



9. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Slozhnonnesimmetrichnye rezhimy elektricheskikh system [Complexly asymmetric modes of electrical systems]. Irkutsk: Irkut. state un-ty Publ., 2005, 273 p.
10. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P. Metody sovmestnogo modelirovaniya sistem tyagovogo i vneshnego elektrosnabzheniya zheleznykh dorog peremennogo toka [Methods of joint modeling of traction and external power supply systems for AC railways]. Irkutsk: ISTU Publ., 2011, 170 p.
11. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Modelirovanie mnogoobmotochnykh transformatorov v faznykh koordinatakh [Modeling of multi-winding transformers in phase coordinates]. *Elektrotehnika* [Electrical engineering], 2008, No. 5, pp. 56–61.
12. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V., Avdienko I.M. Modelirovanie sistem tyagovogo elektrosnabzheniya 2x25 kV s koaksial'nymi kabelyami i transformatorami Vudbridzha [Modeling of traction power systems 2x25 kV with coaxial cables and Woodbridge transformers]. *Izv. Transsib* [Journal of Transsib Railway Studies], 2016, No. 2 (26), pp. 70–78.
13. Zakaryukin V.P., Kryukov A.V. Mul'tifunktional'nyi podkhod k modelirovaniyu elektroenergeticheskikh system [Multifunctional approach to modeling of electric power systems]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2013, No. 4(40), pp. 100–107.
14. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P. Modelirovanie sistem tyagovogo elektrosnabzheniya v faznykh koordinatakh [Modeling of traction power supply systems in phase coordinates]. *Nauchnye problemy transporta Sibiri i Dal'nego Vostoka* [Scientific problems of transport in Siberia and the Far East], 2009, No. 1, pp. 284–288
15. Kryukov A.V., Zakaryukin V.P., Astashin S.M. Modelirovanie sistem elektrosnabzheniya zheleznykh dorog peremennogo toka [Modeling of systems of power supply of railways of an alternating current]. *Problemy energetiki* [Issues of power engineering], 2008, No. 34, pp. 134–140.

Информация об авторах

Authors

Закарюкин Василий Пантелеймонович - д. т. н., профессор, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: zakar49@mail.ru

Крюков Андрей Васильевич - д. т. н., профессор, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: and_kryukov@mail.ru

Алексеенко Евгения Алексеевна - магистр техники и технологии, энергодиспетчер Иркутской дистанции электроснабжения, Восточно-Сибирская дирекция по энергообеспечению – структурное подразделение «Трансэнерго» ОАО «РЖД», г. Иркутск, e-mail: alev_ia@mail.ru

Vasily Panteleimonovich Zakaryukin – Doctor of Engineering Science, Prof., Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: zakar49@mail.ru

Andrei Vasilievich Kryukov – Doctor of Engineering Science, Prof., Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: and_kryukov@mail.ru

Yevgenia Alekseevna Alekseenko – Master's Degree of Engineering and Technology, a power dispatcher of the Irkutsk power supply station, East Siberian Directorate for Energy Supply, the structural unit of Transenergo of JSC Russian Railways, Irkutsk, e-mail: alev_ia@mail.ru

Для цитирования

For citation

Закарюкин В. П. Анализ применимости эквивалентов внешней сети определения токов короткого замыкания в автотрансформаторных системах тягового электроснабжения 2×25 кВ / В. П. Закарюкин, А. В. Крюков, Е. А. Алексеенко // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. — 2017. — Т. 56, № 4. — С. 160–167. — DOI: 10.26731/1813-9108.2017.4(56).160-167.

Zakaryukin V. P., Kryukov A. V., Alekseenko E. A. Analiz primenimosti ekvivalentov vneshnei seti dlya opredeleniya tokov korotkogo zamykaniya v avtotransformatornykh sistemakh tyagovogo elektrosnabzheniya 2×25 kV [Analysis of applicability of external network equivalents for definition of short circuit currents in 2×25 kv autotransformer traction power supply systems]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2017. Vol. 56, No. 4, pp. 160–167. DOI: 10.26731/1813-9108.2017.4(56).160-167.

УДК 629.4; 621.534; 62.752

DOI: 10.26731/1813-9108.2017.4(56).167-175

*А. И. Орленко*¹, *А. В. Елисеев*²

¹ Красноярский институт железнодорожного транспорта - филиал ИРГУПС, г. Красноярск, Российская Федерация

² Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, Российская Федерация

Дата поступления: 18 ноября 2017 г.

ОСОБЕННОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ КОЛЛЕКТОРНО-ЩЕТОЧНОГО УЗЛА ТЯГОВОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ С УЧЕТОМ ВОЗМОЖНОСТЕЙ НАРУШЕНИЯ КОНТАКТА

Аннотация. Целью предлагаемого исследования является разработка теоретических основ динамических взаимодействий между элементами контактной группы коллекторно-щеточного узла в условиях интенсивного динамического нагружения тягового двигателя электровоза. Разработаны принципы построения математической модели взаимодействия поверхности коллектора и щетки, находящихся в состояниях неустойчивающих связей. Аналитический подход развивается на основе математического аппарата теории колебаний механических систем, элементы которых участвуют в сложных формах взаи-



модействий с возможными нарушениями контактов и возникновением периодических соударений. Сформулированы условия и определены основные характеристики движения щетки с возможными отрывами от коллектора. Определены зависимости режимов нарушения контакта от динамических параметров движения поверхности коллектора. Разработан обобщенный подход к оценке контактных взаимодействий. Специфика подхода заключается в учете неударяющих связей через введение специальной обобщенной функции зазора. Использование функции зазора в критерийном пространстве форм движений позволяет охарактеризовать динамику взаимодействий элементов коллекторно-щеточного узла при расширенных представлениях о вариантах внешних воздействий. Представлены аналитические выражения характеристик процессов контактирования; приводятся результаты вычислительных экспериментов. Научная концепция динамического взаимодействия элементов коллекторно-щеточного узла построена на математических моделях, для которых предполагается возможным определение закономерностей движения контактной поверхности. В простейшем случае такие представления связаны с аппроксимацией законов движения на основе гармонических функций. Особенностью подхода является возможность учета дополнительных внешних нагрузок на двигатель, что во многих случаях оказывает влияние на процессы эффективности токоосъема.

Ключевые слова: коллекторно-щеточный узел, неударяющие связи, режимы движения, обобщенная функция зазора.

A. I. Orlenko¹, A. V. Eliseev²

¹ Krasnoyarsk Institute of Railway Transport (the branch of Irkutsk State Transport University), Krasnoyarsk, the Russian Federation

² Irkutsk State Transport University, Irkutsk, the Russian Federation

Received: November 18, 2017

PECULIAR FEATURES OF MATHEMATICAL MODELING OF ELEMENTS OF THE BRUSH-COMMUTATOR UNIT OF THE ELECTRIC TRACTION MOTOR TAKING INTO ACCOUNT POSSIBILITIES OF THE CONTACT FAILURE

Abstract. The purpose of the proposed study is to develop a theory of the dynamics of the brush-commutator unit at the intensive dynamics loading of a traction motor of an electric locomotive. The mathematical model of the surface of the commutator and brushes is subjected to “not-holding” ties. An analytical approach is developed on the basis of the mathematical apparatus of the theory of oscillations of mechanical systems. Elements of the systems are involved in complex motions with possible contact failures and collisions. The conditions of the brush detachment from the commutator are formulated. The characteristics of the modes of the brush motion with the detachment from the commutator are defined. Dependencies of the modes of the contact failure on the dynamic parameters of motion of the collector surface are determined. An approach to the assessment of contact interaction is developed. The approach is accounting for not-holding ties through the introduction of a generalized gap function. The use of the gap allows us to characterize the dynamics of the elements of the brush-commutator unit with advanced ideas about external influences. Analytical expressions of the contact are provided, and the results of computational experiments are presented in the article. The scientific concept of dynamic interaction between the elements of the brush-commutator unit is constructed using mathematical models. The determination of regularities of motion of the contact surface is assumed to be possible. The laws of motion are approximated using harmonic functions. The possibility of including additional external loads on the engine is the main feature of the approach.

Keywords: a commutator-brush unit, “not-holding” ties, modes of motion, a generalized gap function.

Введение

В задачах обеспечения безопасности эксплуатации подвижного состава вопросы повышения надежности работы тягового электродвигателя (ТЭД) электровоза занимают ключевые позиции, что нашло отражение во внимании, которое уделяется динамике коллекторно-щеточного узла (КЩУ) и устойчивости процессов токоосъема [1-5].

Эффективность работы тяговых двигателей зависит от динамических особенностей колебательных процессов электрической и механической природы [6-9]. Существенное значение для контактных взаимодействий элементов коллекторно-щеточного узла (КЩУ) имеют микронеровности поверхности коллектора, техническое состояние щеткодержателей, внешние и внутренние динамические нагрузки [10, 11].

Особенности динамических связей коллекторно-щеточного узла с динамикой корпуса тягового двигателя, находящегося в условиях интенсивного вибрационного нагружения, также оказывают суще-

ственное влияние на качество коммутации [5, 10]. В тяговых двигателях электровозов расположение щеточных узлов имеет пространственную конфигурацию и разнесено по окружности коллектора, что также требует внимания к особенностям построения математических моделей.

Различия условий контактирования элементов коллекторно-щеточных узлов отражаются в особенностях настройки дополнительных полюсов тяговых двигателей [12]. Уточненная расчетная схема тягового двигателя отражает специфику вертикального движения щеток во взаимодействии коллектора при наличии неударяющих связей и проявлении роста интенсивности динамического нагружения КЩУ.

Особенности влияния неударяющих связей, рассматриваемых как динамический эффект, нашли отражение в работах по теории вибрационного взаимодействия элементов систем в приложениях к технологическим и транспортным техническим объектам [13-15].



В ряде работ по динамике вибрационных технологических машин для моделирования особенностей взаимодействия материальной точки с вибрирующей поверхностью с учетом неустойчивых связей использовались отдельные аспекты аналитических подходов с применением понятия зазора [13-16].

Вместе с тем представления об особенностях динамики элементов вибрационных технологических машин с учетом неустойчивых связей ещё не получили должной степени детализации, которая могла бы сделать математические модели в задачах динамики КЦУ тяговых двигателей более адекватными.

В предлагаемой статье рассматривается подход к определению детализированных характеристик и форм взаимодействия элементов КЦУ на основе математической модели, учитывающей неустойчивые связи с помощью функции зазора.

Основные положения. Постановка задачи исследования

Расчетная схема для определения условий взаимодействия щетки и коллектора с учетом ряда упрощений и допущений [15] может быть представлена материальной точкой, находящейся на вибрирующей поверхности (рис 1, а, б). Полагается, что характеристики формы колебаний поверхности определяются особенностями вращения коллектора с учетом неровностей и отклонений от цилиндрической формы, вызванных, в том числе, с учетом вибрационного нагружения от движения корпуса тягового двигателя.

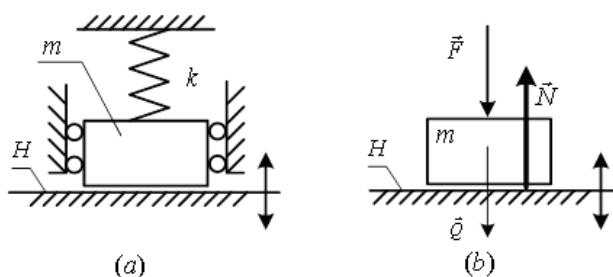


Рис. 1. Фаза контакта щетки с коллектором: а) – принципиальная, б) – расчетная схема

Периодизация контактирования между щеткой и коллектором в рамках схемы «материальная точка - вибрирующая поверхность» может быть представлена фазовыми состояниями, последовательно проходными щеткой, в процессе взаимодействия с поверхностью коллектора, начиная с пролеживания и заканчивая падением на коллектор. Под фазой пролеживания понимается состояние с положительной реакцией в контакте. Под граничным фазовым состоянием взаимодействия

понимается также состояние с нулевой контактной реакцией и нулевым зазором. Переход в фазу отрыва или подлета сопровождается нарушением контакта в смысле появления положительного расстояния между щеткой и поверхностью коллектора. Под фазой восстановления контакта понимается неупругий удар щетки о коллектор, в предположении, что в момент падения на поверхность щетка мгновенно принимает скорость движения поверхности коллектора [16, 17].

В соответствии с представленными фазами на рис. 1 изображены схемы в состояниях пролеживания или граничного контакта щетки m на поверхности коллектора H . В общем случае на щетку действуют вес Q и некоторая дополнительная сила F (сила, действующая со стороны прижимного устройства, а также и другие силы, вызываемые движениями корпуса ТЭД). На предварительном этапе исследования рассматривается упрощенная схема нагружения щетки. Закон движения поверхности определяется формой гармонического вертикального колебания $H(t) = A \sin(\omega t)$.

При некоторых значениях амплитудно-частотных параметров щетка приобретает возможность отрыва от поверхности коллектора с формированием свободного подлета с последующим восстановлением контакта; при этом могут возникать устойчивые, определяемые сочетанием параметров и отражающие свойства периодичности, режимы с отрывом щетки от коллектора [15].

Задача исследования заключается в определении характеристик режимов контактирования с зазором пары «щетка - коллектор» в зависимости от амплитудно-частотных параметров, отражающих вибрационное воздействие поверхности коллектора на вертикальные колебания щетки.

Математическая модель взаимодействия щетки с коллектором. Введение функции зазора

Построение математической модели с учетом неустойчивых связей с использованием функции зазора детально представлено в работе [15].

Для определения интервалов отрыва в каждый момент времени t_0 рассматривается форма движения щетки $X_H(t, t_0)$, которая определяется начальными условиями принудительного контакта с поверхностью коллектора. Обобщенная форма $X_H(t, t_0)$ движения щетки в фазе подлета может быть найдена из системы дифференциальных уравнений:



$$\begin{cases} \frac{\partial^2 X_H(t, t_0)}{\partial t^2} = -g, t \geq t_0 \\ \left. \frac{\partial X_H(t, t_0)}{\partial t} \right|_{t=t_0} = \omega A \cos(\omega t_0) \\ X_H(t, t_0)|_{t=t_0} = A \sin(\omega t_0), \end{cases} \quad (1)$$

где A , ω - амплитуда и частота колебания поверхности; t_0 - момент времени принудительного контакта щетки и коллектора. Решение системы уравнений (1) в области $t \geq t_0$ отражает тот факт, что в момент t_0 смещения $A \sin(\omega t_0)$ и скорости $\omega A \cos(\omega t_0)$ щетки и коллектора совпадают. В результате для каждого фиксированного момента t_0 обобщенная форма $X_H(t, t_0)$ движения щетки с отрывом, рассматриваемая в зависимости от времени t , представляет собой автономное движение, определенное динамическим состоянием поверхности коллектора в момент времени t_0 . Если t_0 является моментом отрыва щетки от коллектора, то на ненулевом временном интервале, начиная с момента t_0 , обобщенная форма $X_H(t, t_0)$ движения щетки будет выше поверхности коллектора $H(t)$. Если обобщенная форма движения $X_H(t, t_0)$ щетки находится ниже поверхности коллектора $H(t)$, то можно полагать, что момент t_0 является моментом пролеживания щетки и отрыв не происходит. Для каждого t_0 на интервале (t_0, ∞) можно формально рассмотреть обобщенную форму $X_H(t, t_0)$ и определить, является точка t_0 точкой отрыва или точкой пролеживания. В общем случае соотнесение каждого момента времени контактирования щетки с состоянием отрыва или пролеживания может быть реализовано на основе использования критерия, позволяющего сформулировать необходимые и достаточные условия контакта-отрыва в виде систем условий на параметры форм движения щетки и коллектора.

Для определения момента отрыва щетки от коллектора может быть использован предложенный в работе [15] дифференциальный критерий отрыва с использованием функции зазора:

$$R_H(t, t_0) = X_H(t, t_0) - H(t), \quad (2)$$

где $R_H(t, t_0)$ - обобщенная функция зазора, представляющая разность между $X_H(t, t_0)$ - обобщенной формой движения щетки с отрывом и $H(t)$ - формой движения поверхности коллектора. Положительность обобщенной функции зазора после момента нарушения контакта щетки с коллекто-

ром может выступать критерием нарушения контакта.

Для гармонического колебания поверхности коллектора необходимое и достаточное условие отрыва щетки в фиксированной точке t_0 равнозначны, в первом случае, системе $R_H(t, t_0) = 0$,

$$\left. \frac{\partial R_H(t, t_0)}{\partial t} \right|_{t=t_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 R_H(t, t_0)}{\partial t^2} \right|_{t=t_0} > 0$$

условий отрыва второго порядка и, во втором случае, системе

$$R_H(t, t_0) = 0, \quad \left. \frac{\partial R_H(t, t_0)}{\partial t} \right|_{t=t_0} = 0, \quad \left. \frac{\partial^2 R_H(t, t_0)}{\partial t^2} \right|_{t=t_0} = 0,$$

$$\left. \frac{\partial^3 R_H(t, t_0)}{\partial t^3} \right|_{t=t_0} > 0,$$

характеризующей отрыв третьего порядка. Представленные условия отрыва второго и третьего порядка отражают взаимодействия различных типов, допускаемые в рамках сформулированных положений рассматриваемой математической модели.

Ключевые характеристики контактирования щетки с поверхностью коллектора, отражающие особенности нарушения контакта, как фаза, величина и длительность зазора, могут быть определены для точек отрыва произвольного порядка.

Наравне с характеристиками локального взаимодействия щетки с коллектором, интерес представляют режимы периодического нарушения контакта - режимы в одно касание, когда создаются условия минимизации длительности контакта щетки с поверхностью коллектора. Примерами таких режимов могут быть так называемые кратные режимы контактирования, когда период формы автономного движения щетки без контакта с коллектором находится в кратном отношении с периодом колебания поверхности коллектора [17, 18].

Основные характеристики отрыва щетки от коллектора

В качестве основных характеристик отрыва щетки могут выступать показатели формы движения щетки в интервале движения без контакта с коллектором. В табл. 1 представлены основные показатели отрыва: оценка длительности отрыва, когда, фактически, оценивается длительность промежутка времени нахождения щетки выше величины амплитуды колебания поверхности коллектора; фаза отрыва; момент и уровень отрыва; высота подлета; динамический показатель подлета.



Основные показатели отрыва

Характеристика отрыва \ Порядок отрыва	Отрыв в точке второго порядка	Отрыв в точке третьего порядка
Длительность полета, T	$T \in [T_1, T_2]$ $T_1 = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{A\omega^2}{g}\right)^2 - 1} + \frac{A\omega}{g} - \frac{1}{\omega};$ $T_2 = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{A\omega^2}{g}\right)^2 - 1} + \frac{A\omega}{g} + \frac{1}{\omega}$	-
Фаза отрыва	$\varphi_\tau = \frac{\pi}{2} + \tau\left(\frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{g}{A\omega^2}\right)\right), \tau \in (-1, 1)$	$\varphi_0 = \arcsin\left(\frac{g}{A\omega^2}\right), \frac{g}{A\omega^2} < 1$
Момент времени отрыва	$t_\tau = \frac{\pi}{2\omega} + \tau\left(\frac{\pi}{2\omega} - \frac{\arcsin\left(\frac{g}{A\omega^2}\right)}{\omega}\right), \tau \in (-1, 1)$	$t_0 = \frac{\arcsin\left(\frac{g}{A\omega^2}\right)}{\omega}$
Уровень отрыва, $S(t_\tau), S(t_0)$	$S(t_\tau) = A \cos\left(-\tau\frac{\pi}{2} + \tau \arcsin\left(\frac{g}{A\omega^2}\right)\right), \tau \in (-1, 1)$	$S(t_0) = \frac{g}{\omega^2}$
Высота подлета, $S_{\max}(t_\tau), S_{\max}(t_0)$	$\begin{cases} A \sin(\omega t_\tau) + \frac{(A\omega \cos(\omega t_\tau))^2}{2g}, \tau \in (-1, 0) \\ A \sin(\omega t_\tau), \tau \in [0, 1) \end{cases}$	$\frac{g}{2\omega^2} + \frac{A^2\omega^2}{2g}$
Динамический показатель подбрасывания, $D = \frac{S_{\max}}{A}$	$\sin(\omega t_\tau) + \frac{A}{2g} (\omega \cos(\omega t_\tau))^2$	$\frac{g}{2A\omega^2} + \frac{A\omega^2}{2g}$

На рис. 2 представлена 1 – форма движения щетки, которая отрывается от 2 – графика движения поверхности коллектора.

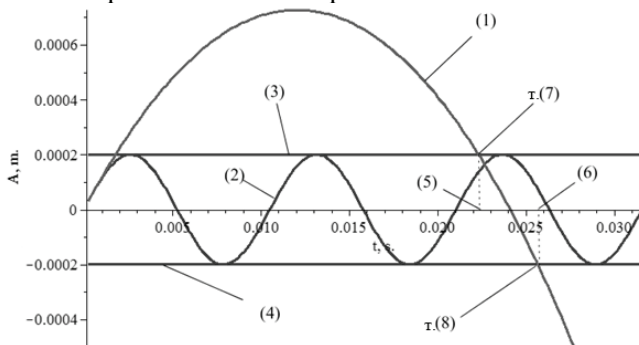


Рис. 2. Пересечение уровней колебания поверхности: $A = 0,0002$ м, $\omega = 95$ Гц, 5 и 6 – моменты времени t_2^{\min}, t_2^{\max} пересечения формой 1 критических уровней 3 и 4 поверхности колебания 2 в точках 7, 8

Таким образом, исследование отрыва щетки сводится к исследованию семейства форм движения, которые определяются поверхностью колебания коллектора. Полученный дифференциальный критерий отрыва определяет необходимые и достаточные условия отрыва щетки от коллектора, а

так же позволяет классифицировать множество точек отрыва. Отрыв с предварительным пролеживанием возможен только из точек отрыва третьего порядка, то есть из точек с реакцией опоры, равной нулю.

Характеристики движения с отрывом; условия реализации режимов в одно касание

Процесс возникшего подбрасывания имеет свойства, которые определяются как начальным состоянием щетки, так и параметрами колебания поверхности.

В работе [15] нашли отражение результаты исследований по определению типов возможных режимов и сформулированы условия реализации таких режимов, оценены зависимости основных характеристик от параметров колебания поверхности, рассмотрены взаимосвязи между режимами с отрывом из точек второго и третьего порядков.

Режим подбрасывания в одно касание определяется значениями параметров поверхности колебания, при которых фаза колебания в момент отрыва t_0 равна фазе в момент падения t_1 . Усло-



вие реализации режима k -й кратности может быть представлено в виде:

$$X(t)|_{t=t_0} = X(t)|_{t_1=t_0+\frac{2\pi k}{\omega}} \quad (3)$$

На рис. 3 представлена характерная траектория 2 перелета через два периода при отрыве от поверхности колебания 1 на уровне 3.

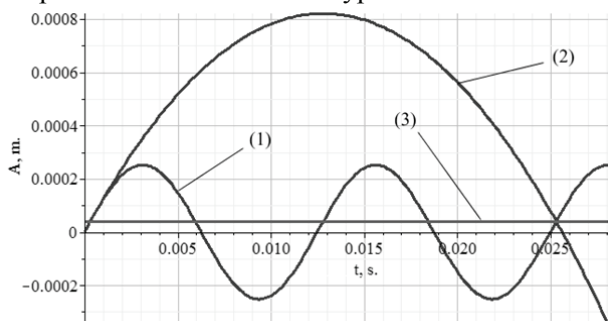


Рис. 3. Характерная траектория перелета через 2 периода

Характеристики реализации режимов кратного подбрасывания определяются исходя из дифференциальных условий отрыва щетки.

В табл. 2 представлены основные характеристики режимов с кратным подбрасыванием из точек отрыва второго и третьего порядка.

В частности, при фиксированной амплитуде и частоте колебания поверхности, если существует режим с кратным подбрасыванием, то существует только единственная кратность режима с отрывом в точке третьего порядка. При отрыве из точек второго порядка при фиксированной амплитуде и частоте возможна реализация нескольких режимов с разными кратностями.

На рис. 4 изображены кривые, которые определяют области параметров системы с перебрасыванием через заданное количество периодов. По оси ординат отложено значение частоты колебаний ω поверхности. По оси абсцисс отложена амплитуда колебаний поверхности A .

Каждая из кривых представляет собой множество параметров системы, которые для некоторого значения k удовлетворяют условию реализации кратного режима с отрывом в точке второго порядка:

Т а б л и ц а 2

Основные показатели кратных режимов

Характеристика отрыва \ Порядок отрыва	Отрыв в точке второго порядка	Отрыв в точке третьего порядка
Кратность режима	$k \in \{1..K\} \cap N$, где $K = \max \left\{ k \in N \mid k \leq \frac{1}{\pi} \sqrt{\left(\frac{A\omega^2}{g} \right)^2 - 1} \right\}$	$k \in N$
Условия реализации	$\frac{g}{A\omega^2} < \frac{1}{\sqrt{1 + \pi^2 k^2}}$	$\frac{g}{A\omega^2} = \frac{1}{\sqrt{1 + \pi^2 k^2}}$
Фаза отрыва	$\varphi_{0k} = \arccos\left(\frac{\pi k g}{A\omega^2}\right)$	$\varphi_{0k} = \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{1 + \pi^2 k^2}}\right)$
Момент времени отрыва	$t_{0k} = \frac{\arccos\left(\frac{\pi k g}{A\omega^2}\right)}{\omega}$	$t_{0k} = \frac{\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{1 + \pi^2 k^2}}\right)}{\omega}$
Выражение траектории отрыва	$S_k = \sqrt{A^2 - \left(\frac{\pi k g}{\omega^2}\right)^2} + \frac{\pi k g}{\omega} (t - t_{0k}) - \frac{1}{2} g (t - t_{0k})^2$ $k \in \{1..K\} \cap N$.	$S_k(t) = \frac{g}{\omega^2} + \frac{\pi k g}{\omega} (t - t_{0k}) - \frac{1}{2} g (t - t_{0k})^2$
Высота подлета	$S_{\max,k} = A \sqrt{1 - \left(\frac{\pi k g}{A\omega^2}\right)^2} + \frac{g}{2} \left(\frac{\pi k}{\omega}\right)^2$	$S_{k,\max} = \frac{g}{\omega^2} \left(1 + \frac{\pi^2 k^2}{2}\right)$
Динамический показатель подбрасывания, $D = \frac{S_{\max}}{A}$	$D_k = \frac{g}{A\omega^2} \frac{\pi^2 k^2}{2} + \sqrt{1 - \left(\frac{\pi k g}{A\omega^2}\right)^2}, \omega \geq \sqrt{\frac{\pi k g}{A}}$	$D_k = \frac{2 + \pi^2 k^2}{2\sqrt{1 + \pi^2 k^2}}$

$$\frac{A\omega^2}{g} > \sqrt{1 + \pi^2 k^2}$$

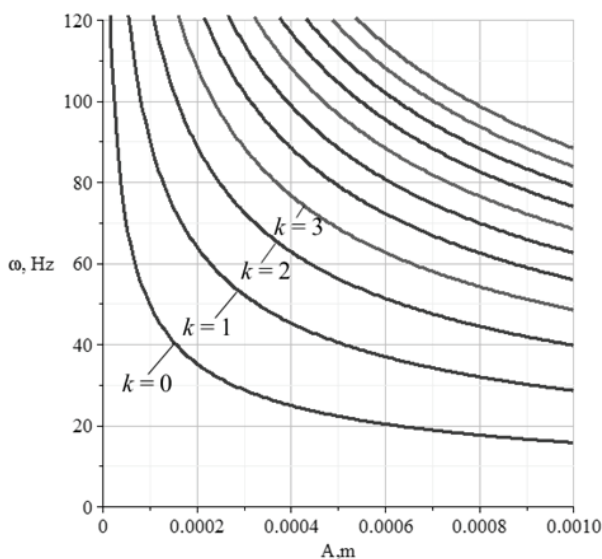


Рис. 4. Области отрыва с перелетом через целое количество периодов: кривая ($k = 0$) – граница области отрыва, кривая ($k = 1$) определяет область

параметров системы $\frac{A\omega^2}{g} > \sqrt{1 + \pi^2 k^2}$

На рис. 5 представлена первая четверть формы колебания с точками отрыва второго и третьего порядка. Амплитуда и частота колебания поверхности составляют $A = 0,0002$ м, $\omega = 120$ Гц, прямая 2 – уровень отрыва из d - точки третьего порядка, уровни $k = 1, k = 2, k = 3$ при пересечении с 1 – поверхностью колебания определяют точки отрыва второго порядка, обозначенные соответственно a, b, c ; a – точка отрыва с перелетом через один период, b – точка отрыва с перелетом через два периода, c – точка отрыва с перелетом через три периода.

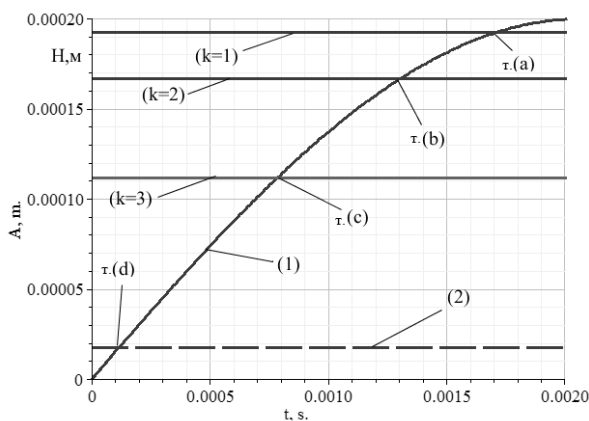


Рис. 5. Уровни отрыва из точки третьего порядка и точек второго порядка с кратным подбрасыванием

На рис. 6 представлены три траектории отрыва от поверхности колебания с амплитудой $A = 0,0002$ м. и частотой $\omega = 110$ Гц. Для формы k_1

(4) происходит перелет щетки через один период, для k_2 , через два периода, для форма k_3 – через три.

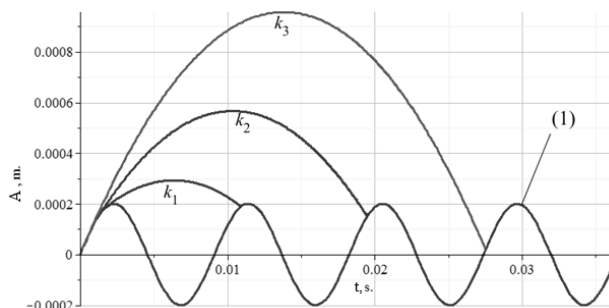


Рис. 6. Набор форм движения режима с подбрасыванием для точек отрыва второго порядка для гармонического колебания (1)

На рис. 7 представлены показатели динамических коэффициентов (в виде отношения высоты полета к амплитуде колебаний поверхности) в зависимости от частоты при фиксированной амплитуде колебаний.

Из графиков динамических коэффициентов (рис. 7, $k = 1 \div 6$) видно, что с ростом частоты количество режимов с «перебрасыванием» щетки хотя бы через один период растет.

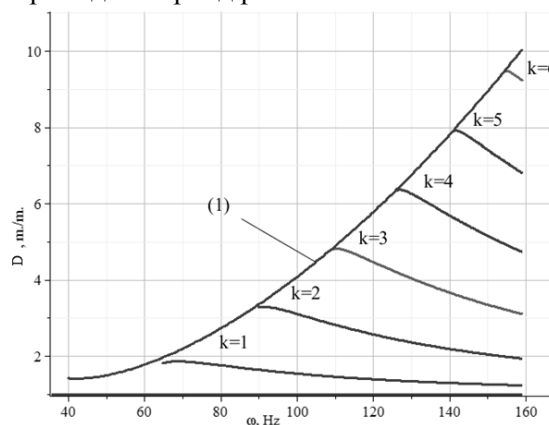


Рис. 7. Динамический коэффициент при реализации отрыва второго порядка

С другой стороны, с ростом амплитуды динамический коэффициент режима подбрасывания через фиксированное число периодов стремится к единице. Амплитуда составляет величину

$$A = 0,0002 \text{ м, } \omega_k > \omega_{ok} = \sqrt{\frac{g}{A_0} \sqrt{1 + k^2 \pi^2}}$$

представлен график динамического коэффициента, равного отношению высоты подлета к амплитуде колебания, $k = 1$ – график динамического коэффициента для режима кратности 1, $k = 2$ – график динамического коэффициента для режима кратности 2, ..., $k = 6$ – график коэффициента динамичности для режима кратности 6.



Тем самым установлены существенные различия между режимами с отрывом из точек второго и третьего порядка, идентифицирующие порядок отрыва как динамический фактор.

Заключение

На основании проведенных исследований можно сделать ряд выводов:

1. Авторами разработана новая математическая модель взаимодействия элементов коллекторно-щеточного узла, которая позволяет учитывать возможности нарушения контакта в сложных формах взаимодействия щетки с коллектором.

2. Предложена периодизация контактного взаимодействия, представленная различными фазовыми состояниями: фазой пролеживания, гра-

ничным состоянием контакта, фазой отрыва, фазой соударения с поверхностью.

3. Введено новое понятие в виде обобщенной функции зазора, которая предопределяет детализацию представлений о различных формах нарушения контакта, условно обозначенных вторым и третьим порядком отрыва щетки от коллектора. В этом плане введение понятий обобщенной функции зазора для оценки форм является развитием ряда идей, затронутых в работах проф. д. т. н. В. В. Харламова.

4. На основе предложенного подхода авторами получены аналитические условия определения форм контактного взаимодействия, в частности, режимов непрерывного подбрасывания, кратных режимов и др.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Повышение качества токосъема в контакте «щетка-коллектор» тягового электродвигателя электровоза 2ЭС6 / С.Г. Шантаренко и др. // Омск. науч. вестн. 2016. № 5 (149). С. 77–80.
2. Авилов В. Д. Оптимизация коммутационного процесса в коллекторных электрических машинах постоянного тока. Омск, 2013. 356 с.
3. Харламов В.В. Методы и средства диагностирования технического состояния коллекторно-щеточного узла тяговых электродвигателей и других коллекторных машин постоянного тока. Омск : Изд-во ОиГУПС, 2002. С. 196–198.
4. Орленко А.И., Петров М.Н., Терегулов О.А. Комплексная диагностика тягового электродвигателя электровоза. Красноярск, 2016. 218 с.
5. Орленко А.И., Петров М.Н., Терегулов О.А. Исследование повреждений подвижного состава железной дороги Сибирского региона. Красноярск, 2016. 198 с.
6. Clarence W. de Silva. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C. : CRC Press, 2000. 957 p.
7. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection, Springer International Publishing, Switzerland, 2016. p. 708.
8. Harris C.M., Crede C.E. Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw-Hill Book Co, 2002. 1457 p.
9. Rocard Y. General Dynamics of Vibrations. Paris : Masson, 1949. 458 p.
10. Влияние динамического взаимодействия железнодорожного пути и локомотива на качество функционирования тягового электродвигателя / В.Д. Авилов и др. // Ресурсосберегающие технологии на железнодорожном транспорте : материалы Всерос. науч.-техн. конф. с междунар. участ. М. : УМЦ ЖДТ, 2005. С. 433–438.
11. Перспектива повышения качества работы коллекторно-щеточного узла машин постоянного тока / В.Д. Авилов и др. // Исследование процессов взаимодействия объектов железнодорожного транспорта с окружающей средой. Омск, 1997. С. 55–61.
12. Харламов В.В., Безбородов Ю.Я., Козлов В.Н. Диагностика состояния коллекторно-щеточного узла машин постоянного тока Коммутация в тяговых электродвигателях // Коммутация в тяговых электродвигателях и других коллекторных машинах : межвуз. темат. сб. науч. тр. Омск, 1985. С. 44–47.
13. Блехман И.И. Теория вибрационных процессов и устройств. Вибрационная механика и вибрационная техника СПб. : ИД «Руда и Металлы», 2013. 640 с.
14. Пановко Г.Я. Динамика вибрационных технологических процессов. М.-Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных технологий, 2006. 176 с.
15. Елисеев А.В., Сельвинский В.В., Елисеев С.В. Динамика вибрационных взаимодействий элементов технологических систем с учетом неустойчивающих связей. Новосибирск : Наука, 2015. 332 с.
16. Елисеев С.В., Лоткин О.И. Условия существования и нарушения контакта для систем с неустойчивающими связями // Труды ОМИИТа. 1966. Вып. 69. С. 93–99.
17. Оптимальная коммутация машин переменного тока / М.Ф. Карасев и др. Иркутск : Изд-во ИрГУПС, 1967. 180 с.
18. Елисеев С.В., Марков К.К. Некоторые вопросы динамики колебательного процесса при неустойчивающих связях // Механика и процессы управления. Иркутск : ИПИ, 1971. С. 71–83.

REFERENCES

1. Shantarenko S.G. et al. Povyshenie kachestva tokos"ema v kontakte «shchetka-kollektor» tyagovogo elektrodvigatelya elektrovoza 2ES6 [Improving the quality of the current collector in the contact "brush-commutator" of the traction electric motor of the electric locomotive 2ES6]. *Omsk. nauch. vestn [Omsk scientific bulletin]*, 2016, No. 5 (149), pp. 77–80.
2. Avilov V. D. Optimizatsiya kommutatsionnogo protsesssa v kollektornykh elektricheskikh mashinakh postoyannogo toka [Optimization of the switching process in DC commutator electric machines]. Омск, 2013, 356 p.
3. Kharlamov V.V. Metody i sredstva diagnostirovaniya tekhnicheskogo sostoyaniya kollektorno-shchetchnogo uzla tyagovykh elektrodvigatelei i drugikh kollektornykh mashin postoyannogo toka [Methods and means of diagnosing the technical state of the



- commutator-brush assembly of traction electro-motors and other DC-type commutator machines]. Omsk: ISTU Publ., 2002, pp. 196–198.
4. Orlenko A.I., Petrov M.N., Teregulov O.A. Kompleksnaya diagnostika tyagovogo elektrodvigatelya elektrovoza [Complex diagnostics of electric locomotive traction motor]. Krasnoyarsk, 2016, 218 p.
 5. Orlenko A.I., Petrov M.N., Teregulov O.A. Issledovanie povrezhdenii podvizhnogo sostava zheleznoi dorogi Sibirskogo regiona [Investigating damage of rolling stock in the railway of the Siberian region]. Krasnoyarsk, 2016, 198 p.
 6. De Silva, C. W. Vibration. Fundamentals and Practice. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C. : CRC Press, 2000, 957 p.
 7. Karnovsky I.A., Lebed E. Theory of Vibration Protection, Springer International Publishing, Switzerland, 2016, 708 p.
 8. Harris S.M., Srede C.E. Shock and Vibration Handbook. New York: McGraw-Hill Book So, 2002, 1457 p.
 9. Rocard Y. General Dynamics of Vibrations. Paris: Masson, 1949, 458 p.
 10. Avilov V.D. et al. Vliyanie dinamicheskogo vzaimodeistviya zheleznodorozhnogo puti i lokomotiva na kachestvo funktsionirovaniya tyagovogo elektrodvigatelya [The influence of the dynamic interaction of the railway track and the locomotive on the quality of the traction motor functioning]. Resursosberegayushchie tekhnologii na zheleznodorozhnom transporte : materialy Vseros. nauch.-tekhn. konf. s mezhdunar. uchast [Resource-saving technologies in railway transport: materials of All-Russian scientific techn. conf. with intern. participants]. Moscow: Educational methodological center for education at rail transport, 2005, pp. 433–438.
 11. Avilov V.D. et al. Perspektiva povysheniya kachestva raboty kollektorno-shchetochного узла mashin postoyannogo toka [Prospect of improving the quality of the commutator-brush unit of DC machines]. Issledovanie protsessov vzaimodeistviya ob"ektov zheleznodorozhnogo transporta s okruzhayushchei sredoi [Investigation of the processes of interaction between railway transport facilities and the environment]. Omsk, 1997, pp. 55–61.
 12. Kharlamov V.V., Bezborodov Yu.Ya., Kozlov V.N. Diagnostika sostoyaniya kollektorno-shchetochного узла mashin postoyannogo toka. Kommutatsiya v tyagovykh elektrodvigatelyakh [Diagnostics of the state of the commutator-brush unit of DC machines. Switching in traction motors]. Kommutatsiya v tyagovykh elektrodvigatelyakh i drugikh kollektornykh mashinakh : mezhvuz. temat. sb. nauch. tr. [Switching in traction motors and other collector machines: interuniversity themat. collect. of sci. papers]. Omsk, 1985, pp. 44–47.
 13. Blekhman I.I. Teoriya vibratsionnykh protsessov i ustroystv. Vibratsionnaya mekhanika i vibratsionnaya tekhnika [Theory of vibration processes and devices. Vibration mechanics and vibration technology]. St. Petersburg: ID "Ruda i Metally" Publ., 2013, 640 p.
 14. Panovko G.Ya. Dinamika vibratsionnykh tekhnologicheskikh protsessov [Dynamics of vibrational technological processes]. Moscow-Izhevsk: SRC "Regular and chaotic dynamics", Institute of Computer Technologies Publ., 2006, 176 p.
 15. Eliseev A.V., Sel'vinskii V.V., Eliseev S.V. Dinamika vibratsionnykh vzaimodeistvii elementov tekhnologicheskikh sistem s uchetom neuderzhivayushchikh svyazei [Dynamics of vibrational interactions of elements of technological systems taking into consideration unilateral constraints]. Novosibirsk: Nauka Publ., 2015, 332 p.
 16. Eliseev S.V., Lotkin O.I. Usloviya sushchestvovaniya i narusheniya kontakta dlya sistem s neuderzhivayushchimi svyazyami [Conditions of existence and violation of contact for systems with unilateral constraints]. Trudy OMIITa [Works of Omsk Institute of Railway Transport Engineers], 1966, Issue 69, pp. 93–99.
 17. Karasev M.F. et al. Optimal'naya kommutatsiya mashin peremennogo toka [Optimal commutation of alternating current machines]. Irkutsk: ISTU Publ., 1967, 180 p.
 18. Eliseev S.V., Markov K.K. Nekotorye voprosy dinamiki kolebatel'nogo protsessa pri neuderzhivayushchikh svyazyakh [Some questions of the dynamics of the oscillatory process with unilateral constraints]. Mekhanika i protsessy upravleniya [Mechanics and Control processes], Irkutsk: IPI Publ., 1971, pp. 71–83.

Информация об авторах

Орленко Алексей Иванович - к. т. н., доцент, директор КриЖТ ИрГУПС, Красноярский институт железнодорожного транспорта - филиал ИрГУПС, г. Красноярск, e-mail: Orlenko_AI@krsk.irgups.ru

Елисеев Андрей Владимирович - к. т. н., старший научный сотрудник НОЦ СТСAnM ИрГУПС, Иркутский государственный университет путей сообщения, г. Иркутск, e-mail: eavsh@ya.ru

Authors

Alexey Ivanovich Orlenko – Ph.D. in Engineering Science, Assoc. Prof., Director of the Krasnoyarsk Institute of Railway Transport, Krasnoyarsk Institute of Railway Transport (the branch of Irkutsk State Transport University), Krasnoyarsk, e-mail: Orlenko_AI@krsk.irgups.ru

Andrey Vladimirovich Eliseev – Ph.D. in Engineering Science, Senior Researcher, REC of Modern Technologies, System Analysis and Modeling of ISTU, Irkutsk State Transport University, Irkutsk, e-mail: eavsh@ya.ru

Для цитирования

Орленко А. И. Особенности математического моделирования движения элементов коллекторно-щеточного узла тягового электродвигателя с учетом возможностей нарушения контакта / А. И. Орленко, А. В. Елисеев // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. — 2017. — Т. 56, № 4. — С. 167–175. — DOI: 10.26731/1813-9108.2017.4(56).167-175.

For citation

Orlenko A. I., Eliseev A. V. Osobennosti matematicheskogo modelirovaniya dvizheniya elementov kollektorno-shchetochного узла tyagovogo elektrodvigatelya s uchetom vozmozhnostei narusheniya kontakta [Peculiar features of mathematical modeling of elements of the brush-commutator unit of the electric traction motor taking into account possibilities of the contact failure]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [Modern Technologies. System Analysis. Modeling], 2017. Vol. 56, No. 4, pp. 167–175. DOI: 10.26731/1813-9108.2017.4(56).167-175.