stress field]. Sovremennye tekhnologii. *Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [*Modern Technologies. System Analysis. Modeling*], 2014, No. 3 (43), pp. 42–47.

15. Aistov I.P. et al. Uchet vliyaniya plasticheskikh deformatsii na skorost' rosta neskvoznykh ustalostnykh treshchin v konstruktivnykh elementakh neftekhimicheskogo i kompressornogo oborudovaniya [Taking into consideration the effect of plastic deformations on the growth rate of non-penetrative fatigue cracks in structural elements of petrochemical and compressor equipment]. *Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [*Modern Technologies. System Analysis. Modeling*], 2016, No. 2 (50), pp. 42–48.

Информация об авторах

Вансович Константин Александрович - к. т. н., доцент кафедры «Нефтегазовое дело», Омский государственный технический университет, г. Омск, e-mail: vansovichka@mail.ru

Аистов Игорь Петрович - д. т. н., профессор кафедры «Промышленная экология и безопасность», Омский государственный технический университет, г. Омск, e-mail: aistov_i@mail.ru

Authors

Konstantin Aleksandrovich Vansovich – Ph.D. in Engineering Science, Associate Professor, the Subdepartment of Oil and Gas Engineering, Omsk State Technical University, Omsk, e-mail: vansovichka@mail.ru

Igor Petrovich Aistov – Doctor of Engineering Science, Professor, the Subdepartment of Industrial Ecology and Security, Omsk State Technical University, Omsk, e-mail: aistov_i@mail.ru

Для цитирования

Вансович К. А. Анализ трехмерного напряженного состояния в вершине поверхностных усталостных трещин / К. А. Вансович, И. П. Аистов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование - 2017. - Т. 56, № 4. — С. 27–33. - DOI: 10.26731/1813-9108.2017.4(56).27-33.

For citation

Vansovich K.A., Aistov I.P. Analiz trekhmernogo napryazhennogo sostoyaniya v vershine poverkhnostnykh ustalostnykh treshchin [The analysis of three-dimensional stress condition at the top of the sur-face fatigue cracks]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [Modern technologies. System analysis. Modeling], 2017. Vol. 56, No. 4, pp. 27–33, DOI: 10.26731/1813-9108.2017.4(56) .27-33.

***УДК** 62-501.12* ***DOI:** 10.26731/1813-9108.2017.4(56).33-40*

Ю. И. Огородников

Институт динамики систем и теории управления СО РАН, г. Иркутск, Российская Федерация
***Дата поступления:** 10 октября 2017 г.*

ЗАДАЧА ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛЯЕМЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ КАК ПРОБЛЕМА МОМЕНТОВ

Аннотация. *Проблема идентификации – одна из фундаментальных задач теории автоматического управления. Это обусловлено тем, что действительные значения параметров элементов технических систем всегда отличаются от расчетных, принятых при проектировании, в силу действия целого ряда факторов. Вследствие этого, эффективность разработанной системы управления управляемого объекта в значительной степени зависит от точности процесса параметрической идентификации модели объекта. В данной статье предложен новый алгоритм поиска значений идентифицируемых параметров управляемых динамических моделей, представляющих собой систему нелинейных нестационарных обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальной форме Коши. Осуществлена программная реализация алгоритма параметрической идентификации на основе математического аппарата проблемы моментов. С целью проверки работоспособности предложенного алгоритма проведено исследование процесса параметрической идентификации нелинейной нестационарной управляемой динамической модели второго порядка. Проведённый численный эксперимент показал, что предложенный алгоритм работоспособен и даёт весьма точные оценки идентифицируемых стационарных и нестационарных параметров нелинейных управляемых динамических моделей.*

Ключевые слова: *модели управляемых динамических систем, параметрическая идентификация, проблема моментов.*

Yu. I. Ogorodnikov

Institute for System Dynamics and Control Theory of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Irkutsk, the Russian Federation
***Received**: October 10, 2017*

THE PROBLEM OF THE PARAMETRIC IDENTIFICATION OF MODELS OF CONTROLLABLE DYNAMIC SYSTEMS AS A PROBLEM OF MOMENTS

Abstract. *An identification problem is one of the fundamental ones in the automatic control theory. This is because the actual values of the parameters of technical systems' elements always differ from the calculated ones adopted in the design due to a number of* *factors. Therefore, efficiency of the developed control system for the controllable object greatly depends on the accuracy of the process of parametric identification of the object's model. In this article a new algorithm for searching the values of identifiable parameters of controllable dynamic models representing themselves as a system of nonlinear non-stationary ordinary differential equations of the normal Cauchy form has been proposed. A software-based algorithm for the parametric identification has been implemented using the mathematical apparatus of the problem of moments. To verify the efficiency of the proposed algorithm, the process of parametric identification of a nonlinear non-stationary controllable dynamic model of the second order has been studied. Numerical experiment has shown that the proposed algorithm is efficient and allows very accurate estimations of identifiable stationary and non-stationary parameters of nonlinear models of controllable dynamic systems.*

Keywords: *models of controllable dynamic systems, a parametric identification, a problem of moments.*

Введение

Действительные значения параметров элементов технических систем всегда отличаются от номинальных (расчетных, принятых при проектировании). Такие отклонения обусловлены действием целого ряда факторов. Эти факторы обычно разделяют на производственные и эксплуатационные. К производственным (или технологическим) факторам относят факторы, вызывающие отклонения параметров в процессе их изготовления: неоднородность исходных материалов, погрешность измерительных инструментов, приборов, дефекты оборудования (неточность шкал, люфты механизмов, вибрации, неравномерность хода). К эксплуатационным факторам относят старение и износ. Под старением понимают физико-химические процессы, вызывающие необратимые изменения параметров. Причины старения – изменение структуры материала, химические взаимодействия, диффузия вещества. Воздействие таких внешних факторов, как температура, влажность, нагрузки, ускоряет старение. Под износом понимают изменение размеров, формы, массы технического объекта или состояния его поверхности вследствие остаточной деформации от постоянно действующих нагрузок либо из-за разрушения поверхностного слоя при трении. Вследствие старения и износа возникают необратимые изменения параметров. Колебания внешних воздействий, таких как влажность, температура, нагрузки, могут вызывать кратковременные обратимые отклонения параметров.

Вследствие отклонения действительных значений параметров элементов технических систем от расчетных, динамика модели, принятой при проектировании, существенно отличается от динамики реального объекта, что значительно уменьшает эффективность разработанной системы управления.

Для эффективного управления крупногабаритными конструкциями (КГК) необходимо располагать точными оценками параметров, оценивая реальные значения параметров в режиме нормального функционирования управляемого объекта. Адаптивные алгоритмы управления представляются нежелательными ввиду большого числа тех степеней свободы, которыми приходится управлять. Поэтому практический путь для большинства КГК заключается в следующем: осуществить идентификацию параметров конструкции, использовать полученную информацию в алгоритмах управления и, возможно, привлечь адаптивные методы для изменений небольшого числа критических параметров в реальном времени.

Под идентификацией в технической кибернетике принято понимать процедуру построения математических моделей объектов по доступной для измерения информации об их входных и выходных сигналах. По наличию априорной информации об объекте различают три уровня идентификации динамических систем [1].

Идентификации подлежит объект, о котором ничего не известно. Это так называемая проблема «чёрного» ящика.

Проблема «белого ящика»: идентификация объекта, структура которого или вид дифференциального уравнения динамики известны, а численные значения параметров неизвестны.

Идентификация объекта, структура которого и номинальные (расчетные) значения параметров известны.

Одним из эффективных алгоритмов идентификации второго и третьего уровня является алгоритм параметрической идентификации на основе математического аппарата проблемы моментов. Этот алгоритм можно отнести к универсальным алгоритмам идентификации: он применим как к линейным, там и к нелинейным моделям управляемых динамических систем для идентификации как стационарных, так и нестационарных параметров. Процесс идентификации можно вести как на собственном (свободном) движении (при отключенном управлении), так и на вынужденном движении в процессе нормального функционирования управляемого объекта.

Постановка задачи

Пусть структура модели управляемого динамического объекта задана системой нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши:

$$\dot{x} = f(x, p, u, t),\ x(t_0) = x_0\ ,\ t \in T = [t_0, t_1] \subset R^1, \quad (1)$$

где $x(t) \in R^n$ - n-мерный вектор состояния системы;
$p(t) \in R^m$ - m-мерный вектор идентифицируемых параметров системы;
$u(t)$ - q-мерный вектор управления (входной сигнал, являющийся известной функцией времени);
$f(x,p,u,t)$ - известная нелинейная n-мерная вектор-функция, непрерывная по t, дифференцируемая по x и p;
$f_x(t)=\dfrac{\partial f}{\partial x}(t)$ - непрерывная функция; а
$f_p(t)=\dfrac{\partial f}{\partial p}(t)$ - кусочно-непрерывная функция на T;
$x(\cdot) \in D(T)$, $D(T)$ - пространство абсолютно непрерывных на T функций;
$p(\cdot) \in CR(T)$, $CR(T)$ - пространство кусочно-непрерывных на T функций;
$u(\cdot) \in CR(T)$;
$x(\cdot)$, $p(\cdot)$, $u(\cdot)$ - символы функций, рассматриваемых как точки функциональных пространств.

Допустим, что все требования существования и единственности решения уравнения (1) при заданных начальных условиях выполнены [2].

Задача параметрической идентификации системы (1) заключается в нахождении оценки вектора идентифицируемых параметров $p(t)$ по имеющимся экспериментальным данным - по значениям входных воздействий и измеряемых переменных состояния управляемого объекта, собранных в дискретные моменты времени на интервале идентификации T.

Интерпретация задачи параметрической идентификации как проблемы моментов

Можно заметить, что проблема моментов относится к математической проблеме, носящей весьма общий характер. К ней сводится ряд прикладных задач о распределении вероятностей, сил и масс, гарантирующих заданные величины соответствующих вероятностных моментов, моментов сил и моментов инерции. Проблему моментов можно также трактовать как изопериметрическую задачу из вариационного исчисления [3] , в которой необходимо определить минимум функционала при дополнительных условиях типа равенств.

Проблема моментов в теории управления движением [4] формулируется следующим образом.

Пусть в нормированном пространстве $\mathrm{B}\{r(t); 0 \le t \le T\}$ вектор-функций $r(t)$ с нормой $\rho[r]$ задано n элементов $r^i(t)$. Пусть также задано n чисел μ_i и $\sum_{i=1}^{n}\mu_i^2 \neq 0$. Требуется найти линейную операцию $\psi[r(t)]$, определённую на всём пространстве $\mathrm{B}\{r(t); 0 \le t \le T\}$, удовлетворяющую на заданных элементах $r^i(t)$ условиям $\psi[r^i(t)] = \mu_i$, $i=\overline{1,n}$.

Необходимые сведения из теории линейных операций можно найти в [4-6].

Идея применения математического аппарата проблемы моментов к задаче параметрической идентификации возникла у автора статьи после ознакомления с книгой [7], в которой для решения краевой задачи для линейных управляемых динамических систем использована теория проблемы моментов. Проверка новизны этой идеи по результатам поисков в интернете дала положительный результат: не обнаружено научных работ по применению теории проблемы моментов для решения задачи параметрической идентификации. Однако следует заметить, что обнаружена одна работа [8], в которой рассматривается непараметрическая идентификация линейного стационарного объекта с сосредоточенными и с распределенными параметрами на основе аппарата классической проблемы моментов.

Для реализации алгоритма параметрической идентификации выбирается начальное значение $p^0(\cdot)=0$. Линеаризуем в окрестности пары $\{x^0(\cdot), p^0(\cdot)\}$ систему (1). Линеаризованное дифференциальное уравнение состояния имеет вид

$$\dot{\tilde{x}}(t) = f_x(t)\tilde{x}(t) + f_p(t)\tilde{p}(t), t \in T = [t_0, t_1], \quad (2)$$

где $f_x(t) = (\partial f / \partial x)_0$ и $f_p(t) = (\partial f / \partial p)_0$ - матрицы Якоби функции f относительно x и p соответственно, вычисленные на паре $\{x^0(\cdot), p^0(\cdot)\}$;
$\tilde{x}(t) = x(t) - x^0(t)$ и $\tilde{p}(t) = p(t) - p^0(t)$ - малые возмущения. Начальным условием уравнения (2) является $\tilde{x}(t_0) = 0$.

В [9] доказан следующий результат.

Результат 1. Рассмотрим линейное дифференциальное уравнение

$$\dot{z}(t) = A(t)z(t) + B(t)p(t). \quad (3)$$

Тогда, если $A(t)$ - непрерывная функция, а $B(t)$ и $p(t)$- кусочно-непрерывные функции для всех t, решение уравнения (3) имеет вид

$$z(t) = X(t,t_0)z(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} X(t,\tau)B(\tau)p(\tau)d\tau \quad (4)$$

для всех t.

Переходная матрица $X(t,t_0)$ в (4) является решением матричного дифференциального уравнения $\frac{d}{dt}X(t,t_0)=A(t)X(t,t_0)$ для всех $t\in T$. $X(t_0,t_0)=E$, где E – единичная матрица.

Результат 1, применённый к системе (2), позволяет найти решение уравнения (2). Поскольку в постановке задачи $f_x(t)$ - непрерывная функция, а $f_p(t)$ - кусочно-непрерывная функция на $T=[t_0,t_1]$, решение уравнения (2) имеет вид

$$\widetilde{x}(t)=\int_{t_0}^{t_1}X(t,\tau)f_p(\tau)\widetilde{p}(\tau)d\tau \qquad (5)$$

для всех $t\in T$.

Импульсная переходная матрица H определяется следующим образом:

$$H(t,\tau)=\begin{bmatrix}h^{(1)}(t,\tau)\\ h^{(2)}(t,\tau)\\ \dots\\ h^{(n)}(t,\tau)\end{bmatrix}=X(t,\tau)f_p(\tau),\, t\ge\tau. \qquad (6)$$

Движение системы (2) описывается равенством $\widetilde{x}(t)=\int_0^{t_1}H(t,\tau)\widetilde{p}(\tau)d\tau$. В частности, при $t=t_1$ имеем

$$\widetilde{x}(t_1)=\int_0^{t_{11}}H(t_1,\tau)\widetilde{p}(\tau)d\tau \qquad (7)$$

Расписывая равенство (7) покоординатно, получим

$$\widetilde{x}_i(t_1)=\int_0^{t_{11}}h^{(i)}(t_1,\tau)\widetilde{p}(\tau)d\tau,\ i=\overline{1,n}. \qquad (8)$$

На основании равенств (8) приходим к выводу, что значения $\widetilde{x}_1(t_1),\widetilde{x}_2(t_1),...,\widetilde{x}_n(t_1)$ координат фазового вектора $\widetilde{x}(t)$ в момент $t=t_1$ можно рассматривать как результат линейной операции $\psi_p[h]$, порождённой функцией $\widetilde{p}(\tau)$ и выполненной над функциями $h^{(1)}(t_1,\tau),h^{(2)}(t_1,\tau),...,h^{(n)}(t_1,\tau)$.

Таким образом, задача параметрической идентификации по сути своей оказывается проблемой моментов.

Вычислительная схема алгоритма

Алгоритм параметрической идентификации моделей нелинейных управляемых динамических систем имеет итерационный характер и состоит из следующих шагов.

Шаг 1. Задаётся начальное значение параметра-счётчика итераций $s=0$ и начальное значение $p^s(\cdot)$ на интервале идентификации $T=[t_0,t_1]$ в виде $p^s(\cdot)=0$.

Шаг 2. Вычисляется решение $x^s(\cdot)$ задачи Коши $\dot{x}^s(\cdot)=f(x^s,p^s,u), x^s(t_0)=x_0$ на интервале идентификации $T=[t_0,t_1]$.

Шаг 3. На паре $\{x^s(\cdot),u^s(\cdot)\}$ вычисляются якобианы $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_s,\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)_s$.

Шаг 4. Вычисляется переходная матрица $X_s(t_1,t)$.

Шаг 5. Вычисляется вектор

$$c_s=\hat{x}(t_1)-x^s(t_1)+\int_{t_0}^{t_1}X_s(t_1,\tau)\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)_s p^s(\tau)d\tau\cdot$$

Шаг 6. Вычисляется матрица

$$Q_s=\int_{t_0}^{t_1}X_s(t_1,\tau)\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)_s\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)_s^{\mathrm{T}}X_s^{\mathrm{T}}(t_1,\tau)d\tau.$$

Шаг 7. вычисляется следующее приближение значений идентифицируемых параметров

$$p^{s+1}(t)=\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)_s^{\mathrm{T}}(t)X_s^{\mathrm{T}}(t_1,t)Q_s^{-1}c_s.$$

Шаг 8. проверяется условие

$\|p^{s+1}(\cdot)-p^s(\cdot)\|\le\varepsilon$, где ε - заданное произвольное малое положительное число.

Шаг 9. Если условие шага 8 не выполняется, то значение параметра-счётчика итераций увеличивается на единицу $s=s+1$ и следует переход к шагу 2. В случае выполнения условия шага 8 $p^{s+1}(\cdot)$ - достигнутое решение.

В вышеприведённых формулах надстрочный знак т – знак транспонирования.

Линейная модель на каждом шаге итерационного процесса перестраивается по выходу нелинейной модели, что актуально при значительном по времени интервале идентификации *T*. При малых значениях *T* (близких к частоте съёма измерительной информации с управляемого объекта) можно проводить исследование в рамках линейной модели. Матрицы Якоби $\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_s,\left(\frac{\partial f}{\partial p}\right)_s$ для s-й итерации вычисляются на 3-м шаге алгоритма в символьном виде с последующей подстановкой вместо символьных переменных их числовых значений.

Нетрудно заметить, что приведённый алгоритм на шаге 5 для s-й итерации требует введения значений одного замера в дискретный момент времени t_1 координат объекта $\hat{x}(t_1)$ и снятого с модели значения $x^s(t_1)$.

Результаты численного эксперимента

$$\dot{x}_1(t) = x_1(t) + p_1(t)x_2{}^2(t),$$
$$\dot{x}_2(t) = p_2(t)x_1(t) + 4x_2(t) + u(t).$$

Для проверки работоспособности предложенного алгоритма параметрической идентификации на основе проблемы моментов просчитан контрольный пример. Исследовалась модель нелинейной управляемой системы второго порядка в виде с начальными условиями $x_1(0) = 1, x_2(0) = 2$.

, т. е. $u(t) \in R^1$ $u(t)$ - скалярная функция.

На первом этапе численного исследования на ЭВМ любого алгоритма идентификации обычно производят имитацию поведения объекта. Имитируем поведение объекта решением исходной системы с истинными значениями параметров, которые идентифицируются, и неизменными (номинальными) остальными параметрами. Решается задача Коши для такой системы и значение вектора состояния в момент времени t_1 используется на шаге 5 алгоритма параметрической идентификации для имитации замера координат объекта $\hat{x}(t_1)$.

Предполагается, что частота съёма измерительной информации с управляемого объекта составляет 1000 Гц. Например, такое значение частоты регистрации данных - техническая характеристика современных акселерометров. Интервал наблюдения для целей идентификации T можно выбирать равным не менее 0,001 сек.

Результаты численного моделирования представлены на рис. 1-4. На этих рисунках принято следующее обозначение: истинное значение параметров представлено сплошной линией, идентифицированный результат – пунктиром. Для оценки параметров использовались две итерации итерационного процесса. В ходе эксперимента просчитаны варианты, когда истинные значения оцениваемых параметров отличаются от номинальных на 20 %.

На рис. 1 представлен результат первого численного эксперимента проверки работоспособности предложенного алгоритма для идентификации одного нестационарного параметра: $p(t) = t$. Этот результат оказался блестящим: линии, представляющие истинное значение и идентифицированный результат, совпали. Для того, чтобы визуально отличить истинные и идентифицированные значения нестационарного параметра, значение интервала наблюдения T увеличено до значения 0,02 сек.

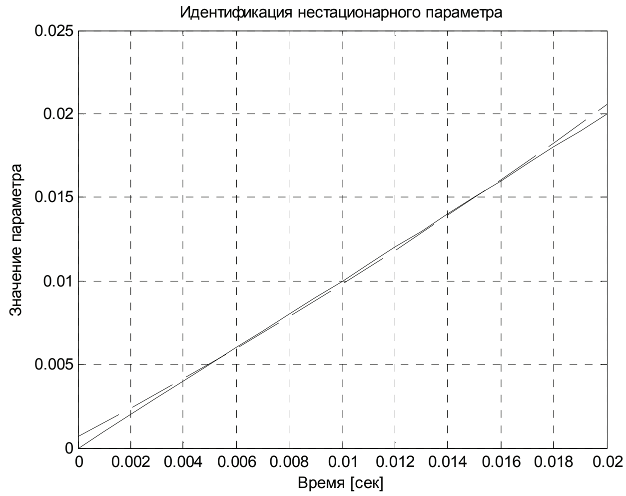

Рис. 1. Сравнение истинных и идентифицированных значений нестационарного параметра $p(t) = t$

На рис.2 представлен результат идентификации одного нестационарного параметра: $p(t) = 0{,}02 - t$.

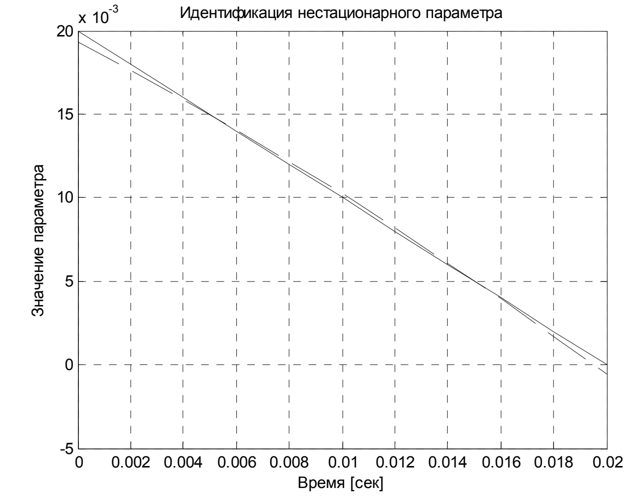

Рис. 2. Сравнение истинных и идентифицированных значений нестационарного параметра
$p(t) = 0{,}02 - t$

На рис. 3 представлен результат совместного оценивания двух стационарных параметров.

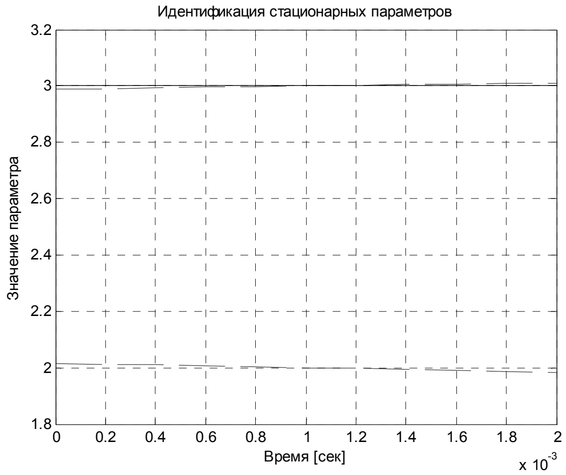

Рис. 3. Сравнение истинных и идентифицированных значений стационарных параметров $p_1(t)=2, p_2(t)=3$

На рис. 4 представлен результат совместного оценивания двух параметров: стационарного параметра $p_1(t)=2$ и нестационарного параметра $p_2(t)=100t$.

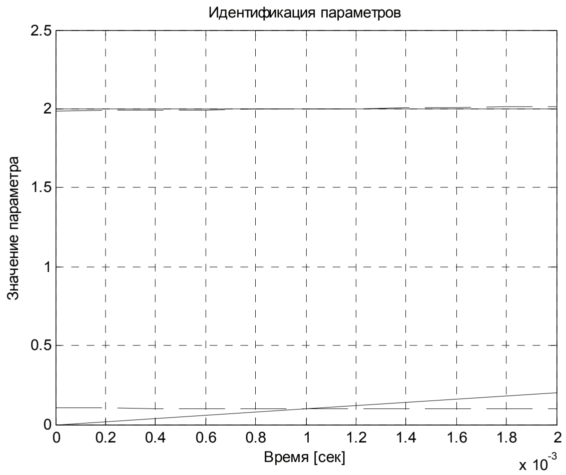

Рис. 4. Сравнение истинных и идентифицированных значений стационарного $p_1(t)=2$ **и нестационарного параметра** $p_2(t)=100t$

Установлено, что алгоритм обладает одной важной особенностью: он обеспечивает сходимость не только при задании в качестве начального приближения номинальных значений параметров, но и при задании в качестве начального приближения нулевых значений идентифицируемых параметров. Это означает, что данный алгоритм параметрической идентификации может быть использован не только на третьем уровне идентификации, когда известны номинальные (расчетные) значения параметров, но и на втором уровне идентификации, когда численные значения параметров неизвестны.

Численный эксперимент показал, что алгоритм обеспечивает быструю и точную подстройку параметров в случае полной измеримости вектора состояния.

Можно предположить, что случай неполной измеримости переменных состояния в качестве платы за дефицит измерительной информации потребует увеличения объёма регистрируемых данных для получения точных значений идентифицируемых параметров, т. е. потребуется большее количество замеров.

Возможны два подхода к задаче параметрической идентификации динамических систем. Параметры элементов технических устройств могут принимать постоянные значения для каждой реализации системы или быть переменными. Математический аппарат большинства работ в области параметрической идентификации базируется, в основном, на первом случае, даже тогда, когда идентифицируются переменные параметры линейных нестационарных систем в предположении гипотезы квазистационарности. Обычно для количественного представления ошибок идентификации в случае числовых значений идентифицируемых параметров определяются относительные ошибки идентификации в процентах как $\delta=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{\left|p_i-\hat{p}_i\right|}{p_i}\times 100\,\%$, где p_i и $\hat{p}_i$ обозначают истинное значение и идентифицированное значение параметра в i-й момент времени съёма измерительной информации, а N - общий объем выборки.

В предложенном алгоритме имеем дело не с числовым значением идентифицируемого параметра, а со значением идентифицируемого параметра как функционального элемента. Поэтому в данном случае количественная оценка ошибок идентификации по вышеприведённой формуле невозможна. Считаю, что была бы уместной количественная оценка ошибок идентификации по среднему квадратичному отклонению, т. е. по величине $\nu=\left\|p(\cdot)-\hat{p}(\cdot)\right\|_{L_2}$, где $p(\cdot)$ и $\hat{p}(\cdot)$ - функции, определяющие истинное и идентифицированное значение функционального параметра;

L_2 - гильбертово пространство квадратично суммируемых на $T=[t_0,t_1]$ функций с нормой $\|p(\cdot)\|=\sqrt{\int_{t_0}^{t_1}p^2(t)dt}$.

Нетрудно было бы подсчитать для предложенного алгоритма параметрической идентификации погрешности идентификации по формуле (4), но это малоинформативно, поскольку визуально по рис. 1-4 видно, что это малые величины одного порядка.

Заключение

Обзор алгоритмов параметрической идентификации позволяет сделать вывод, что только алгоритмы идентификации для линейных стационарных систем хорошо проработаны, но для практического применения они непригодны, поскольку реальные системы управления никогда не бывают линейными. Существующие методы параметрической идентификации для линейных нестационарных систем с использованием гипотезы квазистационарности имеют много слабых сторон, и они не готовы к применению на практике.

Автором статьи предлагается подход к параметрической идентификации нелинейных нестационарных моделей управляемых динамических систем с позиций функционального анализа. В этом подходе допускаются в качестве параметров переменные параметры, т. е. элементы функциональных пространств. Предложенный алгоритм реализован на основе математического аппарата проблемы моментов. Он обладает уникальной особенностью среди всех алгоритмов параметрической идентификации: вектор идентифицированных параметров является элементом функционального пространства, а не евклидова, как в остальных алгоритмах.

Автором статьи реализована программа для исследования процесса параметрической идентификации по представленному в данной статье алгоритму. Исходным языком программы является встроенный язык программирования системы MatLab, предназначенной для реализации инженерных и математических расчётов.

Численный эксперимент показал, что предложенный алгоритм параметрической идентификации даёт весьма точные оценки идентифицируемых параметров нелинейных нестационарных моделей управляемых динамических систем в случае полной измеримости вектора состояния объекта.

Вопросы сходимости алгоритма, выработки условий, гарантирующих единственность решения, корректировки алгоритма для случая неполной измеримости вектора состояния, работы алгоритма в присутствии шумов измерителей требуют тщательной проработки. При разработке теоретических аспектов алгоритма представляется возможным использовать накопленный опыт в исследовании нелинейных краевых задач [10-15].

Дальнейшая разработка представленного в статье алгоритма параметрической идентификации нелинейных, нестационарных моделей управляемых динамических систем в теоретическом плане и совершенствование вычислительной технологии алгоритма являются перспективной областью исследований.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дейч А.М. Методы идентификации динамических объектов. М.: Энергия, 1979. – 240 с.
2. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979. – 430с.
3. Гельфанд И.М., Фомин С.В. Вариационное исчисление. М.: Физматгиз, 1961. – 228 с.
4. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – 7 изд., М.: Физматлит, 2004. –572 с.
5. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1977. – 744с.
6. Банах С. Теория линейных операций. Ижевск: R&C Dynamics, 2001. – 272 с.
7. Красовский Н.Н. Теория управления движением. М: Наука, 1968. – 476с.
8. Кнеллер, Д. В. Разработка методов идентификации и управления на основе аппарата проблемы моментов: дис. ... канд. техн. наук : 05.13.01. - Системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям) / М., 1993. – 211 с.
9. Заде Л., Дезоер Ч. Теория линейных систем. Метод пространства состояний. М: Наука, 1970. – 704 с.
10. Дмитриев А.В., Дружинин Э.И. К теории нелинейных краевых задач управляемых систем – В кн.: Дифференциальные уравнения и численные методы. Новосибирск: Наука. Сиб. Отделение, 1986, с. 179-187.
11. Беллман Р., Калаба Р. Квазилинеаризация и нелинейные краевые задачи – М. Мир, 1968. – 186 с.
12. Моисеев. Н. Н. Элементы теории оптимальных систем. – М. Наука, 1975. – 526 с.
13. Понтрягин Л. С.. Дифференциальные уравнения и их приложения. М. Наука, 1988 . – 208 с.
14. Гудков В. В., Клоков Ю. А., Лепин А. Я., Пономарёв В. Д. Двухточечные краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений. Рига: Латвийский государственный университет, 1973. – 135 с.
15. Лионс Ж. Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М.: Мир, 1972. – 588 с.

REFERENCES

1. Deich A.M. Metody identifikatsii dinamicheskikh ob"ektov [Methods for identifying dynamic objects]. Moscow: Energiya Publ., 1979, 240 p.
2. Alekseev V.M., Tikhomirov V.M., Fomin S.V. Optimal'noe upravlenie [Optimal control]. Moscow: Nauka Publ,, 1979, 430 p.
3. Gel'fand I.M., Fomin S.V. Variatsionnoe ischislenie [The calculus of variations]. Moscow: Fizmatgiz Publ., 1961, 228 p.
4. Kolmogorov A.N., Fomin S.V. Elementy teorii funktsii i funktsional'nogo analiza [Elements of the theory of functions and functional analysis]. 7th ed., Moscow: Fizmatlit Publ., 2004, 572 p.
5. Kantorovich L.V., Akilov G.P. Funktsional'nyi analiz [Functional analysis]. Moscow: Nauka Publ., 1977, 744 p.
6. Banakh S. Teoriya lineinykh operatsii [The theory of linear operations]. Izhevsk: R&C Dynamics Publ., 2001, 272 p.
7. Krasovskii N.N. Teoriya upravleniya dvizheniem [Motion Control Theory]. Moscow: Nauka Publ., 1968, 476 p.
8. Kneller D. V. Razrabotka metodov identifikatsii i upravleniya na osnove apparata problemy momentov: dis. ... kand. tekhn. nauk : 05.13.01. - Sistemnyi analiz, upravlenie i obrabotka informatsii (po otraslyam) [Development of methods of identification and control based on the apparatus of the problem of moments: Ph.D. (Engineering) thesis: 05.13.01. - System analysis, management and processing of information (by industry)]. Moscow, 1993, 211 p.
9. Zade L., Dezoer Ch. Teoriya lineinykh sistem. Metod prostranstva sostoyanii [The theory of linear systems. State space method]. Moscow: Nauka Publ., 1970, 704 p.
10. Dmitriev A.V., Druzhinin E.I. K teorii nelineinykh kraevykh zadach upravlyaemykh sistem – V kn.: Differentsial'nye uravneniya i chislennye metody [On the theory of nonlinear boundary value problems of controllable systems – In the book: Differential equations and numerical methods]. Novosibirsk: Nauka. Sib. Otdelenie Publ., 1986, pp. 179–87.
11. Bellman R., Kalaba R. Kvazilinearizatsiya i nelineinye kraevye zadachi [Quasilinearization and nonlinear boundary value problems]. Moscow: Mir, 1968, 186 p.
12. Moiseev N. N. Elementy teorii optimal'nykh system [Elements of the theory of optimal systems]. Moscow: Nauka Publ., 1975, 526 p.
13. Pontryagin L. S. Differentsial'nye uravneniya i ikh prilozheniya [Differential equations and their applications]. Moscow: Nauka Publ., 1988, 208 p.
14. Gudkov V. V., Klokov Yu. A., Lepin A. Ya., Ponomarev V. D. Dvukhtochechnye kraevye zadachi dlya obyknovennykh differentsial'nykh uravnenii [Two-point boundary value problems for ordinary differential equations]. Riga: Latvian state university Publ., 1973, 135 p.
15. Lions J. L. Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires. Paris, Dunod, 1969 (Russ. ed.: Lions Zh. L. Nekotorye metody resheniya nelineinykh kraevykh zadach. Moscow: Mir Publ., 1972, 588 p.).

Информация об авторах

Юрий Иннокентьевич Огородников - к. т. н., Институт динамики систем и теории управления СО РАН, г. Иркутск, e-mail: ogor23@yandex.ru

Authors

Yuri Innokentievich Ogorodnikov – Ph.D. in Engineering Science, Institute for System Dynamics and Control Theory of Siberian Branch of Russian Academy of Sciences, Irkutsk, e-mail: ogor23@yandex.ru

Для цитирования

Огородников Ю. И. Задача параметрической идентификации моделей управляемых динамических систем как проблема моментов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. - 2017.- Т. 56, № 4. - С. 33–40. - DOI: 10.26731/1813-9108.2017.4(56).33-40.

For citation

Ogorodnikov Yu. N. Zadacha parametricheskoi identifikatsii modelei upravlyaemykh dinamicheskikh sistem kak problema momentov [The problem of parametric identi-fication of models of controllable dynamic systems as a problem of moments]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie* [*Modern Technologies. System Analysis. Modeling*], 2017. Vol. 56, No.4, pp. 33–40. DOI: 10.26731/1813-9108.2017.4(56).33-40.

***УДК** 519.688* ***DOI:** 10.26731/1813-9108.2017.4(56).40-48*

В. Е. Зотеев, Р. Ю. Макаров

Самарский государственный технический университет, г. Самара, Российская Федерация
***Дата поступления:** 26 октября 2017 г.*

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПЕРВОЙ СТАДИИ ДЕФОРМАЦИИ ПОЛЗУЧЕСТИ

Аннотация. *Явление ползучести требует особого учета при проектировании элементов конструкций. Оценивание параметров моделей ползучести остается важной научно-технической задачей, однако существующие численные методы оценивания параметров нелинейных моделей обладают рядом недостатков, вследствие чего возникает потребность в развитии новых методов. Разрабатывается новый численный метод для определения параметров модели первой стадии деформации ползучести. Построена обобщенная регрессионная модель, которая в форме разностного уравнения выражает связь между последовательными значениями деформации ползучести. Получены зависимости, выражающие связь между коэффициентами обобщенной регрессионной модели и параметрами модели ползучести. Разработана и описана итерационная процедура среднеквадратического оценивания и уточнения коэффициентов обобщенной регрессионной модели. Выполнена экспериментальная проверка полученных результатов при обработке экспериментальных кривых ползучести поливинилхлоридного пластиката.*