИИ И ЗНАКООПРЕДЕЛЕННОСТИ ПУЧКА ДВУХ КВАДРАТИЧНЫХ ФОРМ

M.A. Novickov

ON THE RELATIONSHIP BETWEEN THE DIAGONALIZATION AND THE SIGNDEFINITENESS OF THE PENCIL OF TWO QUADRATIC FORMS

Аннотация. *В статье установлено соответствие необходимых условий знакоопределенности пучка двух квадратичных форм с необходимыми и достаточными условиями диагонализации матриц, соответствующих этим формам. Исследован вопрос достаточных условий знакоопределенности связки двух квадратичных форм и их условной знакоопределенности.*

Ключевые слова: *связка квадратичных форм, знакоопределенность, знакопеременность, знакопостоянство.*

Abstract. *The paper defines the relationship between the necessary conditions of signdefiniteness of the pencil of two quadratic forms with necessary and sufficient conditions of diagonalization of matrices, corresponding to these forms. The issues related to both the sufficient conditions of signdefiniteness for*

the pencil of two quadratic forms and to their conventional signdefiniteness have been investigated.

Keywords: *the pencil of quadratic form, signdefiniteness, sign-variability, sign-constancy.*

Введение

Существенной характеристикой доказательства теоремы Финслера [1] является приведение к диагональному виду двух матриц квадратичных форм. В частности, диагонализация двух симметрических матриц достаточно подробно описана в [2–7], и в статье [8] имеются необходимые и достаточные условия одновременной диагонализации двух матриц квадратичных форм. Анализ существования и построение линейного диагонализирующего преобразования проводится по характеристическому уравнению

$$f(\alpha) = det\,(B - \lambda\, A) = 0. \qquad (1)$$

В зависимости от структуры корней уравнения (1) можно сделать заключение о возможности диагонализации исходных матриц A и B.

Знакоопределенность пучка квадратичных форм

$$K(\sigma, x) = x'\, M(\sigma)\, x,$$

где $M(\sigma) = B - \sigma\, A$, опирается на теорию Сильвестра, Якоби [6, 7] главных миноров матрицы $M(\sigma)$. Значительно легче эта задача решается после приведения матриц A и B к диагональным. Поэтому для широкого применения теоремы Финслера с квадратичными формами следует подробнее изучить взаимосвязь диагонализации двух симметрических матриц вещественным конгруэнтным преобразованием и возможности получить знакоопределенность пучка построенных на них квадратичных форм. Кроме того, в процессе их решения возникают общие вопросы, потому что на корнях уравнения (1) матрица $M(\lambda)$ вырождается.

В статье предстоит провести сравнительный анализ известных случаев диагонализации двух симметрических матриц; сопоставить условия их выполнения с условиями возможности знакоопределенности пучка квадратичных форм $K(\sigma, x)$; составить общую схему исследования знакоопределенности связки двух квадратичных форм с целью развития методов и общности анализа.

1. Исследование связки матриц двух квадратичных форм

Как известно [6, 7], самым общим из всех линейных вещественных диагонализирующих преобразований является конгруэнтное. К нему относятся только два известных случая. В первом, простейшем случае регулярного пучка матриц $(B - \lambda\, A)$ одна из квадратичных форм знакоопределена, например $x'A\,x$. Более позднее описание этого случая приводится в работе [6].

Другая возможность одновременной диагонализации [1] возникает для знакопеременных квадратичных форм $x'\,A\,x$ и $x'\,B\,x$, но знакоопределенной связке форм $K(\sigma, x)$ при некоторых вещественных значениях σ. Искомое конгруэнтное преобразование в обоих случаях [6, 7] осуществляется главной матрицей линейного преобразования, построенной на собственных векторах матрицы $BA^{(-1)}$. В первом случае допускается вырожденность матрицы B, во втором – обеих матриц.

Покажем, что для случая П.А. Кузьмина и случая одной знакоопределенной формы диагонализации симметрических матриц существует прямая связь. Наряду с (1) будем рассматривать характеристическое уравнение

$$\varphi(\mu) = det\,(A - \mu\, M) = 0. \qquad (1.1)$$

При значении $\sigma = \lambda_i$ наибольший из определителей Сильвестра [6] матрицы $K(\sigma, x)$ обращается в нуль. Поэтому для знакоопределенности $K(\sigma, x)$ не допустимо $\sigma = \lambda_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$. Подставляя в (1) выражение $A = (B - M)/\sigma$, получим

$$f(\lambda) = det[B\,(\sigma - \lambda) + \lambda\, M)] = 0.$$

Легко видеть, что корни характеристических уравнений (1) и (1.1) связаны зависимостью

$$\mu_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_i - \sigma}.$$

Из $\sigma \neq \lambda_i$ следуют все конечные значения μ_i. Так как форма $x'\,M(\sigma)\,x$ знакоопределена, то пучок матриц $(A - \mu M)$ регулярный, и согласно [6] всегда существует линейное неособое преобразование, приводящее одновременно B и M к диагональным $\bar{B} = T'BT$, $\bar{M} = T'M\,T$. Отсюда окончательно следует и диагональность матрицы $\bar{A} = (\bar{B} - \bar{M})/\sigma$.

Таким образом, справедлива установленная в [1], хотя явно и не сформулированная

Теорема 1 (П.А. Кузьмина о диагонализации двух симметрических матриц).

Если при некоторых вещественных значениях σ можно получить знакоопределенную связку квадратичных форм $x'\,(B - \sigma A)\,x$, то матрицы A и B одновременно приводятся к диагональным одним линейным вещественным неособым конгруэнтным преобразованием.

Эта теорема в [1] непосредственно доказана в предположении $det\,A \neq 0$, $det\,B \neq 0$, и дан алгоритм конструктивного определения числа σ.

Предложенный здесь подход не накладывает ограничений на спектры матриц A и B и выражает одно из свойств теоремы П.А. Кузьмина [1] о связи знакоопределенности связки двух форм с приводимостью к диагональным соответствующих им симметрических матриц.

Исходя из изложенного следует, что случай П.А. Кузьмина (при знакоопределенной связке $K(\sigma,x)$) диагонализации двух матриц является более общим по сравнению со случаем только знакоопределенной формы $x'Ax$.

Очевидно, вопрос приведения матриц A и B к диагональным шире знакоопределенности связки квадратичных форм, построенных на этих матрицах. Действительно, не все диагонализуемые матрицы могут составить знакоопределенную связку форм $K(\sigma,x)$ (например, уравнение гиперболы может получиться в результате пересечения двух гиперболоидов). Тем не менее, при знакоопределенной связке $K(\sigma,x)$ матрицы A и B одновременно всегда диагонализуемы. Поэтому уместно поставить вопрос о формулировании условий, выражающих незнакопределенность связки двух квадратичных форм.

Теорема 2. *Достаточными условиями знакопеременности связки квадратичных форм $K(\sigma,x)$ при любых вещественных σ является одновременная неприводимость матриц A и B к диагональным.*

Доказательство. Для доказательства следует показать знакопеременность квадратичной формы $K(\sigma,x)$ при всех действительных σ, если нарушается хотя бы одно из необходимых и достаточных условий теоремы об одновременной диагонализации [8] матриц A и B. Согласно ее нарушение может быть, если:

1) среди корней уравнения (1) найдется хотя бы одна пара комплексно-сопряженных;

2) некоторым кратным вещественным корням $f(\lambda)=0$ соответствуют непростые элементарные делители.

Проведем исследование каждого случая.

1) Комплексные корни характеристического уравнения.

Пусть в уравнении (1) имеются комплексные корни $\lambda_1 = c+id,\ \lambda_2 = c-id,$ где $c, d-$ вещественные, $i-$ мнимая единица ($i^2=-1$), остальные корни будем допускать действительными. Согласно [9], линейным неособым преобразованием можно исходные матрицы привести к блочному виду и выделить соответствующие блоки

$$A_{11} = 2\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \qquad B_{11} = 2\begin{pmatrix} c & d \\ d & -c \end{pmatrix}.$$

Выделим часть слагаемых связки квадратичных форм от двух переменных

$$K_0(\sigma,y) = (c-\sigma)\,y_1^2 + 2d\,y_1y_2 - (c-\sigma)\,y_2^2,$$

содержащих y_1, y_2. Анализ $K_0(\sigma,y)$ проведем с применением теоремы Якоби [6], где главные миноры матрицы $K_0(\sigma,y)$ будут такими: $1,\ \Delta_1 = c-\sigma,\ \Delta_2 = -(c-\sigma)^2 - d^2$. Легко видеть, что независимо от знака Δ_1 в составленном ряду имеется одна смена знака. Используя для знакоопределенности необходимое требование сохранения знаков главных миноров, заключаем, что в данном случае знакопеременность $K_0(\sigma,y)$ при любых вещественных σ.

Можно показать, что при существовании нескольких комплексных как простых, так и непростых решений уравнения (1) пучок форм $K(\sigma,x)$ также является знакопеременным.

2. Кратный вещественный корень характеристического уравнения с непростыми элементарными делителями.

Пусть уравнение (1), в частности, содержит действительный корень $\lambda_j = a$ кратности $2k$. В общем случае вещественным линейным неособым преобразованием в матрицах A и B можно выделить блоки порядков $2k$, и далее соответствующие блоки неособым линейным вещественным конгруэнтным преобразованием привести к взаимно упрощенным [9]:

$$A_* = \begin{pmatrix} E_k & 0 \\ 0 & E_k \end{pmatrix}, \quad B_* = \begin{pmatrix} (aE_k + I_0) & I_0 \\ I_0 & (-aE_k + I_0) \end{pmatrix},$$

где квадратная матрица порядка k имеет вид

$$I_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

По теореме Якоби [6] для знакопеременности $K(\sigma,x)$ достаточно, чтобы значение сигнатуры $M(\sigma)$ было строго меньше порядка матрицы $M(\sigma)$, т. е. существовала хотя бы одна смена знака в ряду главных миноров. Для этого достаточно выполнения одного из условий:

1) $J_{2j} < 0$ (для хотя бы одного из значений $j = 1,2,\dots,k$);

2) $J_j\,J_{j+2} < 0\ \ (1 \le j \le k-2)$;

3) $J_j\, J_{j+1} \ldots J_{j+2l+1} < 0$ $(1 \le j \le (k-j-1)/2)$.

Анализ знакопеременности формы $K(\sigma, x)$ более наглядно проводится с использованием теории инноров [10]. В качестве J_1 введем в рассмотрение минор первого порядка $M_{kk} = a - \sigma$, J_2 – минор второго порядка, составленный из k-й и $(k+1)$-й строк и столбцов матрицы $M(\sigma)$.

Для матриц A_*, B_* введенной конструкции получим сразу

$$J_2 = det\begin{pmatrix} (a-\sigma) & 1 \\ 1 & -(a-\sigma) \end{pmatrix} = -(a-\sigma)^2 - 1 < 0.$$

Так как $J_2 < 0$, то уже при перемене знаков главных миноров по теореме Якоби [6] квадратичная форма $K(\sigma, x)$ знакопеременна.

Отсюда следует, что и в этом случае неприводимости матриц к диагональным связка матриц $K(\sigma, x)$ всегда знакопеременна для любых действительных значений σ. Таким образом, теорема 2 доказана.

Следовательно, необходимые и достаточные условия диагонализации двух симметрических матриц совпадают с необходимыми условиями знакоопределенности связки квадратичных форм, построенных на этих матрицах.

2. О достаточных условиях знакоопределенности связки двух квадратичных форм

Пусть задана знакоопределенная связка квадратичных форм $K(\sigma, x)$. Тогда по теореме 1 существует линейное вещественное конгруэнтное преобразование T, приводящее одновременно A и B к диагональным:

$$A_1 = T^{'}\, A\, T = diag[a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}],$$

$$B_1 = T^{'}\, B\, T = diag[b_{11}, b_{22}, \ldots, b_{nn}],$$

где $b_{ii} = a_{ii}\, \lambda_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$; λ_i – корни уравнения (1).

Введем в рассмотрение симметричную связку квадратичных форм

$$K_1(\alpha, \beta, y) = y^{'}\, (\alpha\, A + \beta\, B)\, y.$$

Отличие ее от $K(\sigma, x)$ состоит в том, что соответствующим выбором знака β можно $K_1(\alpha, \beta, y)$ получить положительно опреде-ленной. В общем случае предполагаем вначале матрицу A неособой, и дальнейшее исследование лучше излагать в терминах корней уравнения (1).

Очевидно, для положительной определенности $K_1(\alpha, \beta, y)$ необходимо подобрать вещественные, отличные от нуля значения $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$, при которых система

$$\begin{cases} a_{11}\,(\alpha + \lambda_1 \beta) = \varepsilon_1^2, \\ a_{22}\,(\alpha + \lambda_2 \beta) = \varepsilon_2^2, \\ \cdots\cdots \\ a_{nn}\,(\alpha + \lambda_n \beta) = \varepsilon_n^2 \end{cases} \qquad (2.1)$$

будет совместна, т. е. будет иметь вещественные нетривиальные решения относительно α, β.

При $n > 2$ система (2.1) переопределена, поэтому следует найти условия ее совместности подходящим выбором параметров $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$. Выделяя в (2.1) какие-либо три строки с номерами p, q, r, составим условие их совместности

$$\Delta_1 = det\begin{pmatrix} a_{pp} & \lambda_p a_{pp} & \varepsilon_p^2 \\ a_{qq} & \lambda_q a_{qq} & \varepsilon_q^2 \\ a_{rr} & \lambda_r a_{rr} & \varepsilon_r^2 \end{pmatrix} = 0.$$

Раскрывая определитель и сократив последнее выражение на число $(a_{pp}\, a_{qq}\, a_{rr})$, получим

$$\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r) =_1 \varepsilon_p^2 + S_2 \varepsilon_q^2 + S_3 \varepsilon_r^2 = 0, \qquad (2.2)$$

где $S_1 = (\lambda_r - \lambda_q)/a_{pp}$, $S_2 = (\lambda_p - \lambda_r)/a_{qq}$,

$$S_3 = (\lambda_q - \lambda_p)/a_{rr}.$$

Даже три строки системы (2.1) позволяют получить некоторые вполне определенные заключения. При анализе формы (2.2) могут предоставиться следующие различные случаи:

1) форма $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ знакопеременна по трем переменным;

2) форма $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ знакопеременна по двум переменным;

3) форма $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ знакоопределена;

4) форма $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ знакопостоянна;

5) форма $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ тождественно обращается в нуль.

В дальнейшем понадобится разделение корней характеристического уравнения (1) на две группы: к первой (обозначаемой $\lambda^{(+)}$) отнесем все корни $\lambda_j = b_{jj}/a_{jj}$, для которых $a_{jj} \ge 0$ (в количестве n_1, так что $0 < n_1 < n$); ко второй (обозначаемой $\lambda^{(-)}$) отнесем все корни $\lambda_j = b_{jj}/a_{jj}$, для которых $a_{jj} < 0$ (в количестве $n_2 = n - n_1$).

В случае знакопеременной формы $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ всегда существуют вещественные решения относительно $\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r$. При этом не происходит нарушений достаточных условий знакоопределенности связки форм $K_1(\alpha, \beta, y)$. К этому

случаю относятся все корни $\lambda_p, \lambda_q, \lambda_r$ одной группы. Действительно, при упорядочивании их по возрастанию $\lambda_p < \lambda_q < \lambda_r$, величины числителей S_1, S_2, S_3 принимают вполне определенные значения $+, -, +$; т. е. происходит чередование знаков. Здесь для корней одной группы S_2 принимает значение, противоположное по знаку S_1 и S_3.

Форма $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ может быть знакопеременной и в смешанных группах, когда крайние по величине корни λ_p и λ_r относятся к разным группам. Тогда получается $S_1 S_3 < 0$, что достаточно для знакопеременности (2.2).

Второй случай вырожденной знакопеременной формы $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ также не нарушает достаточных условий положительной определенности $K_1(\alpha, \beta, y)$. Ему соответствует кратный корень $\lambda_p = \lambda_q = \lambda_0$. В этом случае $S_3 = 0$, а числители S_1 и S_2 имеют противоположные значения. Поэтому для исследуемого случая $S_1 S_2 < 0$ необходимо выполнение $(a_{pp}\, a_{qq}) > 0$; т. е. кратные корни должны относиться к одной группе.

Третий случай при знакоопределенной форме $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ может быть только в смешанных группах корней. Действительно, для упорядоченных корней $\lambda_p < \lambda_q < \lambda_r$ знаки числителей выражений S_1, S_2, S_3 чередуются. Поэтому для значений S_1, S_2, S_3 одного знака также необходимо чередование знаков величин a_{pp}, a_{qq}, a_{rr}, т. е. $(a_{pp}\, a_{qq}) < 0$; $(a_{pp}\, a_{rr}) > 0$. Следовательно, здесь крайние по величине корни одной группы перемежаются корнем другой группы.

Введем обозначение $\sigma = -\alpha/\beta$, тогда соответствующие слагаемые $d_i\, y_i^2$ связки $K_1(\alpha, \beta, y)$ будут иметь значения $d_i = a_{ii}\, \beta\, (\lambda_i - \sigma)$. В пучке $K_1(\alpha, \beta, y)$ выделим часть слагаемых с переменными y_p, y_q, y_r:

$$K_2(y_p, y_q, y_r) = d_p\, y_p^2 + d_q\, y_q^2 + d_r\, y_r^2 .$$

Чтобы не проводить анализ знаков $a_{ii}, \beta, (\lambda_i - \sigma)$ при $i = p, q, r$ потребуем для положительной определенности $d_p\, d_r > 0$.

Вычисляя $d_p\, d_r = a_{pp}\, a_{rr}\, \beta^2\, (\lambda_p - \sigma)(\lambda_r - \sigma)$ для одной группы корней $(a_{pp}\, a_{rr} > 0)$, получим необходимое $(\lambda_p - \sigma)(\lambda_r - \sigma) > 0$, что сводится к одной из ситуаций: $\sigma < \lambda_p$ или $\sigma > \lambda_r$. Так как $\lambda_q \in (\lambda_p; \lambda_r)$, то в любой из этих ситуаций знак $(\lambda_q - \sigma)$ совпадает с знаком $(\lambda_p - \sigma)$ и $(\lambda_r - \sigma)$. Тогда значение $(d_p\, d_q)$ имеет знак выражения $(a_{pp}\, a_{qq})$, которое здесь отрицательно. Последнее приводит к знакопеременности $K_2(y_p, y_q, y_r)$, и ее уже нельзя изменить никаким подбором значения σ. В этом случае форма $K_1(\alpha, \beta, y)$ получается знакопеременной.

Следовательно, в этом случае нарушаются необходимые условия знакоопределенности $K_1(\alpha, \beta, y)$. Не проводя дальнейшего анализа индексов p, q, r, можно сразу сделать определенное заключение о невозможности получения знакоопределенной и даже знакопостоянной связки $K_1(\alpha, \beta, y)$ при любых вещественных α, β.

Четвертый случай знакопостоянной формы $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ возможен только в случае одного кратного корня $\lambda_p = \lambda_q = \lambda_0$. Здесь получается $S_3 = 0$, а требование $S_1 S_2 > 0$ приводит к неравенству $(a_{pp}\, a_{qq}) < 0$. Ввиду разных знаков a_{pp}, a_{qq} соответствующая форма

$$K_2(y_p, y_q, y_r) = (\lambda_0 - \sigma)\, \beta\, (a_{pp}\, y_p^2 + a_{qq}\, y_q^2) + \\ + (\lambda_r - \sigma)\, \beta\, a_{rr}\, y_r^2$$

не является знакоопределенной. При значениях $\sigma = \lambda_0$ она может быть и не только знакопеременной. Чтобы не проводить анализ знака β, введем в рассмотрение величину

$$T_i = a_{ii}\, (\lambda_i - \sigma).$$

Исключая тождественное обращение в нуль, рассмотрим для определенных a_{ii}, $(\lambda_i - \sigma)$ знаки выражений T_i (в количестве, не большем $(n-2)$). Если при этом какие-либо T_k, T_l имеют разные знаки, то в $K_1(\alpha, \beta, y)$ имеются составляющие слагаемые $\beta\, (T_k\, y_k^2 + T_l\, y_l^2)$, явно доставляющие знакопеременность.

Если при этом не происходит смены знака выражений T_k при всех возможных k (исключая тождественный нуль), то форма $K_1(\alpha, \beta, y)$ знакопостоянна.

Пятый случай тождественного обращения в нуль формы $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ соответствует трехкратному корню $\lambda_p = \lambda_q = \lambda_r = \lambda_0$, где форма $K_2(y_p, y_q, y_r)$ примет вид

$$K_2(y_p, y_q, y_r) =$$
$$= (\lambda_0 - \sigma)\,\beta\,(a_{pp}\,y_p^2 + a_{qq}\,y_q^2 + a_{rr}\,y_r^2).$$

При соответствующем подборе β ее можно сделать положительно определенной только в случае равных знаков a_{pp}, a_{qq}, a_{rr}. Последнее можно выразить условием существования для системы

$$a_{pp} - L_1\,a_{qq} = 0;\;\; a_{pp} - L_2\,a_{rr} = 0 \qquad (2.3)$$

только положительных решений L_1, L_2. Отметим, что такое условие соответствует принадлежности корней $\lambda_p, \lambda_q, \lambda_r$ одной группе.

Хотя бы одно отрицательное решение в системе (2.3) сразу исключает знакоопределенность $K_1(\alpha, \beta, y)$. Смена одного из индексов p, q, r сводится к рассмотрению предыдущего случая в количестве, не превосходящем $(n-3)$.

Из анализа рассмотренных случаев может быть сформулировано

Утверждение 1. *Если при каких-либо индексах p, q, r для знакопеременных квадратичных форм $y' A y$ и $y' B y$ с диагональными матрицами $A (\det A \neq 0)$ и B форма $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ удовлетворяет хотя бы одному из условий:*

1) *форма $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ знакоопределена;*

2) *форма $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ знакопостоянна или тождественно обращается в нуль при кратном корне и для остальных индексов меняет знак T_k, то связка форм $K_1(\alpha, \beta, y)$ знакопеременна при любых вещественных α, β.*

Утверждение 2. *Связка квадратичных форм $K_1(\alpha, \beta, y)$ для знакопеременных квадратичных форм $y' A y$ и $y' B y$ с диагональными матрицами $A (\det A \neq 0)$ и B только тогда положительно определена, когда при всех возможных индексах p, q, r выполняется одно из условий:*

1) *форма $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ знакопеременна (по двум или трем переменным);*

2) *при тождественном обращении в нуль формы $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ система (2.3) выполняется только при положительных L_1, L_2.*

Далее введем обозначения:

$$N_1^{(-)} = \min_{j \in \{1,2,\ldots,n\}} \lambda_j^{(-)}, \qquad N_2^{(-)} = \max_{j \in \{1,2,\ldots,n\}} \lambda_j^{(-)},$$
$$N_1^{(+)} = \min_{i \in \{1,2,\ldots,n\}} \lambda_i^{(+)}, \qquad N_2^{(+)} = \max_{i \in \{1,2,\ldots,n\}} \lambda_i^{(+)}.$$

Пусть значению $N_1^{(-)}$ соответствует индекс (хотя бы один) j_1 (т. е. $\lambda_{j_1} = N_1^{(-)}$), значению $N_2^{(-)}$ также соответствует индекс j_2. Полагая $p = j_1;\; q = j_2$, в качестве r будем рассматривать индексы, соответствующие группе корней $\lambda^{(+)}$. Ввиду отсутствия кратных корней при только знакопеременной $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ (от трех переменных) выполняется свойство «разделенности» корней $\lambda_r > N_2^{(-)}$ (или $\lambda_r < N_1^{(-)}$).

Если при этом все корни группы $\lambda^{(+)}$ удовлетворяют условиям утверждения 2, то возможны две ситуации:

$$1.\ \lambda_j^{(+)} > N_2^{(-)}. \qquad 2.\ \lambda_j^{(+)} < N_1^{(-)}.$$

Это приводит к соответствующим условиям: $1.\ N_1^{(+)} > N_2^{(-)};\ 2.\ N_2^{(+)} < N_1^{(-)}$. Первое соответствует положительной определенности $K(\sigma, y)$, при этом $\sigma \in I_1 = (N_2^{(-)}; N_1^{(+)})$. Второе соответствует отрицательной определенности $K(\sigma, y)$, при этом $\sigma \in I_2 = (N_2^{(+)}; N_1^{(-)})$. Полученное изложено в [1] (хотя явно и не сформулировано).

Теорема 3 (П.А. Кузьмина о знакоопределенности связки форм).

Для знакоопределенности связки квадратичных форм $K(\sigma, y)$ двух знакопеременных форм $y' A y$ и $y' B y$ необходимо и достаточно выполнения одного из условий:

1) $N_1^{(+)} > N_2^{(-)}$ (при соответствующем $\sigma \in I_1$);

2) $N_2^{(+)} < N_1^{(-)}$ (при соответствующем $\sigma \in I_2$).

Теорема 3 решает вопрос о возможности получения знакоопределенной связки форм $K(\sigma, y)$ и дает конструктивный способ определения допустимых для этого значений σ.

Применяя изложенный подход, рассмотрим дальше вырожденные диагональные матрицы A и B. В общем случае, включая нулевые и бесконечные корни уравнения (1), будем решать систему

$$\begin{cases} a_{11}\alpha + b_{11}\beta = \varepsilon_1^2, \\ a_{22}\alpha + b_{22}\beta = \varepsilon_2^2, \\ \ldots\ldots\ldots \\ a_{nn}\alpha + b_{nn}\beta = \varepsilon_n^2. \end{cases} \qquad (2.1')$$

Для исследования условий знакоопределенности связки $(2.1')$ также составим определитель

$$\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r) = det \begin{pmatrix} a_{ii} & b_{ii} & \varepsilon_i^2 \\ a_{jj} & b_{jj} & \varepsilon_j^2 \\ a_{kk} & b_{kk} & \varepsilon_k^2 \end{pmatrix}.$$

Равенство корней $\lambda_i = \lambda_j$ здесь будет выра-

жаться: $a_{ii}b_{jj} - a_{jj}b_{ii} = 0$, и коэффициенты формы $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ принимают значения $S_1 = a_{qq}b_{rr} - a_{rr}b_{qq}$; $S_2 = a_{rr}b_{pp} - a_{pp}b_{rr}$; $S_3 = a_{pp}b_{qq} - a_{qq}b_{pp}$. Условие $\lambda_i = \lambda_j, (a_{ii}\, a_{jj}) > 0$ может и не существовать в вырожденной матрице A. Его можно дополнить условием $(b_{ii}\, b_{jj}) > 0$ или симметричным, которое состоит в существовании только положительного решения для L системы

$$\begin{cases} a_{ii} - L\, a_{jj} = 0, \\ b_{ii} - L\, b_{jj} = 0. \end{cases}$$

В этих терминах формулируется

Утверждение 2′. *Связка квадратичных форм $K_1(\alpha, \beta, y)$ для знакопеременных квадратичных форм $y'Ay$ и $y'By$ с диагональными матрицами $A(\det A \neq 0)$, B только тогда положительно определена, когда при всех возможных индексах p, q, r выполняется одно из условий:*

1) *форма $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ знакопеременна (по двум или трем переменным);*

2) *при тождественном обращении в нуль формы $\Delta_2(\varepsilon_p, \varepsilon_q, \varepsilon_r)$ система*

$$\begin{cases} a_{pp} - L_1\, a_{qq} = 0,\ b_{pp} - L_1\, b_{qq} = 0, \\ a_{pp} - L_2\, a_{rr} = 0,\ b_{pp} - L_2\, b_{rr} = 0 \end{cases}$$

выполняется только при положительных L_1, L_2.

Для форм трех переменных вопрос о пучке форм решается сразу. В первом и втором случаях связка форм $K_1(\alpha, \beta, y)$ положительно определена, в третьем случае – знакопеременна, в четвертом и пятом случаях кратных корней из разных групп (ввиду знакопеременности форм $y'Ay$, $y'By$) связка $K_1(\alpha, \beta, y)$ знакопостоянна.

Особо предстоит рассмотреть случай двух переменных, где анализ определенной системы

$$\begin{cases} a_{11}\,(\alpha + \lambda_1\beta) = \varepsilon_1^2, \\ a_{22}\,(\alpha + \lambda_2\beta) = \varepsilon_2^2 \end{cases} \qquad (2.1'')$$

упрощается. Если значение $D_3 = a_{11}b_{22} - a_{22}b_{11} \neq 0$, то решение системы $(2.1'')$ всегда существует и единственно. При $D_3 = 0$ допускаются кратные корни уравнения (1), что означает $a_{11}/b_{11} = a_{22}/b_{22} = L$. Решений $(2.1'')$ здесь может быть бесчисленное множество при условии $\Delta_3 = L\,\varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 = 0$. Так как формы $y'Ay$, $y'By$ знакопеременны, то $(a_{11}\, a_{22}) < 0$; $(b_{11}\, b_{22}) < 0$, откуда следует $L < 0$. Тогда уравнение $D_3 = 0$ при $\varepsilon_1 \neq 0, \varepsilon_2 \neq 0$ не имеет вещественных решений, что соответствует невозможности знакоопределенности $K_1(\alpha, \beta, y)$.

Следовательно, справедливо

Утверждение 3. *Связка двух квадратичных форм $K_1(\alpha, \beta, y)$ для двух диагональных матриц A и B от двух переменных положительно определена только в единственном случае $a_{11}b_{22} - a_{22}b_{11} \neq 0$.*

Отметим, что в условии утверждения важное значение имеет не знак Δ_3, а только его отличие от нуля.

Исходя из изложенного можно составить общую схему исследования возможности построения знакоопределенной связки двух квадратичных форм $K(\sigma, y)$. Она состоит из трех этапов:

1) провести анализ уравнения (1) (при комплексных или вещественных с непростыми элементарными делителями корнях следует невозможность такой связки форм);

2) составить главную матрицу преобразования T и привести к диагональным $A_* = T'AT$; $B_* = T'BT$;

3) выполнить «разделенность корней» (при этом если имеется I_1 или I_2, то знакоопределенность $K(\sigma, y)$ существует).

Этот способ пригоден для квадратичных форм любой размерности.

3. Об условной знакоопределенности двух квадратичных форм

Теорема Финслера для квадратичных форм [1] отождествляет знакоопределенность связки двух форм $K(\sigma, x) = V_2(x) - \sigma V_1(x)$ с знакоопределенностью формы $V_2(x)$ на равной нулю $V_1(x)$ (полагая знакопеременными $V_1(x) = x'Ax$; $V_2(x) = x'Bx$).

Пусть квадратичные формы $V_1(x)$ и $V_2(x)$ одновременно приведены к полным квадратам, при этом полагаем $V_1(x) = \sum_{i=1}^{n} \delta_1\, x_i^2$, где $\delta_1 = \pm 1$. Пусть корень λ_j $(j \in \{1, 2, \ldots, n\})$ имеет кратность k: $\lambda_j = \lambda_{j+1} = \ldots = \lambda_{j+k-1}$. При исключении переменной x_j из $V_1(x) = 0$ и подстановке в форму $V_2(x)$ получается также квадратичная форма $\overline{V}_{2j}(x)$ от переменных $x_1, x_2, \ldots, x_{j-1}, x_{j+k}, \ldots, x_n$. Если при этом λ_j не совпадает ни с одной из гра-

ниц I_1 или I_2, то квадратичная форма $\bar{V}_{2j}(x)$ знакопеременна, иначе – знакопостоянна. В последнем случае $\bar{V}_2(x)=0$ имеет единственное решение $x_1=x_2=\ldots=x_{j-1}=x_{j+k}=\ldots=x_n=0$. Выражая из уравнения $V_{2j}(x)=0$:

$$S=x_j^2+x_{j+1}^2+\ldots+x_{j+k-1}^2=-\sum_{1\le i<j,\ j+k\le i\le n}\delta_i\,x_i^2,$$

получим $S=0$, откуда следует дополнительно $x_j=x_{j+1}=\ldots=x_{j+k-1}=0$. Тем самым доказано, что при значениях λ_j, совпадающих с одной из границ интервалов I_1 или I_2 для связки форм $K(\sigma,x)$, форма $V_2(x)$ в действительности знакоопределена.

Для произвольных, не приведенных к полным квадратам форм $V_1(x)$, $V_2(x)$ исключение любой переменной x_j из $V_2(x)$ на $V_1(x)=0$ сводится к результанту [11] двух полиномов $Res_j(V_1,V_2)=\bar{V}_{2j}(x)$. В общем случае получается форма четвертого порядка от $(n-1)$ переменной (независимо от кратности λ_j). Если последнее выражение $\bar{V}_{2j}(x)$, в частности, факторизуется, то дальнейший анализ значительно упрощается.

Пример 1. Пусть даны квадратичные формы

$V_1(x)=4x_1^2-8x_1x_2+6x_1x_3+x_2^2+4x_2x_3-2x_3^2;$

$V_2(x)=4x_1^2-4x_1x_2+18x_1x_3-2x_2^2-6x_2x_3-5x_3^2.$

В результате исключения переменной x_1 из $V_1(x)=0$ и подстановки в $V_2(x)$ получится $\bar{V}_{21}(x)=-(x_2+3x_3)^2\,(11x_2^2-32x_2x_3+x_3^2)$. Так как форма $(11x_2^2\,32x_2x_3+x_3^2)$ знакопеременна, то и $\bar{V}_{21}(x)$ знакопеременна.

Аналогично

$\bar{V}_{22}(x)=-(4x_1^2+30x_1x_3-5x_3^2)(44x_1^2-118x_1x_3+29x_3^2)$

знакопеременна как произведение двух квадратичных форм. Также знакопеременна $\bar{V}_{23}(x)=(36x_1^2-90x_1x_2-5x_2^2)\,(4x_1^2-38x_1x_2+29x_2^2)$. Здесь исключение любой переменной приводит к одному результату.

Для этого примера характеристическое уравнение имеет корни $\lambda_1=-3,\lambda_2=1,\lambda_3=2$. Соответствующие собственные векторы такие: $e_1=(1,5,3)';\ e_2=(2,3,-1)';\ e_3=(3,1,2)'$. Главная матрица преобразования $T=\{e_1,e_2,e_3\}$ приводит $V_1(x)$, $V_2(x)$ к полным квадратам

$\bar{V}_1(y)=49\,(y_1^2-y_2^2+y_3^2);$

$\bar{V}_2(y)=49\,(-3\,y_1^2-y_2^2+2\,y_3^2).$

Здесь корень отрицательной группы $\lambda^{(-)}=1$ перемежает корни положительной группы $\lambda_1^{(+)}=-3;\ \lambda_2^{(+)}=2$, откуда следует невозможность получения знакоопределенной связки $K(\sigma,y)$.

Пример 2. Пусть даны квадратичные формы

$V_1(x)=2x_1^2+2x_1x_2-2x_1x_3+x_2^2+2x_2x_3+x_3^2;$

$V_3(x)=6x_1^2+8x_1x_2+4x_1x_3+6x_2^2-20x_2x_3.$

Исключение переменной x_1 из $V_1(x)=0$ и подстановка в $V_3(x)$ дает выражение $\bar{V}_{21}(x)=(10\,x_2^2+2\,x_2x_3+5\,x_3^2)^2>0$. Аналогично

$\bar{V}_{22}(x)=(10\,x_1^2-18\,x_1x_3+13\,x_3^2)^2>0,$

$\bar{V}_{23}(x)=(5\,x_1^2-8\,x_1x_2+13\,x_2^2)^2>0.$

Следовательно, связка форм $K(\sigma,x)=V_3(x)-\sigma V_1(x)$ знакоопределена.

При использовании аппарата квадратичных форм характеристическое уравнение будет иметь корни $\lambda_1=\lambda_2=2,\lambda_3=4$. Частное преобразование (ввиду кратности корня) $T=\{e_1,e_2,e_3\}$, где $e_1=(5,1,4)';\ e_2=(1,3,-2)';\ e_3=(1,3,5)'$, приводит $V_1(x),V_2(x)$ к полным квадратам:

$\bar{V}_1(y)=49\,(2\,y_1^2+2\,y_2^2-y_3^2);$

$\bar{V}_2(y)=196\,(y_1^2+y_2^2-y_3^2).$

Здесь $N_1^{(-)}=4;\ N_2^{(+)}=2$ и существует интервал $I_2=(2;4)$, определяющий область отрицательной определенности $K(\sigma,y)$.

В этих примерах вопрос условной знакоопределенности удачно демонстрирует исключение переменных.

Учитывая то обстоятельство, что знакоопределенность формы четного (выше второго) порядка сводится к знакоопределенности квадратичной формы повышенной размерности с соответствующим (более одного) числом дополнительных условий в виде равных нулю квадратичных форм [12], дальнейшее исследование значительно усложняется.

Пример 3. Пусть даны квадратичные формы:

$V_1(x)=-5x_1^2-8\,2x_1x_2+8x_1x_3-2x_1x_4+3x_2^2+$

$+4x_2x_3-2x_2x_4-3x_3^2+2x_3x_4;$

$V_2(x)=-36x_1^2-64\,2x_1x_2+58x_1x_3-28x_1x_4-14x_2^2+$

$+46x_2x_3-36x_2x_4-23x_3^2+26x_3x_4-8x_4^2.$

Исключение переменной x_1 из $V_1(x)=0$ и подстановка в $V_2(x)$ дает выражение

$$\bar{V}_{21}(x) = 21596x_2^2 + x_2^3(-17272x_3 + 9072x_4) + x_2^2(4996x_3^2 - 4192x_3x_4 + 4848x_4^2) + x_2(-628x_3^3 + 592x_3^2x_4 - 1552x_3x_4^2 + 2688x_4^3) + 29x_3^4 - 24x_3^3x_4 + 132x_3^2x_4^2 - 528x_3x_4^3 + 512x_4^4.$$

Вопрос о знакоопределенности здесь не очевиден. Для матриц

$$A = \partial^2 V_1 / \partial xi\, \partial xj, \qquad B = \partial^2 V_2 / \partial xi\, \partial xj$$

характеристическое уравнение $det(B - \lambda A) = (\lambda + 2)(\lambda - 4)(\lambda - 5)^2 = 0$ содержит все вещественные корни. Соответствующие собственные векторы $e_1 = (2,1,4,1)'$; $e_2 = (1,0,2,1)'$; $e_3 = (3,1,5+a,a)'$; $e_4 = (3,1,5+b,b)'$ формируют главную матрицу преобразования $T = \{e_1, e_2, e_3, e_4\}$. Равенство нулю внедиагональ-ного члена матрицы $T'AT$ приводит к требованию $ab = -1$. Полагая $a = -1; b = 1$, получим

$$\bar{V}_1(y) = y_1^2 + y_2^2 - 2y_3^2 - 2y_4^2);$$

$$\bar{V}_2(y) = -2y_1^2 + 4y_2^2 - 10y_3^2 - 10y_4^2).$$

Здесь $N_1^{(-)} = 5; {}_2^{(+)} = 4$ и существует интервал $I_2 = (4; 5)$, определяющий область отрицательной определенности $K(\sigma, y)$.

Очевидно, исключение любых переменных одинаково выражает свойство знакоопределенности (или знакопеременности) $V_2(x)$ на $V_1(x) = 0$. Результатом исключения какой-либо переменной в типичной ситуации для квадратичных форм $V_1(x), V_2(x)$ является форма четвертой степени от $(n-1)$ переменной. В связи с этим уместна задача: по заданной форме 4-го порядка от n переменных $V_0(x)$ восстановить две квадратичные формы $V_1(x)$, $V_2(x)$ от $(n+1)$ переменной, чтобы выполнялось равенство $Res_{n+1}(V_1; V_2) = V_0$. Для этого будет составлена система нелинейных уравнений с общим количеством P_1 для P_2 неизвестных, которыми здесь являются коэффициенты квадратичных форм $V_1(x), V_2(x)$. Число коэффициентов формы порядка m от l переменных исчисляется формулой

$$C_{m+l-1}^m = (m + l - 1)! / m!(l - 1)!.$$

Следовательно, $P_1 = n(n+1)(n+2)(n+3)/24;$ $P_2 = (n+1)(n+2).$ Система недоопределена при $n < 4$ и переопределена при $n \geq 4$. Для произвольной формы $V_0(x)$ система не всегда совместна. Поэтому наиболее предпочтителен способ диагонализации квадратичных форм с последующим определением интервалов I_1 или I_2 по диагональным элементам квадратичных форм.

Заключение

Классификация простейших знакопеременных квадратичных форм позволяет проводить исследование знакоопределенности связок этих форм.

Для вопроса диагонализации двух симметрических матриц линейным вещественным конгруэнтным преобразованием установлена общность условий теоремы П.А. Кузьмина по отношению к случаю регулярного пучка матриц с одной знакоопределенной квадратичной формой.

Установлено, что необходимые и достаточные условия диагонализации двух симметрических матриц совпадают с необходимыми условиями знакоопределенности связки квадратичных форм, построенных на этих матрицах.

Для пучка двух квадратичных форм условия существования его знакоопределенности непосредственно связаны с условиями диагонализации матриц этих квадратичных форм.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кузьмин П.А. Малые колебания и устойчивость движения. – М. : Наука, 1973. – 206 с.
2. Бурбаки Н. Алгебра. Модули, кольца, формы. – М. : Наука, 1966. – 555 с.
3. Берже М. Геометрия. – Т. 2. – М. : Мир, 1984. – 366 с.
4. Klingenberg Wilhelm. Paare symmetrischen und alternierenden Formen zweiten Grades // Abhandl. Math. Sem. (Hamburg). – 1955. – № 19. – P. 78–93.
5. Беллман Р. Введение в теорию матриц. – М. : Наука, 1976. – 351 с.
6. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М. : Наука, 1967. – 576 с.
7. Хорн Р., Джонсон Ч. Матричный анализ. – М. : Мир, 1989. – 655 с.
8. Новиков М.А. О диагонализации матриц трех квадратичных форм // Оптимизация, управление, интеллект. – 2000. – № 5, Ч. 1. – С. 150–156.
9. Новиков М.А. О приведении матриц квадратичных форм к взаимно упрощенным // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2010. – № 2 (26). – С. 181–187.
10. Джури Э. Инноры и устойчивость динамических систем. – М. : Наука, 1979. – 299 с
11. Ван дер Варден Б.Л. Современная алгебра. В 2 т. М. ; Л. : ОНТИ НКТП СССР, 1937. – Т. 2. – 210 с.
12. Новиков М.А. О знакоопределенности форм двух переменных // Материалы XIV Байкальской школы-семинара «Методы оптимизации и их приложения». Иркутск : ИСЭМ СО РАН, 2008. – С. 134–141.

КОНФЕРЕНЦИИ И СЕМИНАРЫ

20-22 сентября 2010 года в Иркутском государственно университете путей сообщения прошел второй международный симпозиум.

На симпозиуме работало три секции.

***Section I.* The Railway Transport and the Environment**
Chair Elena A. RUSH – Professor, IrGUPS, Russia

На секции были представлены доклады, затрагивающие широкий спектр проблем экологической безопасности региона и защиты окружающей среды от загрязнения.

***Section II.* The Railway Transport Security. Methods. Modern Technologies. Innovative Approaches**
Chair Valeriy E. GOZBENKO – Professor, IrGUPS, Russia

На секции были представлены научные доклады представителей фундаментальной и прикладной науки России и Китая в области изучения проблем проектирования, эксплуатации систем скоростного движения с учетом современных тенденций экономического развития железнодорожного транспорта.

***Section III.* Social and Economic Aspects of the Railway Transport Development**
Chair Anatoly Y. JAKOBSON – professor, IrGUPS, Russia

Тематику докладов можно обобщённо представить следующим образом: проблемы транспортного образования в системе обеспечения экономической безопасности и сибирско-китайское сотрудничество в этой области; занятость и управление персоналом на железнодорожном транспорте, в том числе с точки зрения безопасности движения; управление качеством на железной дороге; железнодорожные логистические системы; грузовые и туристические потоки на железнодорожном транспорте; корпоративная культура и современное маркетинговое мышление в системе управления железнодорожным транспортом.

На фотографиях представлены некоторые моменты симпозиума.

KHOMENKO

econd International Symposium on
novation & Sustainability
odern Railway Proceedings
of ISMR'2010

35
ИрГУПС
ИРКУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ

Министерство образования и науки Российской Федерации
Министерство транспорта Российской Федерации
Федеральное агентство железнодорожного транспорта

Иркутский государственный университет путей сообщения
Иркутский научный центр СО РАН
Российская инженерная академия

Современные технологии

Системный анализ

Моделирование

№3(27)
2010

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Ответственный за выпуск **В.Е. Гозбенко**

Подписано в печать 12.11.2010. Формат 60x84/8.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. Печ. л. 29.
Уч.-изд. л. 27,6. Тираж 500 экз. Заказ № 4014
Подписной индекс по каталогу «Почта России»: 64556
ISSN: 1813-9108
Журнал включен в Реферативный журнал и Базы данных ВИНИТИ.
Сведения о журнале ежегодно
Публикуются в международной справочной системе
по периодическим и продолжающимся изданиям
“Ulrich’s Periodicals Directory”

ИД №06506 от 26.12.01
Иркутский государственный университет путей сообщения
664074, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15.

Отпечатано в ООО ПО Ангарская городская типография,
г. Ангарск, ул Мира, 18.

Журнал зарегистрирован Министерством Российской Федерации по
делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций.
Свидетельство ПИ №13-0574 от 24 декабря 2003 г.
Учредитель Иркутский государственный университет путей сообщения
(664074, г. Иркутск, ул. Чернышевского, 15)

© Иркутский государственный университет путей сообщения